

BÀI 1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Tọa độ vector: Cho $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$. Ta có

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3) \quad k.\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$$

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases} ; \quad \vec{a} \text{ cùng phương } \vec{b} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$$

$$\vec{a}.\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 ; \quad \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

2. Tọa độ điểm: Cho $A(x_A, y_A, z_A)$, $B(x_B, y_B, z_B)$, $C(x_C, y_C, z_C)$

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

$$M \text{ là trung điểm của } AB \Leftrightarrow M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Leftrightarrow M\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$$

3. Tích có hướng của hai vector: $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$

$$\text{Tích có hướng của hai vector } \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ là một vector, k/h: } [\vec{a}, \vec{b}] = \begin{pmatrix} a_2 a_3 & a_3 a_1 & a_1 a_2 \\ b_2 b_3 & b_3 b_1 & b_1 b_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{- Điều kiện để 3 vector đồng phẳng: } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}].\vec{c} = 0$$

$$\text{- } \vec{a} \text{ cùng phương } \vec{b} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$$

$$\text{- Diện tích hình bình hành } ABCD : S_{ABCD} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}]|$$

$$\text{- Diện tích tam giác } ABC : S_{ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|$$

$$\text{- Thể tích tứ diện } ABCD : V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}|$$

$$\text{- Thể tích hình hộp } ABCD.A'B'C'D' : V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}].\overrightarrow{AA'}|$$

B. KỸ NĂNG.

- Rèn luyện kỹ năng tìm tọa độ điểm, tọa độ vectơ, độ dài vectơ
- Có kỹ năng vận dụng thành thạo các định lý và các hệ quả về tọa độ vectơ, tọa độ điểm và



phương trình mặt cầu để giải các dạng toán có liên quan
 - Rèn kỹ năng tính tích có hướng, tích vô hướng và áp dụng vào giải các bài toán liên quan.

C. BÀI TẬP.

Bài 1. Cho tam giác ABC, biết $A(2; 0; 1)$, $B(1; -1; 2)$, $C(2; 3; 1)$

- Tam giác ABC có góc A nhọn hay tù?
- Tính chu vi tam giác ABC.
- Tìm tọa độ điểm M trên trục tung sao cho tam giác MBC vuông tại M.

Bài 2. Cho tam giác ABC biết $A(3; 4; -1)$, $B(2; 0; 3)$, $C(-3; 5; 4)$. Tính độ dài các cạnh tam giác ABC. Tính cosin các góc A, B, C và diện tích tam giác ABC.

Bài 3. Cho 3 điểm $A(3; 1; -1)$, $B(-2; 2; 3)$, $C(0; 3; 2)$

- Xác định tọa độ trọng tâm G và trực tâm H của tam giác ABC
- Xác định tọa độ điểm A' là chân đường cao của tam giác ABC kẻ từ A
- Gọi I là điểm chia đoạn HG theo tỉ số $k = 3$. Chứng minh I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 4. Cho 4 điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; a; 0)$, $C(0; 0; b)$, $D(a; a; b)$ với $0 < a \leq b$.

- Chứng minh AB vuông góc với CD
- Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Chứng minh IJ là đoạn vuông góc chung của AB và CD

Bài 5.. Cho 4 điểm $A(-1; 2; 0)$, $B(-3; 0; 2)$, $C(0; 2; -1)$ và $D(1; 4; 0)$. Chứng minh ABCD là một tứ diện. Tính thể tích của nó.

