

CHUYÊN ĐỀ: THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

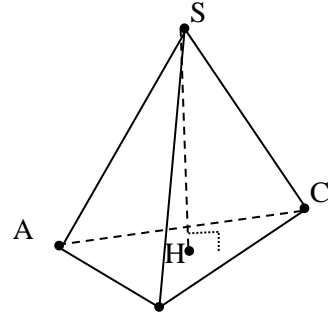
CHỦ ĐỀ 1: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Một số công thức tính thể tích:

- Thể tích của khối chóp: $V = \frac{1}{3}.B.h$

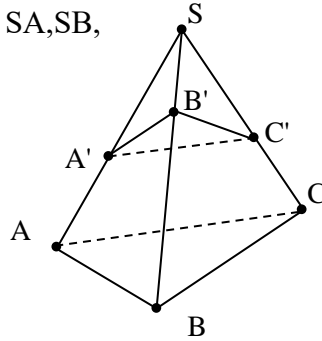
Trong đó: B: diện tích đáy, h: chiều cao



- Tỷ số thể tích: Cho hình chóp S.ABCD. Trên các đoạn thẳng SA, SB,

S lần lượt lấy 3 điểm A', B', C' khác với S. Ta có:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$



2. Một số kiến thức bổ trợ:

*) **Diện tích hình phẳng**

2.1. Tam giác thường:

$$* S = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} ab \sin C = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{abc}{4R} = pr.$$

* p là nửa chu vi, R bán kính đường tròn ngoại tiếp, r là bán kính đường tròn nội tiếp.

2.2. Tam giác đều cạnh a:

a) Đường cao: $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; b) $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

c) Đường cao cũng là đường trung tuyến, đường phân giác, đường trung trực

2.3. Tam giác vuông:

a) $S = \frac{1}{2} ab$ (a, b là 2 cạnh góc vuông)

b) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm của **cạnh huyền**

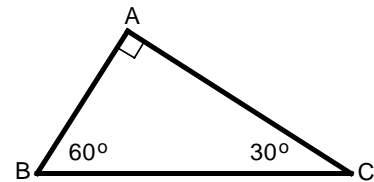
2.4. Tam giác vuông cân (nửa hình vuông):

a) $S = \frac{1}{2} a^2$ (2 cạnh góc vuông bằng nhau) b) Cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$

2.5. Nửa tam giác đều:

a) Là tam giác vuông có một góc bằng 30° hoặc 60°

b) $BC = 2AB$ c) $AC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ d) $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$



2.6. Tam giác cân: a) $S = \frac{1}{2} ah$ (h: đường cao; a: cạnh đáy)

b) Đường cao hạ từ đỉnh cũng là đường trung tuyến, đường phân giác, đường trung trực

2.7. Hình chữ nhật: $S = ab$ (a, b là các kích thước)

2.8. Hình thoi: $S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$ (d_1, d_2 là 2 đường chéo)

2.9. Hình vuông: a) $S = a^2$ b) Đường chéo bằng $a\sqrt{2}$

2.10. Hình bình hành: $S = ah$ (h: đường cao; a: cạnh đáy)

2.11. Hình Thang: $S = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (\text{đáy lớn} + \text{đáy bé})$

Chú ý : Các hệ thức lượng trong tam giác.

***) Xác định góc giữa đường thẳng d và mp(P).**

- Nếu $d \perp (P)$ thì $(\widehat{d, (P)}) = 90^\circ$
- Nếu không vuông góc với (P) thì:
 - Xác định hình chiếu vuông góc d' của d trên (P) .

Khi đó : $(\widehat{d, (P)}) = (\widehat{d, d'}) = \alpha$

***) Xác định góc giữa hai mặt phẳng cắt nhau (P) và (Q) .**

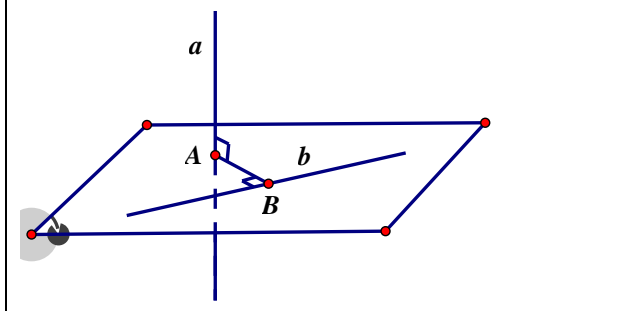
$$\left. \begin{array}{l} (P) \cap (Q) = d \\ a \subset (P), a \perp d \\ b \subset (Q), b \perp d \\ a \cap b = l \in d \end{array} \right\} \Rightarrow (\widehat{(P), (Q)}) = (\widehat{a, b})$$

***) Khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau a và b .**

*** Nếu $a \perp b$ thì**

- Dựng mp(P) $\supset b$ và mp(P) $\perp a$ tại A
- Dựng AB vuông góc với b tại B

Khi đó: $d(a, b) = AB$



*** Nếu a và b không vuông góc thì**

Cách 1:

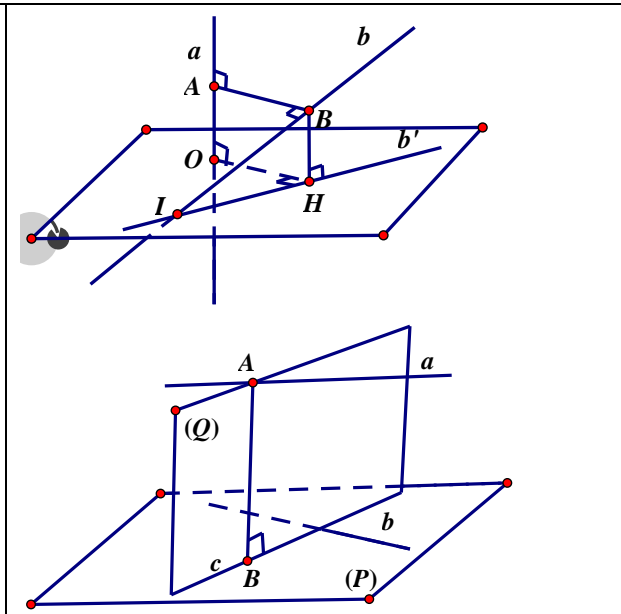
- Dựng mp(P) $\perp a$ tại O và $(P) \cap b = \{l\}$
- Dựng hình chiếu vuông góc b' của b trên (P)
- Trong (P) dựng OH vuông góc với b' tại H.
- Từ H kẻ đường thẳng // với a cắt b tại B
- Từ B kẻ đường thẳng // với OH cắt a tại A.

Khi đó: $d(a, b) = AB$

Cách 2:

- Dựng $(P) \supset b$ và mp(P) // a .
- Dựng (Q) thỏa mãn $A \in (Q), A \in a,$
 $(Q) \perp (P), (Q) \cap (P) = c$
- Trong (Q) kẻ AB vuông góc với c tại B

Khi đó: $d(a, b) = AB$



B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

B 1: Xác định đáy và đường cao của khối chóp

B2: Tính diện tích đáy B và chiều cao h

B 3: Áp dụng công thức $V = \frac{1}{3} B.h$

Chú ý: Đường cao hình chóp.

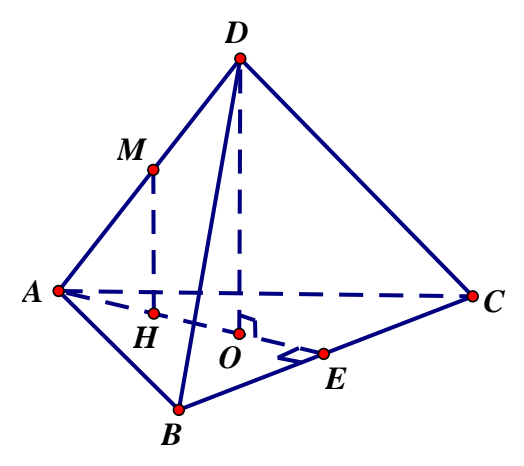
- 1/ Chóp có cạnh bên vuông góc, đường cao chính là cạnh bên.
- 2/ Chóp có hai mặt bên vuông góc với đáy; đường cao là giao tuyến của hai mặt bên vuông góc đáy.
- 3/ Chóp có mặt bên vuông góc đáy đường cao nằm trong mặt bên vuông góc đáy.
- 4/ Chóp đều, đường cao từ đỉnh đến tâm đa giác đáy.
- 5/ Chóp có hình chiếu vuông góc của một đỉnh xuống mặt đáy, đường cao là từ đỉnh tới hình chiếu.

C. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài tập 1.

Cho khối tứ diện đều ABCD cạnh bằng 2a, M là trung điểm AD.

- a) Tính thể tích khối tứ diện ABCD.
- b) Tính khoảng cách từ M đến mp(ABC).

<p>Giải:</p> <p>a) Gọi E là trung điểm của BC và O là tâm của ΔABC. Vì ABCD là tứ diện đều nên $DO \perp (ABC)$ và $AE \perp BC$ và $O \in AE$, $AO = \frac{2}{3} AE = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$</p> <p>Trong Δ vuông DAO : $DO = \sqrt{AD^2 - AO^2}$</p> $= \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$ <p>Mặt khác: $S_{ABC} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$,</p> <p>Vậy thể tích khối tứ diện đều ABCD là</p> $V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot DO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \sqrt{3} \cdot \frac{2a\sqrt{6}}{3} = \frac{2a^3 \sqrt{2}}{3}$ <p>b) Kẻ $MH \parallel DO$, khoảng cách từ M đến mp(ABC) là MH ; $MH = \frac{1}{2} DO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$</p>	
--	--

Bài tập 2: Tính thể tích khối chóp S.ABCD. có đáy ABCD là hình vuông.

a. Biết $AB=2a$, $SA \perp (ABCD)$ và góc giữa mặt (SBD) và (ABCD) bằng 60°

b. Biết $AC=2a$ và góc giữa SC và (ABCD) bằng 30°

Giải:

a. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Vì ABCD là hình vuông cạnh 2a nên ta có: $AC \perp BD$ và

$$AO = \frac{1}{2}AC = a\sqrt{2}$$

Vì $SA \perp (ABCD)$ Khi đó AO là hình chiếu vuông góc của SO trên (ABCD), mà $BD \perp AO$ nên $SO \perp BD$

Do đó

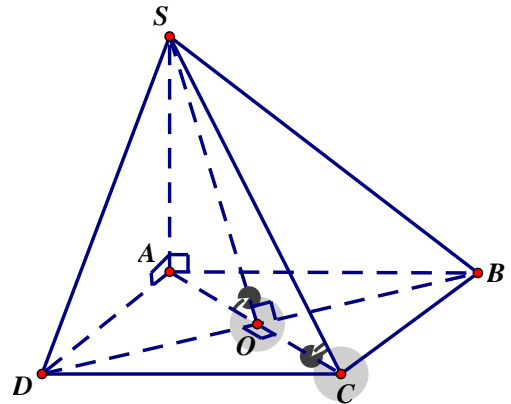
$$(\widehat{SBD}, \widehat{(ABCD)}) = (\widehat{SO}, \widehat{AO}) = \widehat{SOA} = 60^\circ$$

Trong tam giác vuông SAO ta có:

$$SA = AO \cdot \tan \widehat{SOA} = a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2 \text{ (đvdt)}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{4a^3\sqrt{6}}{9}$$



b. Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC trên (ABCD). Do đó

$$(\widehat{SC}, \widehat{(ABCD)}) = (\widehat{SC}, \widehat{AC}) = \widehat{SCA} = 30^\circ. \text{ Trong tam giác vuông SAC ta có:}$$

$$SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = 2a \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}; \text{ Gọi b là độ dài cạnh của hình vuông ABCD Ta có}$$

$$b \cdot \sqrt{2} = 2a \Rightarrow b = a\sqrt{2} \text{ Khi đó } S_{ABCD} = (a\sqrt{2})^2 = 2a^2 \text{ (đvdt)}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{9} \text{ (đvtt)}$$

Bài tập 3: Tính thể tích khối chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật $AB=a, BC=3a$, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SD và ABCD bằng 45° .