Bài 6. Cho $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 3)$ và $D \in Oy$. Biết thể tích của tứ diện ABCD bằng 5. Tìm tọa độ của D. Tìm tọa độ hình chiếu H của O lên mp(ABC)

Bài 7. Cho hình chóp S.ABC, biết $A(1; 2; -1)$, $B(5; 0; 3)$, $C(7; 2; 2)$, $SA \perp (ABC)$, $S \in (Oyz)$. Tìm tọa độ điểm S

Bài 8.. Cho 2 điểm cố định $A(1; 1; 0)$, $B(0; 0; 1)$ và 2 điểm di động $M(m; 0; 0)$, $N(0; n; 0)$ ($m, n \in \mathbb{R}_+^*$)

- Tìm quan hệ giữa m, n để $OA \perp MN$
- Tính thể tích của hình chóp B.OMAN
- M, N di động sao cho $m.n = 1$. Tính m, n để $V_{B.OMAN}$ nhỏ nhất

Bài 9.. Cho 4 điểm $A(1; 1; 1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(2; 1; 1)$ và $D(3; 0; 2)$

- Chứng minh A, B, D, C đồng phẳng
- Cho $E(1; 3; 3)$. Chứng minh $EA \perp (ABC)$. Tính thể tích tứ diện E.ABC
- Tính khoảng cách từ B đến (ACE)

Bài 10. Cho 4 điểm $A(2; -1; 3)$, $B(1; 3; -2)$, $C(-1; 2; 3)$ và $D(0; m; p)$. Xác định m và p để 4 điểm A, B, C, D theo thứ tự tạo thành hình bình hành

Bài 11. Cho 2 điểm $A(-2; 1; 2)$ và $B(1; -2; 2)$

- Chứng minh OAB là tam giác vuông cân
- Tìm M thuộc Ox nhìn đoạn AB dưới một góc vuông
- Tìm tập hợp những điểm N thuộc mp(Oxy) nhìn đoạn AB dưới một góc vuông.



D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian Oxyz, cho $\vec{x} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$. Tìm tọa độ của $\vec{x}$

A. $\vec{x} = (2; 3; -4)$. **B.** $\vec{x} = (-2; -3; 4)$. **C.** $\vec{x} = (0; 3; -4)$. **D.** $\vec{x} = (2; 3; 0)$.

Câu 2: Trong không gian Oxyz cho điểm M(1;2;3) Tìm tọa độ điểm M' là hình chiếu của M trên trục Ox

A. M'(0;1;0). **B.** M'(0;0;1). **C.** M'(1;0;0). **D.** M'(0;2;3).

Câu 3: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I(1 ; 0 ; -2), bán kính $R = \sqrt{2}$

A. (S): $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$.

B. (S): $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.

C. (S): $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.

D. (S): $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.

Câu 4: Cho mặt phẳng (P): $x - 2y + 3z - 1 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. **B.** $\vec{n} = (1; -2; 3)$. **C.** $\vec{n} = (1; 3; -2)$. **D.** $\vec{n} = (1; -2; -3)$.

Câu 5: Cho mặt phẳng (P) $2x - 3y + z - 10 = 0$. Trong các điểm sau, điểm nào nằm trên mặt phẳng (P)

A. (2; 2; 0) **B.** (2; -2; 0) **C.** (1; 2; 0) **D.** (2; 1; 2)

Câu 6: Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm A(1;2;-1) và nhận véc tơ $\vec{u}(1;2;3)$ làm véc tơ chỉ phương

A. (d) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

B. (d) $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

C. (d) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

D. (d) $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Câu 7: Viết phương trình đường thẳng đi qua A(4;2;-6) và song song với đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{1}$

A. $\begin{cases} x = -4 - 2t \\ y = 2 - 4t \\ z = -6 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 - 4t \\ z = -3 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = -3 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = 6 + t \end{cases}$

Câu 8: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x}{5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-4}{1}$ trong các mặt phẳng sau đây, mặt phẳng nào song song với đường thẳng (d) ?

A. $5x - 3y + z - 2 = 0$. **B.** $x + y + 2z + 9 = 0$. **C.** $5x - 3y + z + 2 = 0$ **D.** $5x - 3y + z - 9 = 0$

Câu 9: Trong không gian Oxyz cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z - 7 = 0$ và $(\beta): -2x + 4y - 6z + 3 = 0$. Trong các khẳng định sau đây khẳng định nào là đúng ?

A. $(\alpha), (\beta)$ trùng nhau. **B.** $(\alpha) \parallel (\beta)$. **C.** (α) cắt (β) . **D.** (α) cắt và vuông góc (β) .