Giải:

a) Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AD là hình chiếu vuông góc của SD trên (ABCD). Do đó

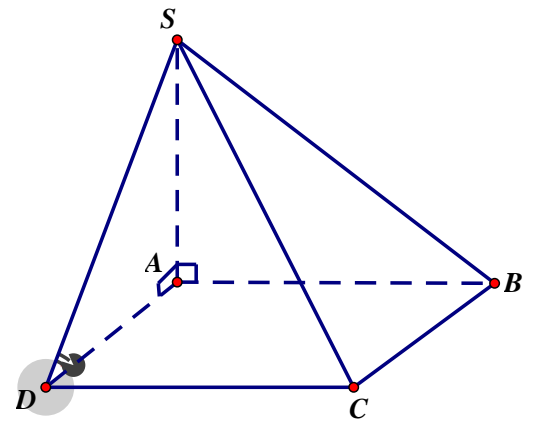
$$(\widehat{SD}, \widehat{(ABCD)}) = (\widehat{SD}, \widehat{AD}) = \widehat{SDA} = 45^\circ$$

Xét tam giác SAD có $\widehat{SDA} = 45^\circ$ và $\widehat{SAD} = 90^\circ$ nên $SA = AD = 3a$

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = AB \cdot BC = a \cdot 3a = 3a^2,$$

Vậy thể tích khối tứ diện đều ABCD là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot a = a^3$$

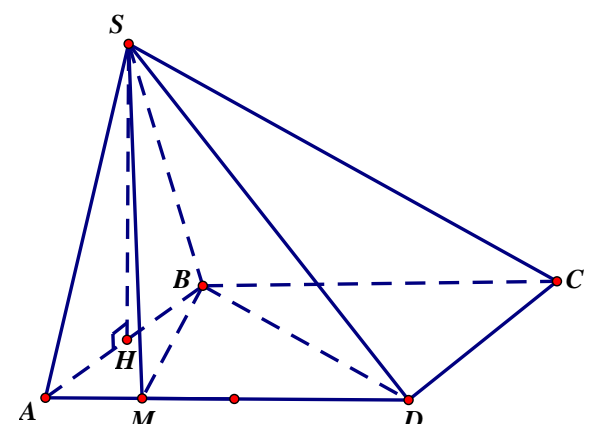


Bài tập 4: Cho hình chóp S.ABCD có cạnh đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng 3a. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và vuông góc với mặt đáy. Gọi H là trung điểm của AB

a. CMR $SH \perp (ABCD)$

b. Tính thể tích khối chóp S.ABCD theo a.

c. Gọi M là điểm nằm trên AD sao cho $AM = \frac{1}{4}AD$. Tính $V_{S.ABM}$ theo a.

<p>Giải:</p> <p>a. Vì ABC là tam giác đều cạnh 3a và H là trung điểm của AB nên $SH \perp AB$ và $SH = \frac{3a\sqrt{3}}{2}$</p> <p>Khi đó Ta có :</p> $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ SH \perp AB \\ SH \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ <p>b. Mặt khác: $S_{ABCD} = (3a)^2 = 9a^2$</p> <p>Vậy Thể tích khối chóp S.ABCD là</p> $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 9a^2 \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2} = \frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$	
---	--

c. Vì M là điểm nằm trên AD thỏa mãn $AM = \frac{1}{4}AD$ nên. Tính

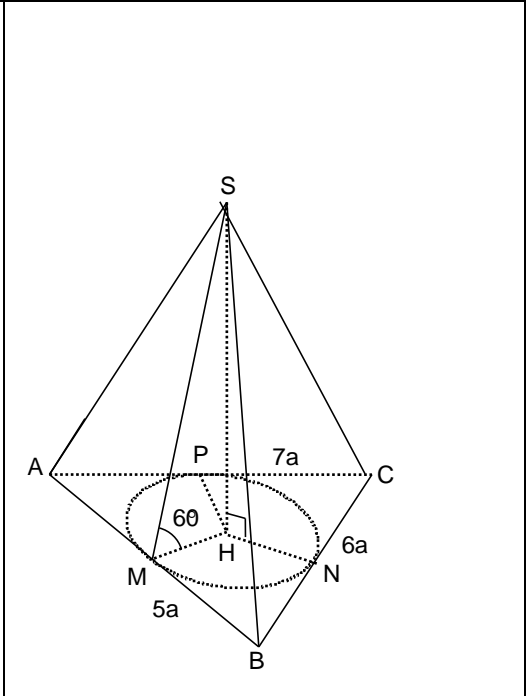
$$S_{\triangle ABM} = \frac{1}{4} \cdot S_{\triangle ABD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{8} S_{ABCD} = \frac{9a^2}{8}$$

Vậy Thể tích khối tứ diện S.ABM là

$$V_{S.ABM} = \frac{1}{3} S_{ABM} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{9a^2}{8} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2} = \frac{9a^3\sqrt{3}}{16}$$

Bài tập 5: Cho hình chóp S.ABC có $AB = 5a, BC = 6a, CA = 7a$. Các mặt bên (SAB), (SBC), (SCA) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp đó.

- * Hạ $SH \perp (ABC)$ và kẻ $HM \perp AB, HN \perp BC, HP \perp AC$
- * Góc tạo bởi mặt bên (SAB) với đáy (ABC) là $\varphi = \widehat{SMH} = 60^\circ$
- * Ta có: Các Δ vuông SMH, SNH, SPH bằng nhau (vì có chung 1 cạnh góc vuông và 1 góc nhọn bằng 60°)
- * Suy ra: $HM = HN = HP = r$ là bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC
- * Tính: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH$
- * Tính: $S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
 $= \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-CA)}$ (công thức Hê-rông*)
- Tính: $p = \frac{5a + 6a + 7a}{2} = 9a$ Suy ra: $S_{ABC} = 6\sqrt{6}a^2$
- * Tính SH: Trong $\Delta_v SMH$ tại H, ta có: $\tan 60^\circ =$



$\frac{SH}{MH} \Rightarrow SH = MH \cdot \tan 60^\circ$ <p>* Tính MH: Theo công thức $S_{ABC} = p \cdot r = p \cdot MH$</p> $\Rightarrow MH = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$ <p>Suy ra: $SH = 2a\sqrt{2}$ Vậy: $V_{S.ABC} = 8a^3\sqrt{3}$</p>	
--	--

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Hình lập phương là đa diện lồi
- B. Tứ diện là đa diện lồi
- C. Hình hộp là đa diện lồi

D. Hình tạo bởi hai tứ diện đều ghép với nhau là một đa diện lồi

Câu 2: Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có số đỉnh là: A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

Câu 3: Khối mười hai mặt đều thuộc loại

- A. $\{5, 3\}$ B. $\{3, 5\}$ C. $\{4, 3\}$ D. $\{3, 4\}$

Câu 4: Khối đa diện đều nào sau đây có mặt không phải là tam giác đều?

- A. Thập nhị diện đều B. Nhị thập diện đều C. Bát diện đều D. Tứ diện đều

Câu 5: Kim Tự Tháp ở Ai Cập có hình dáng của khối đa diện nào sau đây

- A. Khối chóp tam giác đều B. Khối chóp tứ giác
- C. Khối chóp tam giác D. Khối chóp tứ giác đều

Câu 6: Số đỉnh của hình mười hai mặt đều là : A. 20 B. 12 C. 18

Câu 7: Số mặt phẳng đối xứng của hình lập phương là: A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 8: Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất:

- A. Hai mặt. B. Ba mặt. C. Bốn mặt. D. Năm mặt.

Câu 9: Cho một khối chóp có thể tích bằng V . Khi giảm diện tích đa giác đáy xuống $\frac{1}{3}$ lần thì thể tích khối chóp lúc đó bằng:

tích khối chóp lúc đó bằng:

- A. $\frac{V}{9}$ B. $\frac{V}{6}$ C. $\frac{V}{3}$ D. $\frac{V}{27}$

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và

$SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

- A. $a^3\sqrt{3}$ B. $\frac{a^3}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 11: Cho khối tứ diện $ABCD$. Lấy một điểm M nằm giữa A và B , một điểm N nằm giữa C và D . Bằng hai mặt phẳng (MCD) và (NAB) ta chia khối tứ diện đã cho thành bốn khối tứ diện:

- A. $AMCN, AMND, AMCD, BMCN$ B. $AMCD, AMND, BMCN, BMND$
- C. $AMCD, AMND, BMCN, BMND$ D. $BMCD, BMND, AMCN, AMDN$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2cm$ và có thể tích là $8cm^3$. Chiều cao xuất phát từ đỉnh S của hình chóp đã cho là:

- A. $h = 3cm$. B. $h = 6cm$. C. $h = 10cm$. D. $h = 12cm$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, tam giác ABC đều, tam giác SAB vuông cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{24}$ C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$ D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$

Câu 14: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 3cm. Cạnh bên tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp đó là:

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{9\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AC = a$, biết SA vuông góc với đáy ABC và SB hợp với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A. $a^3\sqrt{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với đáy, mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $a^3\sqrt{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B' và C' lần lượt là trung điểm của AB và AC . Tỷ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$ là

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{8}$

Câu 18: Cho hình chóp tam giác có đường cao bằng 100 cm và các cạnh đáy bằng 20 cm, 21 cm, 29 cm. Thể tích của hình chóp đó bằng

- A. 6000cm^3 B. 6213cm^3 C. 7000cm^3 D. $7000\sqrt{2}\text{cm}^3$

Câu 19: Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là (biết cạnh bên bằng $2a$)

- A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$ B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{12}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{4}$

Câu 20: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là (biết góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 60°)

- A. $V_{S.ABCD} = 18a^3\sqrt{3}$ B. $V_{S.ABCD} = \frac{9a^3\sqrt{15}}{2}$ C. $V_{S.ABCD} = 9a^3\sqrt{3}$ D. $V_{S.ABCD} = 18a^3\sqrt{15}$

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành có M và N theo thứ tự là trung điểm

SA, SB . Khi đó $\frac{V_{S.CDMN}}{V_{S.CDAB}}$ bằng:

A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{3}{8}$

D. $\frac{1}{4}$

Câu 22: Cho tứ diện ABCD có các cạnh BA, BC, BD đôi một vuông góc với nhau:

BA = 3a, BC = BD = 2a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AD. Thể tích khối chóp C.BDNM là

A. $V = 8a^3$

B. $V = \frac{2a^3}{3}$

C. $V = \frac{3a^3}{2}$

D. $V = a^3$

Câu 23: Cho hình chóp S.ABCD biết ABCD là một hình thang vuông ở A và D; AB = 2a; AD = DC = a. Tam giác SAD vuông ở S. Gọi I là trung điểm AD. Biết (SIC) và (SIB) cùng vuông góc với mp(ABCD). Tính thể tích khối chóp S.ABCD theo a

A. $\frac{a^3}{3}$

B. $\frac{a^3}{4}$

C. $\frac{3a^3}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 24: Cho khối chóp S.ABC có đường cao SA bằng a, đáy là tam giác vuông cân đỉnh B có BA = BC = a. Gọi B' là trung điểm của SB, C' là chân đường cao hạ từ A của tam giác SAC. Thể tích khối chóp S.AB'C' là

A. $V = \frac{a}{36}$

B. $V = \frac{a^3}{12}$

C. $V = \frac{a^3}{36}$

D. $V = \frac{a^3}{4}$

Câu 25: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D; AB = AD = 2a, CD = a; góc giữa 2 mặt phẳng (SBC) và (ABCD) bằng 60° . Gọi I là trung điểm của cạnh AD. Biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Thể tích khối chóp S.ABCD theo a là

A. $V = \frac{3\sqrt{13}a^3}{7}$

B. $V = \frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$

C. $V = \frac{3\sqrt{5}a^3}{5}$

D. $V = \frac{\sqrt{15}a^3}{15}$

CHỦ ĐỀ 2: THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Kiến thức cơ bản

- Thể tích khối hộp chữ nhật: $V = a.b.c$ Trong đó a,b,c là ba kích thước.

Đặc biệt: Thể tích khối lập phương: $V = a^3$

Trong đó a là độ dài cạnh của khối lập phương .

- Thể tích khối lăng trụ: $V = B.h$ Trong đó: B: diện tích đáy, h: chiều cao

2. Kiến thức bổ trợ

Tương tự chủ đề 1

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

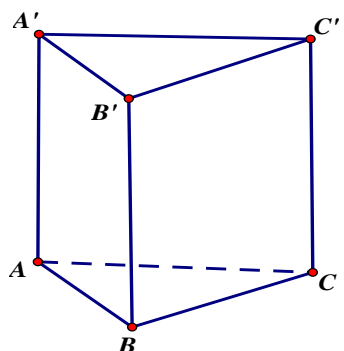
B1: Xác định đáy và đường cao của khối hộp, khối lăng trụ.

B2: Tính diện tích đáy B và chiều cao h

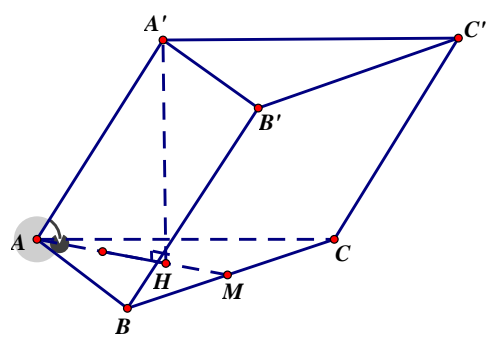
B3: Áp dụng công thức $V = B.h$

C. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài tập 1: Tính thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a\sqrt{15}$

<p>Giải: Giả sử khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a\sqrt{15}$ là $ABCA'B'C'$.</p> <p>Khi đó Thể tích của khối lăng trụ là</p> $V_{ABCA'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 2a\sqrt{15} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{5}}{2}$ $= \frac{a^3\sqrt{6}}{12} \text{ (đvtt)}$	
--	--

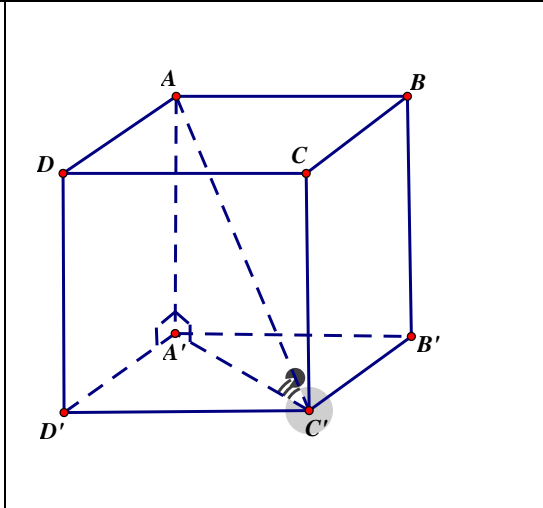
Bài tập 2: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là một tam giác đều cạnh a và điểm A' cách đều các điểm A, B, C. Cạnh bên AA' tạo với mp đáy một góc 60° . Tính thể tích của lăng trụ

<p>Giải:</p> <p>a. Gọi H là hình chiếu \perp của A' trên (ABC). Do $A'A=A'B=A'C$ nên H là tâm của tam giác đều ABC.</p> <p>Ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{A'AH} = 60^\circ$</p> <p>Trong Δ vuông $AA'H$ ta có</p> $A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$ $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ <p>Vậy Thể tích khối lăng trụ là</p>	
---	--

$$V_{ABCA'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$$

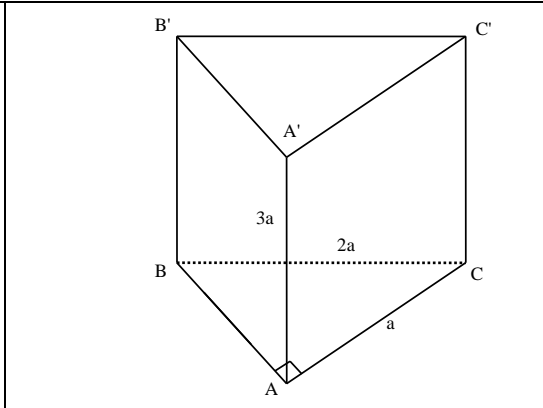
Bài tập 3: Tính thể tích của khối lập phương ABCD.A'B'C'D' có đường chéo bằng $AC' = 2a\sqrt{6}$

Giải:
 Gọi b là độ dài cạnh của khối lập phương ABCD.A'B'C'D'. Ta có
 $AC' = a\sqrt{2}$; $AA' = b$; $AC' = b\sqrt{3}$
 Mặt khác Theo giả thiết ta có $AC' = 2a\sqrt{6}$ nên
 $b\sqrt{3} = 2a\sqrt{6} \Rightarrow b = 2a\sqrt{2}$
 Khi đó $S_{ABCD} = (2a\sqrt{2})^2 = 8a^2$
 Vậy Thể tích khối lăng trụ là
 $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' =$
 $= 2a\sqrt{2} \cdot 8a^2 = 16a^2 \cdot \sqrt{2}$



Bài tập 4: Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C', đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$. Tính thể tích của lăng trụ

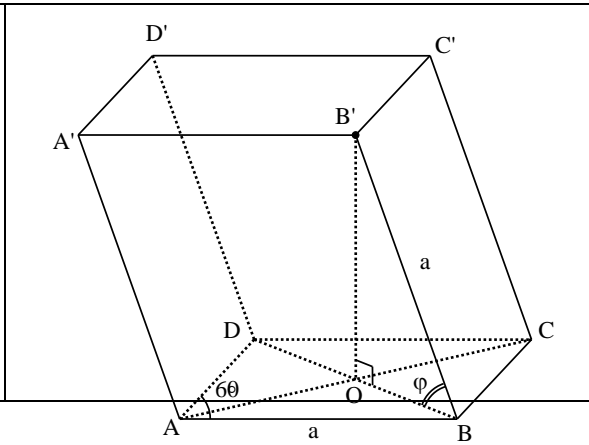
* Đường cao lăng trụ là $AA' = 3a$
 * Tính: $V_{ABC.A'B'C'} = Bh = S_{ABC} \cdot AA'$
 * Tính: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC$ (biết $AC = a$)
 * Tính AB: Trong $\Delta_{\text{vu}} ABC$ tại A, ta có:
 $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 4a^2 - a^2 = 3a^2$
 ĐS: $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$



Bài tập 5: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình thoi cạnh a, góc $\hat{A} = 60^\circ$. Chân đường vuông góc hạ từ B' xuống đáy ABCD trùng với giao điểm hai đường chéo của đáy. Cho $BB' = a$.

- a) Tính góc giữa cạnh bên và đáy
- b) Tính thể tích hình hộp

a) Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD
 * $B'O \perp (ABCD)$ (gt)
 * Góc giữa cạnh bên BB' và đáy (ABCD) là $\varphi = \widehat{B'BO}$
 * Tính $\varphi = \widehat{B'BO}$. Trong $\Delta_{\text{vu}} BB'O$ tại O, ta có:
 $\cos \varphi = \frac{OB}{BB'} = \frac{OB}{a}$
 + ΔABD đều cạnh a (vì $\hat{A} = 60^\circ$ và $AB = a$) $\Rightarrow DB = a$

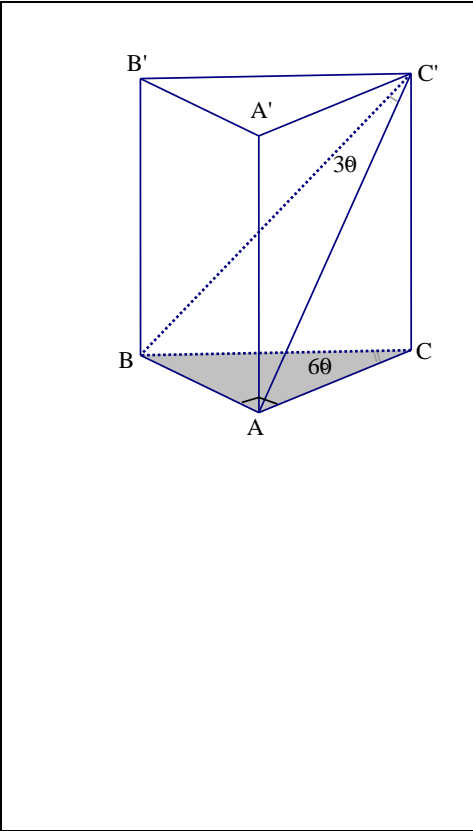


$\Rightarrow OB = \frac{1}{2} DB = \frac{a}{2}$. Suy ra: $\cos \varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$
 b) * Đáy ABCD là tổng của 2 Δ đều ABD và BDC
 $\Rightarrow S_{ABCD} = 2 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$
 * $V_{ABCD.A'B'C'D'} = Bh = S_{ABCD} \cdot B'O = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \cdot B'O$
 * Tính B'O: $B'O = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (vì $\Delta B'BO$ là nửa tam giác đều) ĐS: $\frac{3a^3}{4}$

Bài tập 6: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC = a$, $\hat{C} = 60^\circ$, đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ hợp với mặt bên $(ACC'A')$ một góc 30° .

a) Tính độ dài cạnh AC' b) Tính thể tích lăng trụ

* Xác định φ là góc giữa cạnh BC' và mp $(ACC'A')$
 + CM: $BA \perp (ACC'A')$
 $BA \perp AC$ (vì ΔABC vuông tại A)
 $BA \perp AA'$ ($ABC.A'B'C'$ lăng trụ đứng)
 + $\varphi = \hat{BC'A} = 30^\circ$
 Tính AC' : Trong $\Delta_v BAC'$ tại A
 (vì $BA \perp AC'$)
 $\tan 30^\circ = \frac{AB}{AC'} \Rightarrow AC' = \frac{AB}{\tan 30^\circ} = AB \sqrt{3}$
 * Tính AB: Trong $\Delta_v ABC$ tại A, ta có: $\tan 60^\circ = \frac{AB}{AC}$
 $\Rightarrow AB = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$ (vì $AC = a$). ĐS: $AC' = 3a$
 b) $V_{ABC.A'B'C'} = Bh = S_{ABC} \cdot CC'$
 Tính: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$
 Tính CC' : Trong $\Delta_v ACC'$ tại C, ta có: $CC'^2 = AC'^2 - AC^2 = 8a^2 \Rightarrow CC' = 2a\sqrt{2}$ ĐS: $V_{ABC.A'B'C'} = a^3 \sqrt{6}$



D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

- Câu 1:** Khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp đôi thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ:
 A. tăng 2 lần B. tăng 4 lần C. tăng 6 lần D. tăng 8 lần
- Câu 2:** Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là



A. $V = Bh$ B. $V = \frac{1}{3}Bh$ C. $V = \frac{1}{2}Bh$ D. $V = \frac{4}{3}Bh$

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là giao điểm của AC' và $B'D$. Phép đối xứng tâm O biến lăng trụ $ABD.A'B'D'$ thành hình đa diện nào sau đây:

A. $ABD.A'B'D'$ B. $BCD.B'C'D'$ C. $ACD.A'C'D'$ D. $ABC.A'B'C'$

Câu 4: Cho một khối lập phương biết rằng khi tăng độ dài cạnh của khối lập phương thêm 2cm thì thể tích của nó tăng thêm 98cm^3 . Hỏi cạnh của khối lập phương đã cho bằng:

A. 3 cm B. 4 cm C. 5 cm D. 6 cm

Câu 5: Một khối hộp chữ nhật (H) có các kích thước là a, b, c . Khối hộp chữ nhật (H') có các kích

thước tương ứng lần lượt là $\frac{a}{2}, \frac{2b}{3}, \frac{3c}{4}$. Khi đó tỉ số thể tích $\frac{V_{(H')}}{V_{(H)}}$ là

A. $\frac{1}{24}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 6: Cho hình lăng trụ tam giác đều có các cạnh đều bằng a . Thể tích khối lăng trụ đều là:

A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a^3}{3}$ C. $\frac{2a^3}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 7: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2\sqrt{2}\text{cm}$ và $AA_1 = 2\text{cm}$. Tính thể tích V của khối chóp BA_1ACC_1 .