Câu 10: Viết phương trình (α) đi qua ba điểm A(8;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;4).



A. $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0$.

B. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

C. $x - 4y + 2z = 0$.

D. $x - 4y + 2z - 8 = 0$

Câu 11 Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Phương trình của mặt phẳng (Oxy) là: $z = 0$

B. phương trình của mặt phẳng (Oxy) là: $y = 0$

C. phương trình của mặt phẳng (Oxy) là: $x = 0$

D. phương trình của mặt phẳng (Oxy) là: $x + y = 0$

Câu 12

Cho đường thẳng (d) : $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d.

A. $x + 2y - z + 6 = 0$

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$

D. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$

Câu 13: Cho vector $\vec{OM} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + 3\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm M ?

A. $M(2; 5; 3)$. B. $M(-2; -5; -3)$. C. $M(2; -5; 3)$. D. $M(-2; 5; -3)$.

Câu 14: Trong không gian Oxyz cho $\vec{a}(3; -1; 2); \vec{b}(4; 2; -6)$ Tính tọa độ của vector $\vec{a} + \vec{b}$

A. $\vec{a} + \vec{b} = (1; 3; -8)$. B. $\vec{a} + \vec{b} = (7; 1; -4)$. C. $\vec{a} + \vec{b} = (-1; -3; 8)$. D. $\vec{a} + \vec{b} = (-7; -1; 4)$.

Câu 15. Trong không gian Oxyz cho $M(1; -2; 4)$ và $N(-2; 3; 5)$. Tính tọa độ của $\vec{MN}$

A. $\vec{MN} = (-3; 5; 1)$. B. $\vec{MN} = (3; -5; -1)$. C. $\vec{MN} = (-1; 1; 9)$. D. $\vec{MN} = (1; -1; -9)$

BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1) Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(a; b; c)$, bán kính R:

$$+(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

+ Phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình mặt cầu tâm

$$I(a; b; c), \text{ bán kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$$

2) Giao của mặt cầu và mặt phẳng - Phương trình đường tròn:

Cho mặt cầu (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ với tâm $I(a; b; c)$, bán kính R và mặt phẳng

(P): $Ax + By + Cz + D = 0$.

+ $d(I, (P)) > R$: (P) và (S) không có điểm chung

+ $d(I, (P)) = R$: (P) tiếp xúc (S) tại H (H là hình chiếu vuông góc của I lên mp(P))

$+d(I, (P)) < R$: (P) cắt (S) theo đường tròn có tâm H là hình chiếu của I xuống (P) , bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2}$

(H là hình chiếu vuông góc của I lên $mp(P)$)

B. KỸ NĂNG.

- Tìm tâm và bán kính các mặt cầu.
- Viết phương trình mặt cầu
- Tìm giao của mặt cầu với mặt phẳng

C. BÀI TẬP.

Bài 1. Tìm tâm và bán kính các mặt cầu sau:

- a. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$ b. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 8y - 2z - 4 = 0$
 c. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 2z + 10 = 0$ d. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 12x - 6y + 30z - 5 = 0$

Bài 2. Viết phương trình mặt cầu có

- b. Tâm $I(0; 3; -2)$ và đi qua điểm $A(2; 1; -3)$
 c. Đường kính AB với $A(3; -2; 1)$ và $B(1; 2; -3)$.

Bài 3. Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nếu

- a. $A(1; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$, $C(1; 0; 2)$, $D(1; 1; 1)$ b. $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(2; 4; 6)$

Bài 4. Viết phương trình mặt cầu có

- a. Tâm thuộc mặt phẳng Oxz và đi qua các điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(2; 0; -1)$.
 b. Có tâm $I(-5; 1; 1)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(T): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0$.

Bài 5: Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): \begin{cases} 2x - 2y - z + 9 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 86 = 0 \end{cases}$

Bài 6: Cho $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2my - 4mz + 5m^2 + 2m + 3 = 0$

- a) Định m để (S) là mặt cầu. Tìm tập hợp tâm I của (S)
 b) Định m để (S) nhận mặt phẳng $(P): x + 2y + 3 = 0$ làm tiếp diện

c) Định m để (S) cắt d: $\begin{cases} x = t + 5 \\ y = 2t \\ z = -t + 5 \end{cases}$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$

Bài 7: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc Ox và tiếp xúc với hai mặt phẳng (Oyz) và $(P): 2x + y - 2z + 2 = 0$.

Bài 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ Đề các vuông góc $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 2; 2)$, $B(-1; 2; 1)$, $C(1; 6; -1)$, $D(-1; 6; 2)$

a. CMR: $ABCD$ là tứ diện có các cặp cạnh đối bằng nhau. b. Tính khoảng cách giữa AB và CD .

c. Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Bài 9. Cho điểm $I(1; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$.

a. Lập phương trình mặt cầu (S) tâm I sao cho giao của (S) và $mp(P)$ là đường tròn có chu vi bằng 8π

b. CMR. Mặt cầu (S) tiếp xúc với đường thẳng $(\Delta): 2x - 2y = 3 - z$

c. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương cắt bởi mặt phẳng (CMN) .

Bài 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ Đề các vuông góc $Oxyz$ cho hai đường thẳng (d_1) (d_2) có

phương trình $(d_1): \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 4 \end{cases}$ $(d_2): \begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ 4x + 4y + 3z - 12 = 0 \end{cases}$

a. CMR: (d_1) và (d_2) chéo nhau.

b. Tính khoảng cách giữa (d_1) và (d_2) .



c. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính là đoạn vuông góc chung của (d_1) và (d_2) .

Bài 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ Đề các vuông góc Oxyz cho hai mặt phẳng song song có phương trình tương ứng là: $(P_1): 2x - y + 2z - 1 = 0$ $(P_2): 2x - y + 2z + 5 = 0$

Và điểm $A(-1; 1; 1)$ nằm trong khoảng giữa hai mặt phẳng đó. Gọi (S) là mặt cầu qua A và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P_1) , (P_2)

a.CMR: Bán kính của hình cầu (S) là một hằng số và tính bán kính đó.

b.Gọi I là tâm hình cầu (S). CMR: I thuộc một đường tròn cố định xác định tâm và tính bk đường tròn đó.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-4; 5; -3)$ và $R = 7$

B. $I(4; -5; 3)$ và $R = 7$

C. $I(-4; 5; -3)$ và $R = 1$

D. $I(4; -5; 3)$ và $R = 1$

Câu 2. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + \frac{50}{9} = 0$$

Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1; 1; 2)$ và $R = \frac{2}{3}$

B. $I(-1; -1; -2)$ và $R = \frac{2}{3}$

C. $I(1; 1; 2)$ và $R = \frac{4}{9}$

D. $I(-1; -1; -2)$ và $R = \frac{4}{9}$

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(1; 1; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y - 2z = 3$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm M tiếp xúc với mặt phẳng (α) .

A. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + \frac{16}{3} = 0$

B. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z + \frac{16}{3} = 0$

C. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + \frac{14}{3} = 0$

D. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z + \frac{14}{3} = 0$

Câu 4. Mặt cầu tâm $I(2; 2; -2)$ bán kính R tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 3y - z + 5 = 0$. Bán kính R bằng:

A. $\frac{5}{\sqrt{13}}$

B. $\frac{4}{\sqrt{14}}$

C. $\frac{4}{\sqrt{13}}$

D. $\frac{5}{\sqrt{14}}$

Câu 5. Xác định tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$.