A. $V = \frac{16}{3}\text{cm}^3$. B. $V = \frac{18}{3}\text{cm}^3$. C. $V = \frac{12}{3}\text{cm}^3$. D. $V = 8\text{cm}^3$.

Câu 8: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , diện tích mặt bên $ABB'A'$ bằng $2a^2$. Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 9: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , có cạnh $BC = a\sqrt{2}$ và $A'B = 3a$. Thể tích khối lăng trụ là.

A. $a^3\sqrt{3}$ B. $a^3\sqrt{2}$ C. $2a^3\sqrt{2}$ D. $3a^3\sqrt{2}$

Câu 10. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$, cạnh bên $AA' = 2a$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 11: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy là 30° . Hình chiếu của A' trên mặt phẳng đáy (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC . Thể tích khối lăng trụ là.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$



Câu 12: Với một tấm bìa hình vuông, người ta cắt bỏ ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12cm rồi gấp lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Nếu dung tích của cái hộp đó là 4800cm^3 thì cạnh tấm bìa có độ dài là

- A. 42cm B. 36cm C. 44cm D. 38cm

Câu 13: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , có cạnh $BC = a\sqrt{2}$ và $A'B = 3a$. Tính thể tích khối lăng trụ.

- A. $a^3\sqrt{3}$ B. $a^3\sqrt{2}$ C. $2a^3\sqrt{2}$ D. $3a^3\sqrt{2}$

Câu 14: Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 96. Thể tích của khối lập phương đó là:

- A. 84 B. 91 C. 64 D. 48

Câu 15: Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là (biết $AD' = 2a$)

- A. $V = a^3$ B. $V = 8a^3$ C. $V = 2\sqrt{2}a^3$ D. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$

Câu 16: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . AA' bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{7}}{4}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 17: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân, $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc 60° . Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$ C. a^3 D. $\frac{3a^3}{8}$

Câu 18: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân, $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối trụ

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 19: Cho hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh a và có góc nhọn bằng 60° . Đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của lăng trụ. Thể tích hình hộp là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 20: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$ biết BC' hợp với $(AA'C'C)$ một góc 30° . Thể tích lăng trụ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ B. $a^3\sqrt{7}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ D. $a^3\sqrt{6}$

Câu 21: Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy a và mặt phẳng (BDC') hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Thể tích khối hộp chữ nhật là

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ D. $a^3\sqrt{6}$

Câu 22: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và điểm A' cách đều A, B, C biết $AA' = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích lăng trụ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $a^3\sqrt{3}$

Câu 23: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 24: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là một tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và hình chiếu của A trên $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$. Tính thể tích của lăng trụ trên.

- A. $\frac{3a^3}{8}$ B. $\frac{a^3}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $3a^3$

Câu 25: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

- A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$ D. $\frac{3a^3}{8}$

CHỦ ĐỀ III : MẶT NÓN, MẶT TRỤ

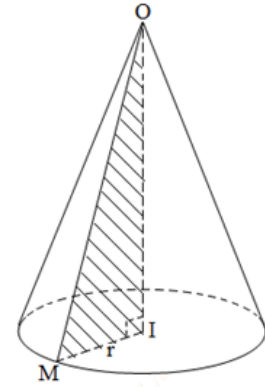
A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Mặt nón tròn xoay

+ Diện tích xung quanh của mặt nón: $S_{xq} = \pi rl$

+ Diện tích toàn phần của mặt nón: $S_{TP} = \pi rl + \pi r^2 = \pi r(l + r)$

+ Thể tích của khối nón: $V_n = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} \pi r^2 h$



Hình 2

2. Mặt trụ tròn xoay

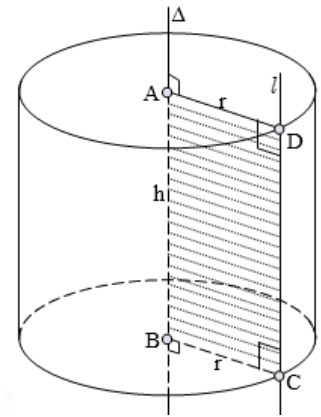
+ Diện tích xung quanh của mặt trụ: $S_{xq} = 2\pi rl$

+ Diện tích toàn phần của mặt trụ : $S_{TP} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi r(l + r)$

+ Thể tích của khối trụ : $V_{Tr} = Bh = \pi r^2 h$

* Chú ý :

- Mặt trụ có độ dài đường sinh bằng chiều cao.
- Diện tích xung quanh của mặt trụ bằng diện tích hình chữ nhật có hai kích thước là chu vi đường tròn đáy và độ dài đường sinh.
- Tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác đều trùng với trọng tâm của tam giác đều
- Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông trùng với trung điểm cạnh huyền.
- Tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp hình vuông trùng với tâm của hình vuông.
- Tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật trùng với tâm của hình chữ nhật.



B. KĨ NĂNG CƠ BẢN

- Xác định được bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp đa giác đáy của hình nón, hình trụ.
- Xác định được độ dài đường sinh.
- Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của mặt nón, mặt trụ.
- Tính thể tích của khối nón, khối trụ.

C. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

1) Mặt nón

Bài tập 1: Trong không gian, cho tam giác ABC

vuông tại A, $AC = 2a$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tính độ dài đường

sinh của hình nón nhận được khi quay tam

giác ABC quanh trục AB .

Lời giải: Độ dài đường sinh $l = BC = \frac{AC}{\sin \widehat{B}} = 4a$

Bài tập 2: Cho hình nón, mặt phẳng qua trục và cắt hình nón tạo ra thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Tính diện tích xung quanh của hình nón và thể tích của khối nón.

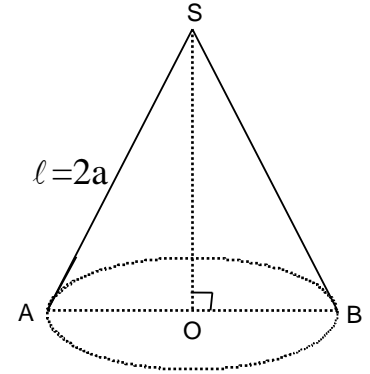
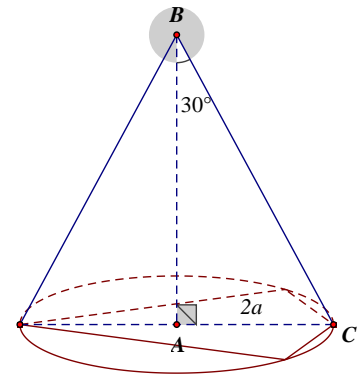
Lời giải

Mặt phẳng qua trục và cắt hình nón tạo ra tam giác đều cạnh $2a$

$$\Rightarrow l = 2R = 2a \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$$

Diện tích xung quanh : $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot a \cdot 2a = 2\pi a^2$

$$\text{Thể tích khối trụ : } V_{(nón)} = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$$



Bài tập 3: Một hình nón có đường sinh bằng $2a$ và thiết diện qua trục là tam giác vuông.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón

b) Tính thể tích của khối nón

Lời giải

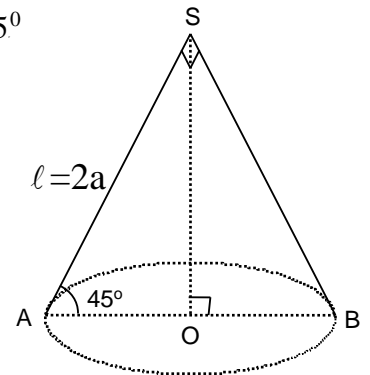
a) Thiết diện qua trục là tam giác SAB vuông cân tại S nên $\widehat{A} = \widehat{B} = 45^\circ$

$$\Rightarrow SO = OA = h = R = \frac{l}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot a\sqrt{2} \cdot 2a = 2\sqrt{2}\pi a^2$$

$$\Rightarrow S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = 2\sqrt{2}\pi a^2 + 2\pi a^2 = (2\sqrt{2} + 2)\pi a^2$$

$$\text{b) } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$$



Bài tập 4: Cho khối chóp đều S.ABCD có $AB = a$, gọi O là tâm của đáy, $\widehat{SAO} = 60^\circ$.

a) Tính thể tích khối chóp S.ABCD theo a.

b) Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông ABCD

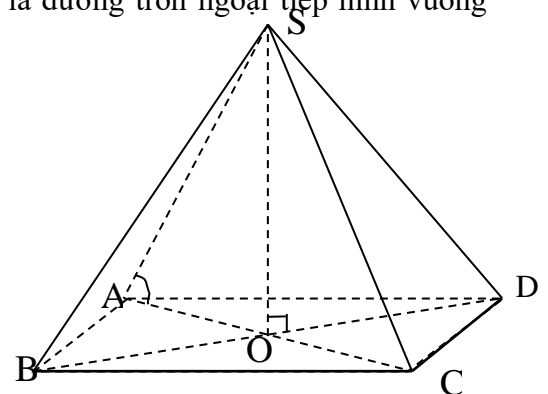
Lời giải

a) Vì S.ABCD đều nên $SO \perp (ABCD)$

Ta có : $S_{ABCD} = a^2$;

ΔSOA vuông tại O có :

$$SO = AO \tan \widehat{SAO} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$



$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} a^2 \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6} \quad (\text{đvtt})$$

b) Gọi l, r lần lượt là đường sinh, bán kính đáy của hình nón.

Ta có : $r = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$;

$$l = SA = \sqrt{SO^2 + AO^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{2} + \frac{a^2}{2}} = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{xq} = \pi r l = \pi \frac{a\sqrt{2}}{2} a\sqrt{2} = \pi a^2 \quad (\text{đvdt})$$

Bài tập 5: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc SAC bằng 45° .

a) Tính thể tích khối chóp.

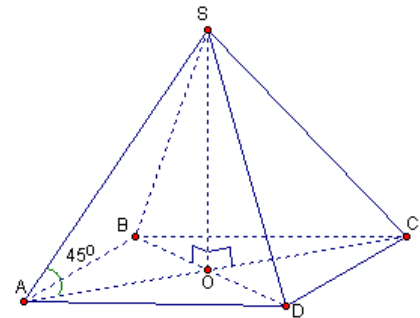
b) Tính diện tích xung quanh của mặt nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

Lời giải

a) Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

$$V = \frac{1}{3} B \cdot h; B = a^2; h = SO = OA \cdot \tan 45^\circ = a \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$$

b) Ta có $R = OA, l = SA = a$. Vậy $S_{xq} = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} a = \pi \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$



2) Mặt trụ

Bài tập 1: Cho hình trụ có bán kính $R = a$, mặt phẳng qua trục và cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $6a^2$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích của khối trụ.