A. $I(4; -1; 0)$, $R = 4$

B. $I(-4; 1; 0)$, $R = 4$

C. $I(4; -1; 0)$, $R = 2$

D. $I(-4; 1; 0)$, $R = 2$

Câu 6. Viết phương trình mặt cầu có tâm $I(0; 3; -2)$ và đi qua điểm $A(2; 1; -3)$

A. (S): $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 3$

B. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 4z + 4 = 0$

C. (S): $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 6$

D. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 4z + 10 = 0$

Câu 7. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 5; 2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z + 1 = 0$

A. (S): $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 16$

B. (S): $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 12$

C. (S): $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 14$

D. (S): $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 10$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. (S): $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$

B. (S): $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$



C. (S): $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$ D. (S): $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$

Câu 9. Cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-2; 2; -3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 9$ B. $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 36$
 C. $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$ D. $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 36$

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; 1)$ và mặt phẳng (P):

$2x + y + 2z + 2 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $R = 1$.

Phương trình của mặt cầu (S) là

A. (S): $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$ B. (S): $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$
 C. (S): $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$ D. (S): $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với d.

A. (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 49$ B. (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 7$
 C. (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$ D. (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - 2y - z - 4 = 0$ và mặt cầu (S):

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Biết rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Xác định tọa độ tâm và bán kính của đường tròn (C).

A. $(3; 0; 2)$ và $r = 2$ B. $(2; 3; 0)$ và $r = 2$ C. $(2; 3; 0)$ và $r = 4$ D. $(3; 0; 2)$ và $r = 4$

Câu 13. Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + z - 1 = 0$. Xác định tọa độ tâm I của mặt cầu.

A. $I\left(1; 2; -\frac{1}{2}\right)$. B. $I(2; 4; 1)$. C. $I(-2; -4; -1)$. D. $I\left(-1; -2; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 14. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x - 2y - 2z - 2 = 0$.

A. (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$. B. (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.
 C. (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$. D. (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 8z - 10 = 0$; và mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 2017 = 0$. Viết phương trình các mặt phẳng (Q) song song với (P) và tiếp xúc với (S).

A. $(Q_1): x + 2y - 2z + 25 = 0$ và $(Q_2): x + 2y - 2z + 1 = 0$.
 B. $(Q_1): x + 2y - 2z + 31 = 0$ và $(Q_2): x + 2y - 2z - 5 = 0$.
 C. $(Q_1): x + 2y - 2z + 5 = 0$ và $(Q_2): x + 2y - 2z - 31 = 0$.
 D. $(Q_1): x + 2y - 2z - 25 = 0$ và $(Q_2): x + 2y - 2z - 1 = 0$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho (P): $2x + y - 2z + 9 = 0$, (Q): $x - y + z + 4 = 0$ và

đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$, một phương trình mặt cầu có tâm thuộc d tiếp xúc với (P)

và cắt (Q) theo một đường tròn có chu vi 2π là:

A. $x^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 4$ B. $(x+2)^2 + (y+5)^2 + (z-2)^2 = 4$
 C. $(x+3)^2 + (y-5)^2 + (z-7)^2 = 4$ D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$



Câu 17. Cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S)?

A. $6x + 2y + 3z = 0$ B. $2x + 3y + 6z - 5 = 0$

C. $6x + 2y + 3z - 55 = 0$ D. $x + 2y + 2z - 7 = 0$

Câu 18. Cho mặt phẳng (P): $2x + 2y + z - 3 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C). Tâm của đường tròn (C) là:

A. $\left(\frac{1}{9}; \frac{8}{9}; \frac{13}{9}\right)$ B. $\left(-\frac{1}{9}; \frac{8}{9}; \frac{13}{9}\right)$

C. $\left(-\frac{1}{9}; -\frac{8}{9}; \frac{13}{9}\right)$ D. $\left(-\frac{1}{9}; -\frac{8}{9}; -\frac{13}{9}\right)$

Câu 19. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và điểm $I(1; 2; 3)$. Gọi K là điểm đối xứng với I qua d. Lập phương trình mặt cầu (S) tâm K cắt d tại hai điểm A và B, biết đoạn AB=4 là:

A. (S): $\left(x - \frac{1}{9}\right)^2 + \left(y + \frac{8}{9}\right)^2 + \left(z + \frac{41}{9}\right)^2 = \frac{185}{9}$.