Lời giải

Mặt phẳng qua trục và cắt hình trụ theo một hình chữ nhật $\Rightarrow S = l \cdot 2R = 6a^2$

$$\Rightarrow l = \frac{6a^2}{2R} = 3a$$

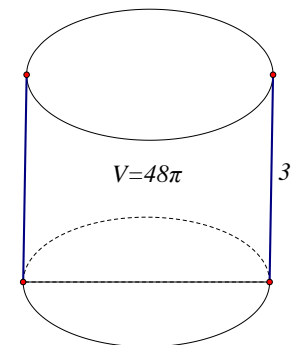
Diện tích xung quanh : $S_{xq} = 2\pi R l = 2\pi \cdot a \cdot 3a = 6\pi a^2$

Thể tích khối trụ : $V_{(T)} = \pi R^2 h = \pi \cdot a^2 \cdot 3a = 3\pi a^3$

Bài tập 2: Một thùng hình trụ có thể tích là 48π , chiều cao là 3. Tính diện tích xung quanh của thùng đó

Lời giải: $V = \pi R^2 h = 48\pi \Rightarrow R = \sqrt{\frac{48}{3}} = 4$

$$S_{xq} = 2\pi R l = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi \quad (\text{do } l = h)$$



Bài tập 3: Người ta cần đổ một ống thoát nước hình trụ với

chiều cao 200cm , độ dày của thành ống là 15cm , đường kính

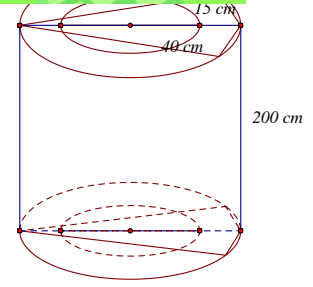
của ống là 80cm . Tính lượng bê tông cần phải đổ

Lời giải:

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối trụ bên ngoài và bên trong

Do đó lượng bê tông cần phải đổ là:

$$V = V_1 - V_2 = \pi \cdot 40^2 \cdot 200 - \pi \cdot 25^2 \cdot 200 = 195000\pi \text{cm}^3 = 0,195\pi \text{m}^3$$



Bài tập 4: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;r)$ và $(O';r)$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO' = r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là O' và có đáy là đường tròn $(O;r)$. Gọi S_1 là diện tích xung quanh hình trụ, S_2 là diện tích xung quanh hình nón. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$

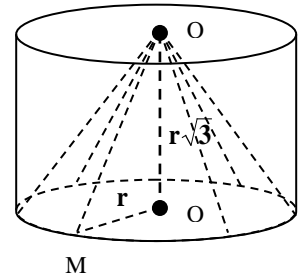
Lời giải :

$$S_1 = 2\pi r \cdot r\sqrt{3} = 2\pi r^2 \sqrt{3}$$

Gọi $O'M$ đường sinh của hình nón $O'M = \sqrt{OO'^2 + OM^2} = 2r$

$$S_2 = \pi r \cdot 2r = 2\pi r^2$$

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi r^2 \sqrt{3}}{2\pi r^2} = \sqrt{3}$



Bài tập 5: Trong không gian cho hình lập phương cạnh bằng a .

- Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a . Tính thể tích của khối trụ đó.
- Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a . Tính thể tích của khối trụ đó.

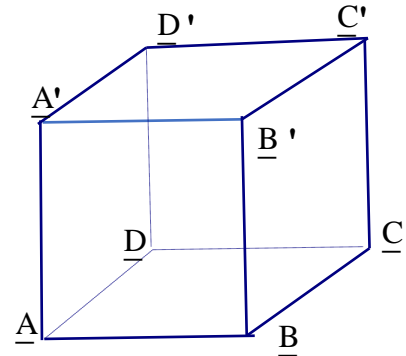
Lời giải:

a) Ta có: $r = \frac{a}{2}$; $h = a$

Vậy $V = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot a \Rightarrow V = \frac{\pi a^3}{4}$

b) Ta có: $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; $h = a$

Vậy $V = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot a \Rightarrow V = \frac{\pi a^3}{2}$

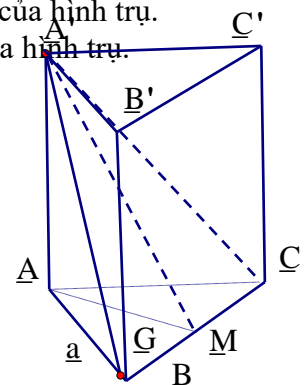


Bài tập 6: Cho hình lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , mặt phẳng $A'BC$ hợp với mặt phẳng đáy (ABC) một góc 60° .

- Một trụ tròn ngoại tiếp hình lăng trụ. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ.
- Một trụ tròn nội tiếp hình lăng trụ. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ.

Lời giải

a) Ta có: $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; $h = AA' = AM \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$



Vậy $S_{xq} = 2\pi.r.l = 2\pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{3a}{2} = a^2\sqrt{3}\pi$; $V = \pi r^2.h = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot \frac{3a}{2} = \frac{\pi a^3}{2}$

b) Ta có: $r = GM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Vậy $S_{xq} = 2\pi.r.l = 2\pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}\pi}{2}$; $V = \pi r^2.h = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 \cdot \frac{3a}{2} = \frac{\pi a^3}{8}$

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hình nón đỉnh S và đáy của hình nón là hình tròn tâm O bán kính R.

Biết $SO = h$. Đường sinh của hình nón bằng :

- A. $2\sqrt{R^2 + h^2}$ B. $\sqrt{R^2 + h^2}$ C. $\sqrt{h^2 - R^2}$ D. $2\sqrt{h^2 - R^2}$

Câu 2. Đường tròn đáy của một hình nón có đường kính bằng 8cm, đường cao 3cm. Giao của mặt phẳng chứa trục của hình nón và hình nón đó là một tam giác cân. Chu vi của tam giác đó là :

- A. 12cm B. 14cm C. 16cm D. 18cm

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 2cm$, $AC = 3cm$. Quay hình tam giác ABC quanh trục AB ta được hình nón có diện tích xung quanh là :

- A. $3\pi\sqrt{13}cm^2$ B. $\pi\sqrt{13}cm^2$ C. $3\pi\sqrt{5}cm^2$ D. $\pi\sqrt{5}cm^2$

Câu 4. Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là $(O; 2cm)$ và $(O'; 2cm)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với OO' và cắt OO' . (P) cắt hình trụ theo một đường tròn có chu vi là :

- A. $2\pi cm$ B. $4\pi cm$ C. $6\pi cm$ D. $8\pi cm$

Câu 5. Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là $(O; R)$ và $(O'; R)$, $OO' = h$. Mặt phẳng (P) chứa OO' . Thiết diện tạo bởi mp(P) và hình trụ có chu vi là :

- A. $2h + 4R$ B. $2h + 2R$ C. $h + 4R$ D. $h + 2R$

Câu 6. Cho hình nón có độ dài đường cao là $a\sqrt{3}$, bán kính đáy là a . Tính độ dài đường sinh l và độ lớn góc ở đỉnh α .

- A. $l = a$ và $\alpha = 30^0$ B. $l = 2a$ và $\alpha = 60^0$ C. $l = a$ và $\alpha = 60^0$ D. $l = 2a$ và $\alpha = 30^0$

Hướng dẫn:

Đường sinh $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a$

Ta có góc ở đỉnh 2α , với $\sin \alpha = \frac{r}{l} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^0 \Rightarrow 2\alpha = 60^0$. Đáp án: B

Câu 7. Một hình nón có bán kính đáy bằng R , đường cao $\frac{4R}{3}$. Khi đó góc ở đỉnh của hình nón là 2α là

- A. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ B. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ C. $\tan \alpha = \frac{3}{5}$ D. $\cot \alpha = \frac{3}{5}$

Hướng dẫn: $\sin \alpha = \frac{R}{\frac{5}{3}R} = \frac{3}{5}$

Câu 8. Cho tam giác đều ABC cạnh a quay xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

- A. πa^2 B. $2\pi a^2$ C. $\frac{1}{2}\pi a^2$ D. $\frac{3}{4}\pi a^2$

Hướng dẫn : Ta có: $l = a$; $r = \frac{a}{2}$. Vậy $S_{xq} = \pi.r.l = \frac{1}{2}\pi a^2$

Câu 9. Trong không gian cho tam giác ABC vuông cân tại A, $AB = AC = 2a$. Độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AC là

- A. $l = a\sqrt{2}$ B. $l = 2a\sqrt{2}$ C. $l = 2a$ D. $l = a\sqrt{5}$

Hướng dẫn: $l = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = 2a\sqrt{2}$

Câu 10. Cho hình nón, mặt phẳng qua trục và cắt hình nón tạo ra thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$.

Tính diện tích xung quanh của hình nón và thể tích của khối nón.

- A. $\sqrt{6}\pi a^2$; $9\pi a^3$ B. πa^2 ; $9\pi a^3$ C. $2\pi a^2$; $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $2\pi a^2$; $\sqrt{3}\pi a^3$

Hướng dẫn: Ta có bán kính $r = a$, độ dài đường sinh $l = 2a$, chiều cao $h = a\sqrt{3}$

Vậy $S_{xq} = 2\pi a^2$; $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 11. Một hình tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón tròn xoay còn ba đỉnh còn lại của tứ diện nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay là

- A. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi a^2\sqrt{2}$ B. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi a^2\sqrt{3}$ C. $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{2}$ D. $S_{xq} = \frac{1}{2}\pi a^2\sqrt{3}$

Hướng dẫn: Độ dài đường sinh $l = a$, bán kính $r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Vậy $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi a^2\sqrt{3}$

Câu 12. Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay được sinh ra bởi đoạn thẳng AC' của hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông ABCD và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông

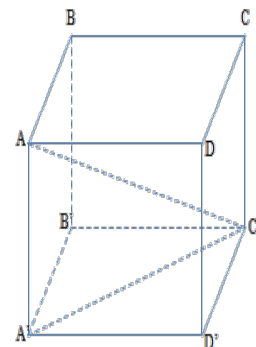
- A. πb^2 B. $\pi b^2\sqrt{2}$ C. $\pi b^2\sqrt{3}$ D. $\pi b^2\sqrt{6}$

Hướng dẫn:

$r = b\sqrt{2}$; $l = b\sqrt{3}$

$S = \pi r.l = \pi b^2\sqrt{6}$

Câu 13. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông ABCD và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông



A'B'C'D'. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$; B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$; C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{4}$; D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{2}$

Hướng dẫn: Độ dài đường sinh bằng: $l = \sqrt{a^2 + (\frac{1}{2}a)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Diện tích xung quanh hình nón bằng: $S_{xq} = \pi r l = \pi \frac{a}{2} \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{4}$

Câu 14. Cho hình chóp đều S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng 60° . Một hình nón có đỉnh trùng với đỉnh S của hình chóp, đáy của nón ngoại tiếp đáy của hình chóp. Diện tích xung quanh của hình nón là

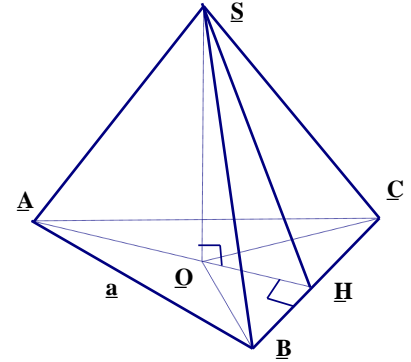
- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{21}}{6}$ B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{2}$ C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{3}$ D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$

Hướng dẫn: Ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $r = OA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; $OH = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Góc giữa mặt bên với mặt đáy là góc $SHO = 60^\circ$

Suy ra $SO = OH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2} \Rightarrow l = SA = \sqrt{OA^2 + SO^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$

Vậy $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{6} = \frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$



Câu 15. Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích 27cm^3 . Với chiều cao h và bán kính đáy là r. Tìm r để lượng giấy tiêu thụ ít nhất.