B. B. (S): $\left(x + \frac{1}{9}\right)^2 + \left(y + \frac{8}{9}\right)^2 + \left(z + \frac{41}{9}\right)^2 = \frac{185}{9}$.

C. (S): $\left(x - \frac{1}{9}\right)^2 + \left(y - \frac{8}{9}\right)^2 + \left(z + \frac{41}{9}\right)^2 = \frac{185}{9}$.

D. (S): $\left(x + \frac{1}{9}\right)^2 + \left(y - \frac{8}{9}\right)^2 + \left(z + \frac{41}{9}\right)^2 = \frac{185}{9}$.

Câu 20. Phương trình mặt cầu đường kính AB biết $A(2; -4; 6)$, $B(4; 2; -2)$ là?

A. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 26$.

B. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 26$.

C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 26$.

D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 26$.

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1) Vector pháp tuyến của mặt phẳng:

* $\vec{n} \neq \vec{0}$ là VTPT của mp(α) nếu: $\vec{n} \perp (\alpha)$

Chú ý 1. Hai vector không cùng phương $\vec{a}, \vec{b}$ có giá chứa trong hoặc song song với (α). Khi đó:

$\left[\vec{a}, \vec{b}\right]$ là vector pháp tuyến của (α)

Nhận xét: Một mp có vô số VTPT cùng phương với nhau.

2) Phương trình tổng quát của mặt phẳng: $Ax + By + Cz + D = 0$ ($A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$)

+ Mặt phẳng có phương trình: $Ax + By + Cz + D = 0$ thì có VTPT: $\vec{n} = (A; B; C)$

+ Mặt phẳng qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có một VTPT là $\vec{n} = (A; B; C)$ thì có pt:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

+ Phương trình mp cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $(a; 0; 0)$, $(0; b; 0)$, $(0; 0; c)$ là:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \text{ (phương trình theo đoạn chắn)}$$

+ MpOxy: $z = 0$ + Mp(Oyz): $x = 0$ + Mp(Oxz): $y = 0$

3) Khoảng cách từ $M(x_0; y_0; z_0)$ đến (P) được tính theo công thức: $d(M; (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

3) Phương trình mặt phẳng qua giao tuyến của hai mp (P) và (Q) (trình bày mặt phẳng):

$$Ax + By + Cz + D = 0 \text{ và } A'x + B'y + C'z + D' = 0 \text{ là}$$

$$m(Ax + By + Cz + D) + n(A'x + B'y + C'z + D') = 0 \text{ (m, n không đồng thời bằng 0)}$$

B. KỸ NĂNG.

- Rèn kỹ năng viết PT mặt phẳng biết vecto pháp tuyến và đi qua điểm M.
- Rèn kỹ năng viết PT mặt phẳng biết cặp vecto chỉ phương và điểm M.

C. CÁC DẠNG BÀI TẬP.

Phương pháp: Để viết phương trình của mặt phẳng (P) ta thường tìm 1 điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in (P)$ và 1

VTPT $\vec{n} = (A; B; C)$ của mặt phẳng (P): khi đó (P): $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

Nhận xét 1: Để tìm VTPT của mp ta thường sử dụng chú ý 1

Nhận xét 2. Cho (P): $Ax + By + Cz + D = 0$. Nếu (P) // (Q) thì (Q): $Ax + By + Cz + D' = 0$ ($D' \neq D$)

Bài 1: Viết PT mp (P) qua $A(-2; -1; 0)$ và song song với mp (Q): $x - 3y + 4z + 5 = 0$

Bài 2: Viết PT mặt phẳng (P) trong các trường hợp sau:

a) Qua ba điểm $A(1; -1; 2)$, $B(2; 3; 0)$ và $C(-2; 2; 2)$

b) (P) Là mặt trung trực của AB

c) Qua C và vuông góc với hai mặt phẳng (Q): $x + y - 2z = 0$ và (R): $x - z + 3 = 0$

Bài 3: Cho $A(1; -1; 3)$, $B(3; 0; 1)$ và $C(0; 4; 5)$

a) Viết phương trình mp(ABC)

b) Viết phương trình mp qua O, A và vuông góc với (Q): $x + y + z = 0$

c) Viết phương trình của mặt phẳng chứa Oz và qua điểm $P(2; -3; 5)$

Bài 4. Trong không gian Oxyz, $M(-4; -9; 12)$ và $A(2; 0; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M, A và cắt Oy, Oz lần lượt tại B và C sao cho $OB = 1 + OC$ (B, C khác O)

Bài 5: Viết phương trình của mặt phẳng (P) qua $F(4; -3; 2)$ và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng: (Q): $x - y + 2z - 3 = 0$ và (T): $2x - y - 3z = 0$

Bài 6. Viết phương trình của mặt phẳng (P) qua $E(3; 4; 1)$ và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng: (R): $19x - 6y - 4z + 27 = 0$ và (K): $42x - 8y + 3z + 11 = 0$

Bài 7. Viết phương trình mặt phẳng qua giao tuyến của hai mặt phẳng: (P): $x - 2y = 0$,

(Q): $3x - 2y + z - 3 = 0$ và vuông góc với mặt phẳng: (R): $x - 2y + z + 5 = 0$

Bài 8. Cho hai mặt phẳng: (P): $2x - y + z = 0$, (Q): $x - 3y + 2 = 0$

a) Viết phương trình của mặt phẳng (α) qua giao tuyến của (P), (Q) và song song với Ox.

b) Viết phương trình mặt phẳng (β) qua giao tuyến của xOy và (Q) và tạo với 3 mặt phẳng tọa độ một tứ diện có thể tích bằng $\frac{125}{36}$.



Bài 9. (ĐH- 2010D Phần riêng chương trình chuẩn). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai mặt phẳng (P) : $x + y + z - 3 = 0$; (Q) : $x - y + z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) vuông góc với (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ O tới (R) bằng 2.

Bài 10. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $G(-2; 3; 5)$ và cắt Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC (A, B, C không trùng với gốc tọa độ)

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - 3y + 4z = 2016$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (-2; -3; 4)$ B. $\vec{n} = (-2; 3; 4)$ C. $\vec{n} = (-2; 3; -4)$ D. $\vec{n} = (2; 3; -4)$

Câu 2: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - 3y + z - 1 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến mặt phẳng (P).

- A. $5\sqrt{3}$ B. $\frac{3\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ D. $3\sqrt{5}$

Câu 3: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(-3; 2; -3)$ và hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{3}$. Phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 có dạng:

- A. $5x + 4y + z - 16 = 0$ B. $5x - 4y + z - 16 = 0$
C. $5x - 4y - z - 16 = 0$ D. $5x - 4y + z + 16 = 0$

Câu 4: Phương trình tổng quát của mặt phẳng qua điểm $M(3; 0; -1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $x + 2y - z + 1 = 0$ và $2x - y + z - 2 = 0$ là:

- A. $x - 3y - 5z - 8 = 0$ B. $x - 3y + 5z - 8 = 0$ C. $x + 3y - 5z + 8 = 0$ D. $x + 3y + 5z + 8 = 0$

Câu 5: Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): $2x + y + 1 = 0$, (Q): $x - y + z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (d) giao tuyến của 2 mặt phẳng.

- A. (d): $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-3}$ B. (d): $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{-3}$
C. (d): $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{3}$ D. (d): $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{-z}{3}$

Câu 6: Cho hai đường thẳng $(D_1): \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - t \end{cases}$; $(D_2): \begin{cases} x = m - 3 \\ y = 2 + 2m \\ z = 1 - 4m \end{cases}$; $t, m \in \mathbb{R}$

Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) qua (D_1) và song song với (D_2)

- A. $x + 7y + 5z - 20 = 0$ B. $2x + 9y + 5z - 5 = 0$
C. $x - 7y - 5z = 0$ D. $x - 7y + 5z + 20 = 0$

Câu 7: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2; 0; 1)$ và hai mặt phẳng (P): $x - y + 2z - 1 = 0$ và (Q): $3x - y + z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q).