- A. $r = \sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$ B. $r = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$ C. $r = \sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$ D. $r = \sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$

Hướng dẫn :

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{3V}{\pi R^2} = \frac{3^4}{\pi R^2}$$

$$S_{xq} = \pi R l = \pi R \sqrt{h^2 + R^2} = \pi R \sqrt{\left(\frac{3^4}{\pi R^2}\right)^2 + R^2} = \pi R \sqrt{\frac{3^8 + \pi^2 \cdot R^6}{\pi^2 \cdot R^4}}$$

$$= \frac{\sqrt{3^8 + \pi^2 \cdot R^6}}{R}$$

$$S_{xq}' = \frac{3\pi^2 R^6 - (3^8 + \pi^2 \cdot R^6)}{R \sqrt{3^8 + \pi^2 \cdot R^6}} = \frac{2\pi^2 R^6 - 3^8}{R \sqrt{3^8 + \pi^2 \cdot R^6}};$$

$$S_{xq}' = 0 \Leftrightarrow 2\pi^2 R^6 - 3^8 = 0 \Leftrightarrow R^6 = \frac{3^8}{2\pi^2} \Leftrightarrow R = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}} (R > 0)$$

Lập bảng xét dấu S' ta đc min S đạt khi $R = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$ Chọn B

Câu 16. Trong không gian cho hình chữ nhật ABCD có AB = 4 và BC = 2. Quay hình chữ nhật ABCD xung quanh trục BC ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. 10π

B. 12π

C. 4π

D. 16π

Hướng dẫn: Ta có $r = 4; l = 2$. Vậy $S_{xq} = 2\pi \cdot 4 \cdot 2 = 16\pi$

Câu 17. Trong không gian cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 4$ và $BC = 2$. Gọi P, Q lần lượt là các điểm trên cạnh AB và CD sao cho: $BP = 1, QD = 3QC$. Quay hình chữ nhật APQD xung quanh trục PQ ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. 10π

B. 12π

C. 4π

D. 6π

Hướng dẫn: Ta có $r = 3; l = 2$. Vậy $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 3 \cdot 2 = 12\pi$. Chọn B

Câu 18. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông ABCD và A'B'C'D'. Diện tích S là :

A. πa^2

B. $\pi a^2 \sqrt{2}$

C. $\pi a^2 \sqrt{3}$

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$

Hướng dẫn: $r = \frac{a}{2}; l = a \Rightarrow S = 2\pi \cdot r \cdot l = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \pi a^2$

Câu 19. Một hình trụ có hai đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính R, chiều cao hình trụ là

$R\sqrt{2}$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ và thể tích khối trụ.

A. $2\pi(\sqrt{2} + 1)R^2; \pi R^3$

B. $2\pi(\sqrt{2} + 1)R^2; \pi R^3 \sqrt{2}$

C. $\pi(\sqrt{2} + 1)R^2; \pi R^3 \sqrt{2}$

D. $\pi(\sqrt{2} + 1)R^2; \pi R^3$

Hướng dẫn: Áp dụng công thức có đáp án là phương án B

Câu 20. Cho hình lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$

A. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{2}$

B. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{2}$

C. $\frac{S_2}{S_1} = \pi$

D. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$

Hướng dẫn: $S_1 = 6a^2; S_2 = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \pi a^2 \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$... Đáp án : D

Câu 21. Một hình trụ có 2 đáy là 2 hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a. Thể tích của khối trụ đó là:

A. $\frac{1}{2} a^3 \pi$

B. $\frac{1}{4} a^3 \pi$

C. $\frac{1}{3} a^3 \pi$

D. $a^3 \pi$

Hướng dẫn: Ta có $r = \frac{a}{2}; h = a$. Vậy $V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 a = \frac{1}{4} a^3 \pi$

Câu 22. Cho hình lăng trụ đứng ABCA'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc giữa mặt phẳng (A'BC) với mặt đáy bằng 45° . Một hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ. Thể tích của khối trụ tròn là

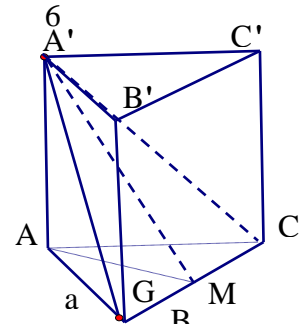
A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{21}}{6}$

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{18}$

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{6}$

Hướng dẫn: Ta có: $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$



$$h = AA' = AM \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$$

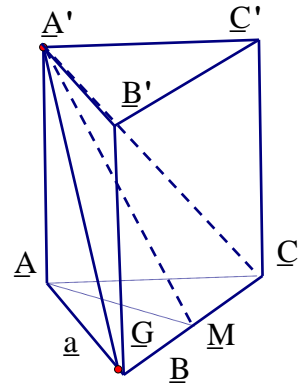
Câu 23. Cho hình lăng trụ đứng ABCA'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc giữa mặt phẳng (A'BC) với mặt đáy bằng 30°. Một hình trụ nội tiếp hình lăng trụ. Thể tích của khối trụ tròn là

- A. $\frac{\pi a^2}{24}$ B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$ C. $\frac{\pi a^3}{72}$ D. $\frac{\pi a^3}{24}$

Hướng dẫn: Ta có: $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = GM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

$$h = AA' = AM \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2}$$

$$\text{Vậy } V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{24}$$



Câu 24. Người ta bỏ 3 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 3 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S₁ là tổng diện tích của 3 quả bóng bàn, S₂ là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số S₁/S₂ bằng:

- A. 1 B. 2 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{6}{5}$

Hướng dẫn: Nếu gọi r là bán kính quả bóng thì bán kính trụ bằng r và đường sinh trụ bằng 6r.

$$S_2 = 2\pi \cdot r \cdot l = 2\pi r \cdot 6r = 12\pi r^2$$

$$S_1 = 3(4\pi r^2) = 12\pi r^2. \text{ Vậy tỉ số bằng 1. Chọn A}$$

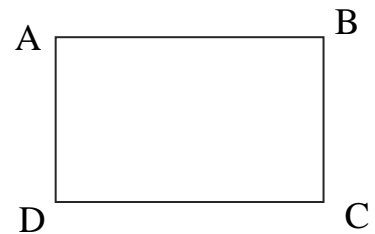
Câu 25. Cần thiết kế các thùng dạng hình trụ có nắp đậy để đựng sản phẩm đã được chế biến có dung tích định sẵn V (cm³). Hãy xác định bán kính đáy của hình trụ theo V để tiết kiệm vật liệu nhất

- A. $r = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi^2}}$ B. $r = \sqrt[3]{\frac{2V}{\pi^2}}$ C. $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{2\pi^2}}$ D. $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi^2}}$

Hướng dẫn: Ta có: $V = \pi r^2 h$; chu vi đường tròn đáy $AB = 2\pi r$
chiều cao $h = BC$. Để tiết kiệm vật liệu nhất thì hình chữ nhật

ABCD phải là hình vuông hay $BC = AB \Leftrightarrow h = 2\pi r$

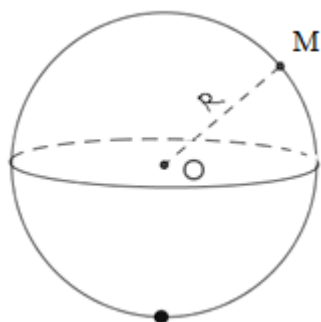
$$\text{Nên ta có: } V = \pi r^2 \cdot 2\pi r \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi^2}}$$



CHỦ ĐỀ 4: MẶT CẦU

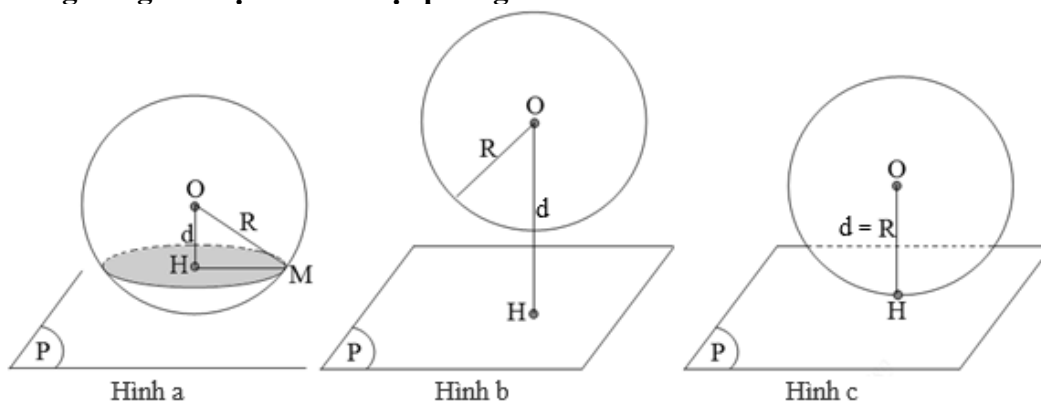
A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa mặt cầu



- **Mặt cầu:** $S(O; R) = \{M | OM = R\}$
- **Khối cầu:** $V(O; R) = \{M | OM \leq R\}$

2. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng



Cho mặt cầu $S(O; R)$ và mặt phẳng (P) . Gọi $d = d(O; (P))$.

- Nếu $d < R$ thì (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn nằm trên (P) , có tâm H và bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2}$.
 - Nếu $d = R$ thì (P) tiếp xúc với (S) tại tiếp điểm H . ((P) được gọi là tiếp diện của (S))
 - Nếu $d > R$ thì (P) và (S) không có điểm chung.
- Khi $d = 0$ thì (P) đi qua tâm O và được gọi là mặt phẳng kính, đường tròn giao tuyến có bán kính bằng R được gọi là đường tròn lớn.

3. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng

Cho mặt cầu $S(O; R)$ và đường thẳng Δ . Gọi $d = d(O; \Delta)$.

- Nếu $d < R$ thì Δ cắt (S) tại hai điểm phân biệt.
- Nếu $d = R$ thì Δ tiếp xúc với (S) . (Δ được gọi là tiếp tuyến của (S)).
- Nếu $d > R$ thì Δ và (S) không có điểm chung.

4. Diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu

+ Diện tích của mặt cầu : $S_C = 4\pi r^2$

+ Thể tích của khối cầu : $V_C = \frac{4}{3}\pi r^3$

B. KĨ NĂNG CƠ BẢN

1. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp:

a) Cách xác định tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

– Xác định trục Δ của đáy (Δ là đường thẳng vuông góc với đáy tại tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy).

– Xác định mặt phẳng trung trực (P) của một cạnh bên.

– Giao điểm của (P) và Δ là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

b) Cách tìm bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

- Nếu hình chóp có một cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy thì áp dụng công thức Pitago

- Nếu hình chóp là hình chóp đều thì áp dụng tỉ lệ đồng dạng của hai tam giác.

2. Mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đứng:

- Xác định trục Δ của hai đáy (Δ là đường thẳng vuông góc với đáy tại tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy).

- Trung điểm đoạn nối hai tâm đa giác đáy là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đứng

C. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài tập 1: Cho mặt cầu có bán kính $R = a\sqrt{3}$. Tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu.

Lời giải: Ta có $S = 4\pi R^2 = 4\pi(a\sqrt{3})^2 = 12\pi a^2$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(a\sqrt{3})^3 = 4\pi a^3\sqrt{3}$$

Bài tập 2: Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 3, AC = 4, SA$ vuông góc với đáy, $SA = 2\sqrt{14}$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

Lời giải

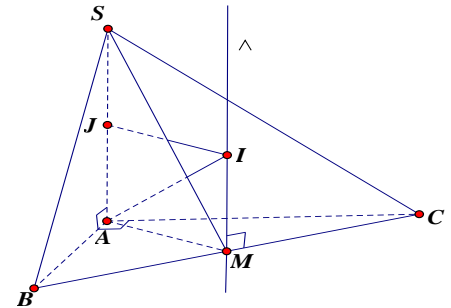
Gọi M là trung điểm của BC . Từ M kẻ đường thẳng $\Delta // SA$.

Khi đó Δ là trục của đường tròn ngoại tiếp ΔABC . Đường trung trực của cạnh bên SA qua trung điểm J và cắt Δ tại I .

Suy ra I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

$$\text{Có bán kính } R = IA = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \frac{9}{2}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{9}{2}\right)^3 = \frac{729}{6}\pi$$



Bài tập 3: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên tạo với mặt đáy một góc 60° . Một mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu đó.

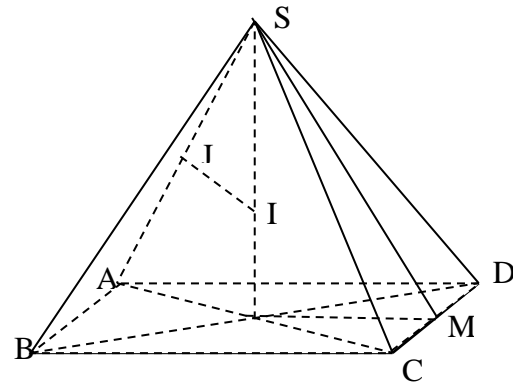
Lời giải

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Từ O kẻ đường thẳng $\Delta \perp (ABCD)$. Khi đó Δ

là trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Đường trung trực của cạnh bên SA

qua trung điểm J và cắt Δ tại I .

Suy ra I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$



và bán kính $R = IS$

Ta có: $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ $OM = \frac{a}{2} \Rightarrow SO = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{SO^2 + OM^2} = a$

Do ΔSJI đồng dạng với ΔSOA ta có: $\frac{SI}{SA} = \frac{SJ}{SO} \Leftrightarrow SI = \frac{SJS.A}{SO} = \frac{SA^2}{2.SO} = \frac{a^2}{a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Vậy $S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{4}{3}\pi a^2$; $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \frac{4}{27}\pi a^3 \sqrt{3}$

Bài tập 4: Trong không gian cho hình lập phương cạnh bằng a.

a) Một mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh a.

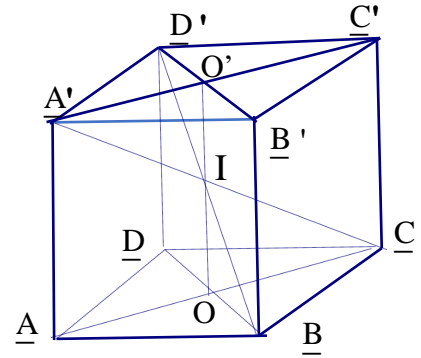
Tính diện tích mặt cầu và thể tích của khối cầu.

b) Một mặt cầu nội tiếp hình lập phương cạnh a.

Tính diện tích mặt cầu và thể tích của khối cầu

Lời giải

Ta có tâm I của mặt cầu nội tiếp và ngoại tiếp hình lập phương ABCDA'B'C'D' là giao của hai đường chéo A'C với D'B



a) Ta có $BD = a\sqrt{2}$; $DD' = a \Rightarrow BD' = \sqrt{BD^2 + DD'^2} = a\sqrt{3}$

Bán kính $R = \frac{1}{2}BD' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Vậy $S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi a^2$; $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{1}{2}\pi a^3 \sqrt{3}$

b) Ta có $OO' = a \Rightarrow R = IO = \frac{a}{2}$

Vậy $S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \pi a^2$; $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{1}{6}\pi a^3$

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho điểm O cố định và điểm M thỏa mãn $OM = 6cm$. Phát biểu nào sau đây là đúng

- A.** M thuộc đường tròn tâm O bán kính 3cm.
- B.** M thuộc mặt cầu tâm O bán kính 3cm.
- C.** M thuộc mặt cầu tâm O bán kính 6cm.
- D.** M thuộc mặt cầu tâm O bán kính 12cm.

Câu 2. Cho mặt cầu tâm O bán kính 10cm. Điểm M cách O một khoảng bằng 5cm. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

- A.** Điểm M nằm ngoài mặt cầu.
- B.** Điểm M nằm trong mặt cầu.
- C.** Điểm M nằm trên mặt cầu.
- D.** Khoảng cách từ M đến O nhỏ hơn bán kính mặt cầu.

Câu 3. Cho mặt cầu (S) tâm O bán kính R và điểm H thỏa mãn $OH = R$, mp(P) chứa H và vuông góc với đường thẳng OH. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

- A.** Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S).
- B.** Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.

C. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S), giao tuyến là một đường thẳng.

D. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S), giao tuyến là một đường tròn.

Câu 4. Cho mặt cầu (S) tâm O bán kính R và điểm I thỏa mãn $OI < R$, (P) là mặt phẳng chứa I. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

A. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S).

B. Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.

C. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S), giao tuyến là một đường thẳng.

D. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S), giao tuyến là một đường tròn.

Câu 5. Cho mặt cầu tâm O đi qua hai điểm phân biệt A, B. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

A. $OA \neq OB$

B. O thuộc mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

C. O, A, B là ba đỉnh của một tam giác vuông.

D. O, A, B là ba đỉnh của một tam giác cân.

Câu 6. Cho mặt cầu (S) tâm O bán kính R và điểm I thỏa mãn $OI < R$, đường thẳng (d) chứa điểm I. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

A. Đường thẳng (d) tiếp xúc với mặt cầu (S).

B. Đường thẳng (d) và mặt cầu (S) không có điểm chung.

C. Đường thẳng (d) cắt mặt cầu (S), (d) và mặt cầu có hai điểm chung.

D. Đường thẳng (d) cắt mặt cầu (S), (d) và mặt cầu có duy nhất một điểm chung.

Câu 7. Cho mặt cầu (S) tâm O bán kính 3cm. Điểm A nằm ngoài mặt cầu và cách O một khoảng 5cm. Đường thẳng AB tiếp xúc với mặt cầu, B là tiếp điểm. Độ dài đoạn thẳng AB là

A. 3cm

B. 4cm

C. 5cm

D. $3\sqrt{2}$ cm

Câu 8. Cho mặt cầu tâm O đi qua ba điểm phân biệt A, B, C. Hình chiếu vuông góc của O lên mp(ABC) là :

A. Trọng tâm tam giác ABC.

B. Trục tâm tam giác ABC.

C. Tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

D. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Câu 9. Cho hai điểm A, B thuộc mặt cầu tâm O bán kính R (O không thuộc đoạn thẳng AB), H là hình chiếu vuông góc của O lên AB. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

A. $AB^2 + OH^2 = R^2$

B. $AB^2 + OH^2 = 4R^2$

C. $AB^2 + 4OH^2 = 4R^2$

D. $AB^2 + 4OH^2 = R^2$

Câu 10. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

A. Bất kỳ một hình tứ diện nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.

B. Bất kỳ một hình chóp đều nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.

C. Bất kỳ một hình hộp nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.

D. Bất kỳ một hình hộp chữ nhật nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 11. $mp(P)$ cắt mặt cầu (O, R) theo một đường tròn. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

- A. O là tâm đường tròn giao tuyến.
- B. Tâm đường tròn giao tuyến không thuộc (P) .
- C. Tâm đường tròn giao tuyến là điểm đối xứng với O qua (P) .
- D.** Tâm đường tròn giao tuyến là hình chiếu vuông góc của O lên (P) .

Câu 12. $mp(P)$ tiếp xúc với mặt cầu tâm O bán kính R tại A. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

- A.** Đường thẳng OA vuông góc với $mp(P)$.
- B. Hình chiếu vuông góc của O lên (P) khác A
- C. Khoảng cách từ O đến (P) khác R.
- D.** $OA > OM$, với M là điểm bất kỳ thuộc (P) .

Câu 13. Một khối cầu có bán kính $2R$ thì có thể tích bằng:

- A. $\frac{4\pi R^3}{3}$
- B. $4\pi R^2$
- C.** $\frac{32\pi R^3}{3}$
- D. $\frac{16\pi R^3}{3}$

Hướng dẫn: $V = \frac{4}{3}\pi(2R)^3 = \frac{32\pi R^3}{3}$ Đáp án: C

Câu 14. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD A' B' C' D'$ có : $AB = a, AD = 2a, AA' = 2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB' D'$ là :

- A. a
- B. $2a$
- C. $\frac{a}{2}$
- D.** $\frac{3a}{2}$

Câu 15. Một quả địa cầu có bán kính 22 cm. Diện tích xung quanh của quả địa cầu là :

- A.** $1936\pi cm^2$
- B. $936\pi cm^2$
- C. $484\pi cm^2$
- D. $5324\pi cm^2$

Câu 16. Cho hình cầu có bán kính $R = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối cầu tương ứng là :

- A. $4a^3\sqrt{3}$
- B.** $4\pi a^3\sqrt{3}$
- C. $\frac{4}{3}a^3\sqrt{3}$
- D. $\frac{4}{3}\pi a^3\sqrt{3}$

Câu 17. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a, AC = a\sqrt{3}$. Quay đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC quanh trục BC ta được mặt cầu có diện tích là :

- A. $16\pi a^2$
- B. $12\pi a^2$
- C.** $4\pi a^2$
- D. $2\pi a^2$

Câu 18. Xếp 7 viên bi cùng bán kính r vào một lọ hình trụ sao cho tất cả các viên bi cùng tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với các viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của hình trụ. Khi đó diện tích đáy của lọ hình trụ là :

- A. $36\pi r^2$
- B. $18\pi r^2$
- C. $16\pi r^2$
- D.** $9\pi r^2$

Câu 19. Cho điểm I nằm ngoài mặt cầu tâm O bán kính R. Đường thẳng d_1 đi qua I và cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt A và B. Đường thẳng d_2 đi qua I và cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt C và D. Độ dài $IA = 3cm, IB = 8cm, IC = 4cm$. Độ dài đoạn ID là :

- A. $3cm$
- B. $4cm$
- C.** $6cm$
- D. $8cm$

Câu 20. Cho mặt cầu (S) tâm I bán kính $R = 3$. Mặt phẳng (P) cách tâm I một khoảng $\sqrt{5}$, cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C). Tính chu vi của (C).

- A. 2π
- B.** 4π
- C. 8π
- D. 10π

Câu 21. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 1. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $V = \frac{2\pi}{3}$ **B.** $V = \frac{\sqrt{2}\pi}{3}$ C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$ D. $V = \frac{2\pi}{3}$.

Hướng dẫn: Bán kính của khối cầu ngoại tiếp hình chóp là: $R = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow V = \frac{\pi\sqrt{2}}{3}$

Câu 22. Cho hình chóp $D.ABC$ có $DA \perp (ABC)$, đáy ABC là tam giác vuông tại B . Đặt $AB = c, BC = a, AD = b$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

- A. $\frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ **B.** $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ C. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ D. $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Hướng dẫn: Gọi M là trung điểm của AC , Gọi I là trung điểm của DC , ta có:

$$R^2 = \frac{1}{4}IM^2 + \frac{1}{4}AM^2 = \frac{1}{4}b^2 + \frac{1}{4}(a^2 + c^2) \quad \text{Đáp án: B}$$

Câu 23: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Thể tích của khối cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của tứ diện $ABCD$ bằng:

- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{8}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{24}$ C. $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{9}$ D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}$

Hướng dẫn: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD .

$$\text{Ta có } MN = \sqrt{AN^2 - AM^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Bán kính khối cầu là: } r = \frac{MN}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \text{Thể tích khối cầu là: } V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{24}$$

Câu 24. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a và cạnh bên tạo với đáy một góc bằng 60° . Diện tích của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

- A. $S = \frac{16\pi a^2}{3}$ **B.** $S = \frac{16\pi a^2}{9}$ C. $S = \frac{8\pi a^2}{3}$ D. $S = \frac{8\pi a^2}{9}$

Hướng dẫn: Ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}; OA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

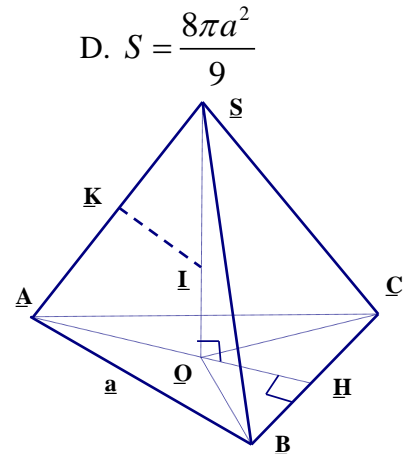
Góc giữa cạnh bên với mặt đáy là góc $SAO = 60^\circ$

$$\text{Suy ra } SO = OA \cdot \tan 60^\circ = a \Rightarrow SA = \sqrt{OA^2 + SO^2} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

$$\Delta SKI \text{ đồng dạng } \Delta SOA \Rightarrow \frac{SI}{SA} = \frac{SK}{SO} \Leftrightarrow R = SI = \frac{SA \cdot SK}{SO} = \frac{SA^2}{2 \cdot SO}$$

$$\text{Bán kính mặt cầu là } R = \frac{2a}{3}$$

$$\text{Thể tích } S = 4\pi R^2 = \frac{16\pi a^2}{9}$$



Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.



A. $\frac{5\pi a^3 \sqrt{15}}{18}$

B. $\frac{5\pi a^3 \sqrt{15}}{54}$

C. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$

D. $\frac{5\pi a^3}{3}$

Hướng dẫn : Gọi H là trung điểm của AB. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm tam giác đều ABC, SAB.
 Dựng d là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC; d' là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

d và d' cắt nhau tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABC.

Ta có: $G'H = \frac{a\sqrt{3}}{6}; GH = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{6}}{6}$

Bán kính mặt cầu: $r = \sqrt{IH^2 + HA^2} = \frac{a\sqrt{15}}{6}$

Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC là: $V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{5\pi a^3 \sqrt{15}}{54}$



KIỂM TRA 45 PHÚT
THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN
MẶT NÓN- MẶT TRỤ- MẶT CẦU

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức :

- Nắm vững kiến thức cơ bản về
 - + Khối đa diện và thể tích của khối đa diện, các công thức tính thể tích của khối hộp chữ nhật, khối chóp, khối lăng trụ.
 - + Các công thức tính diện tích xung quanh, tính thể tích của mặt nón, mặt trụ và mặt cầu.
 - + Biết vận dụng tính thể tích và giải một số bài toán liên quan tới thể tích.

2. Về kĩ năng :

- + Tính được thể tích của các khối đa diện đơn giản.
- + Tính được diện tích và thể tích của các khối tròn xoay và vận dụng giải một số bài toán hình học.

3. Về thái độ : Nghiêm túc làm bài, cẩn thận chính xác

II. HÌNH THỨC KIỂM TRA.

- Hình thức: Kiểm tra trắc nghiệm
- Học sinh làm bài trên lớp

III. MA TRẬN

MA TRẬN NHẬN THỨC

Chủ đề mạch kiến thức, kỹ năng	Tầm quan trọng (mức cơ bản trọng tâm của KTKN)	Trọng số (mức độ nhận thức của chuẩn KTKN)	Tổng điểm	
			Theo ma trận nhận thức	Theo thang điểm
1. Khái niệm khối đa diện. Khối đa diện lồi. Khối đa diện đều	10	1	10	0,8
2. Thể tích khối chóp	15	3	45	2
3. Thể tích khối lăng trụ	15	3	45	2
4. Mặt nón	20	2	40	1,6
5. Mặt trụ	20	2	40	1,6
6. Mặt cầu	20	2	40	2
Tổng	100%		220	10

MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA

Chủ đề mạch kiến thức, kỹ năng	Mức độ nhận thức				Tổng
	Nhận biết 1	Thông hiểu 2	Vận dụng 3	Khả năng cao hơn 4	
1. Khái niệm khối đa diện. Khối đa diện lồi. Khối đa diện đều	Câu 1,2 0,8				2 0,8

2. Thể tích khối chóp	Câu 3 0,4	Câu 4,5 0,8	Câu 6 0,4	Câu 7 0,4	5 2
3. Thể tích khối lăng trụ	Câu 8 0,4	Câu 9,10 0,8	Câu 11 0,4	Câu 12 0,4	5 2
4. Mặt nón	Câu 13 0,4	Câu 14 0,4	Câu 15 0,4	Câu 16 0,4	4 1,6
5. Mặt trụ	Câu 17 0,4	Câu 18 0,4	Câu 19,20 0,8		4 1,6
6. Mặt cầu	Câu 21 0,4	Câu 22 0,8	Câu 23,24,25 0,4		5 2
Tổng	7 2,8	7	8 3,2	3 1,2	25 10

ĐỀ KIỂM TRA

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Hình lập phương là đa diện lồi.
- B. Tứ diện là đa diện lồi.
- C. Hình hộp là đa diện lồi.
- D. Hình tạo bởi hai khối lăng trụ có chung một mặt bên là một hình đa diện lồi.

Câu 2: Số đỉnh của hình bát diện đều là:

- A. 4.
- B. 6.
- C. 8.
- D. 12.

Câu 3: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

- A. $V = \frac{1}{3} Bh.$
- B. $V = Bh.$
- C. $V = \frac{1}{2} Bh.$
- D. $V = \frac{4}{3} Bh^2.$

Câu 4: Cho hình chóp tứ giác đều cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của hình chóp đó.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$
- B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}.$
- C. $\frac{a^3}{2}.$
- D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.



A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{3a^3}{8}$.

D. $\frac{3a^3}{6}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a$, $AD = 2a$. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SD = 3a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{15}$.

Câu 8: Thể tích của hình lập phương cạnh bằng a là:

A. $2a^3$

B. $\frac{a^3}{2}$

C. $\frac{a^3}{3}$

D. a^3

Câu 9: Một bể nước hình hộp chữ nhật có số đo chiều dài, chiều rộng, chiều cao lần lượt là 3m, 2m, 2m. Thể tích của bể đó bằng

A. 4 m^3

B. 12 m^3

C. 8 m^3

D. 7 m^3

Câu 10: Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 96 m^2 . Thể tích của khối lập phương đó bằng

A. 84 m^3

B. 91 m^3

C. 64 m^3

D. 48 m^3

Câu 11: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 12: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$, cạnh bên $AA' = 2a$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 13: Với S_{xq} là diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy là r và đường sinh là l được cho bởi công thức nào sau đây:

A. $S_{xq} = 2\pi rl$

B. $S_{xq} = \pi rl$.

C. $S_{xq} = \pi^2 rl$

D. $S_{xq} = \pi r^2 l$

Câu 14: Cho hình nón đỉnh O , tâm đáy là I , đường sinh $OA = 4$, $S_{xq} = 8\pi$. Tìm kết luận **sai**:

A. $R = 2$

B. $h = 2\sqrt{3}$

C. $S_{\text{day}} = 4\pi$

D. $V = \frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

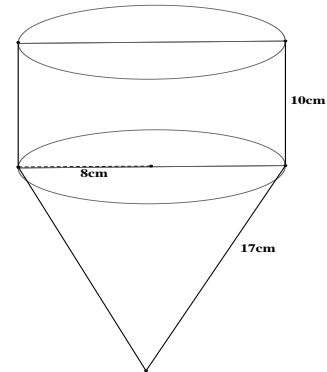
Câu 15: Cho tam giác đều ABC cạnh a quay quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung

quanh của hình nón đó là:

- A. $2\pi a^2$ B. πa^2 **C.** $\frac{\pi a^2}{2}$ D. $\frac{3\pi a^2}{4}$

Câu 16: Một cái phễu rỗng phần trên có kích thước như hình vẽ. tích xung quanh của phễu là:

- A. $S_{xq} = 360\pi \text{ cm}^2$ B. $S_{xq} = 424\pi \text{ cm}^2$
C. $S_{xq} = 296\pi \text{ cm}^2$ D. $S_{xq} = 960\pi \text{ cm}^2$



Câu 17: Cho hình vuông ABCD có cạnh a. Gọi I, H lần lượt là trung điểm của AB và CD. Cho hình vuông đó quay quanh trục IH thì tạo nên một hình trụ. Tìm kết luận **sai**:

- A. $S_{xq} = \pi a^2$ B. $l = a$ C. $V = \frac{\pi a^3}{4}$ **D.** $S_{\text{day}} = \pi a^2$.

Câu 18: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a. Thể tích của khối trụ đó là:

- A. $\frac{1}{2}a^3\pi$ **B.** $\frac{1}{4}a^3\pi$. C. $\frac{1}{3}a^3\pi$ D. $a^3\pi$

Câu 19: Một hình trụ có bán kính đáy là a. A và B là 2 điểm trên 2 đường tròn đáy sao cho AB = 2a và tạo với trục của hình trụ một góc 30° . Tìm kết luận **đúng**:

- A. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $h = a\sqrt{3}$. C. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Câu 20: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông ABCD và A'B'C'D'. Diện tích S là :

- A. πa^2 **B.** $\pi a^2\sqrt{2}$. C. $\pi a^2\sqrt{3}$ D. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$

Câu 21: Diện tích S của một mặt cầu có bán kính r được xác định bởi công thức nào sau đây:

- A. $S = 4\pi r$ **B.** $S = 4\pi r^2$. C. $S = 4\pi^2 r^2$ D. $S = 4r^2$

Câu 22: Thể tích V của một mặt cầu có bán kính r được xác định bởi công thức nào sau đây:

- A. $V = \frac{4\pi r}{3}$ B. $V = \frac{4\pi^2 r^2}{3}$ **C.** $V = \frac{4\pi r^3}{3}$. D. $V = \frac{4\pi^2 r^3}{3}$

Câu 23: Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a,b,c. Khi đó mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có bán kính r bằng:

- A.** $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. B. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. C. $\sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$ D. $\frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$



Câu 24: Cho tứ diện OABC có OA,OB,OC đôi một vuông góc nhau và $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$. Diện tích của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp S.ABC bằng:

- A. $S = 14\pi a^2$. B. $S = 12\pi a^2$ C. $S = 10\pi a^2$ D. $S = 8\pi a^2$

Câu 25: Cho hình tứ diện S.ABC có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc nhau và $SA = a, SB = SC = 2a$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC. Gọi S' là diện tích của mặt cầu (S) và V

là thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng. Tỉ số $\frac{V}{S'}$ bằng:

- A. a B. 4a C. 2a. D. 3a

NHÓM TRƯỜNG: THPT Ỡ LA - THPT ĐẦM HỒNG- THPT NA HANG