- A. (α): $-3x + 5y - 4z + 10 = 0$ B. (α): $-3x - 5y - 4z + 10 = 0$



C. $(\alpha): x - 5y + 2z - 4 = 0$

D. $(\alpha): x + 5y + 2z - 4 = 0$

Câu 8: Trong không gian Oxyz, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm

$A(2;1;3), B(1;-2;1)$ và song song với đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$.

A. $(P): 10x - 4y - z - 19 = 0$

B. $(P): 10x - 4y + z - 19 = 0$

C. $(P): 10x - 4y - z + 19 = 0$

D. $(P): 10x + 4y + z - 19 = 0$

Câu 9: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(1;3;-5)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của AB.

A. $y - 3z + 4 = 0$

B. $y - 3z - 8 = 0$

C. $y - 2z - 6 = 0$

D. $y - 2z + 2 = 0$

Câu 10: Cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 2mz - 9 = 0$ và $(Q): 6x - y - z - 10 = 0$. Để mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) thì giá trị của m là:

A. $m = 3$

B. $m = 6$

C. $m = 5$

D. $m = 4$

Câu 11: Phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) đi qua $M(0;-1;4)$, nhận $[\vec{u}, \vec{v}]$ làm vector pháp tuyến với $\vec{u} = (3;2;1)$ và $\vec{v} = (-3;0;1)$ là cặp vector chỉ phương là:

A. $x + y + z - 3 = 0$

B. $x - 3y + 3z - 15 = 0$

C. $3x + 3y - z = 0$

D. $x - y + 2z - 5 = 0$

Câu 12. Góc giữa hai mặt phẳng $(\alpha): 8x - 4y - 8z + 1 = 0; (\beta): \sqrt{2}x - \sqrt{2}y + 7 = 0$ là:

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ và

$(P): 2x + y - z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $(Q): 2x - y - z = 0$.

B. $(Q): x - 2y + 1 = 0$.

C. $(Q): x + 2y + z = 0$.

D. $(Q): x - 2y - 1 = 0$.

Câu 14. Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1;-2;3), B(3;2;-1)$. Viết Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $(Q): 2x + 2y + 3z - 7 = 0$.

B. $(Q): 2x - 2y + 3z - 7 = 0$.

C. $(Q): 2x + 2y + 3z - 9 = 0$.

D. $(Q): x + 2y + 3z - 7 = 0$.

Câu 15. Mặt phẳng qua 3 điểm $A(1;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;3)$ có phương trình.

A. $x - 2y + 3z = 1$.

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 6$.

C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$.

D. $6x - 3y + 2z = 6$.

Câu 16. Phương trình mặt phẳng chứa $d_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có dạng.

A. $3x + 2y - 5 = 0$.

B. $6x + 9y + z + 8 = 0$.

C. $-8x + 19y + z + 4 = 0$.

D. Tất cả đều sai.



Câu 17. Cho hai mặt phẳng $(P): 3x + 3y - z + 1 = 0$; $(Q): (m-1)x + y - (m+2)z - 3 = 0$.

Xác định m để hai mặt phẳng (P) , (Q) vuông góc với nhau.

- A.** $m = \frac{-1}{2}$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = \frac{1}{2}$. **D.** $m = \frac{-3}{2}$.

Câu 18. Viết phương trình mặt phẳng chứa 2 điểm $A(1;0;1)$ và $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox .

- A.** $x + 2z - 3 = 0$. **B.** $y - 2z + 2 = 0$. **C.** $2y - z + 1 = 0$. **D.** $x + y - z = 0$.

Câu 19. Gọi (α) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại 3 điểm $M(8; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$, $P(0; 0; 4)$.

Phương trình của mặt phẳng (α) là?

- A.** $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0$. **B.** $\frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. **C.** $x - 4y + 2z = 0$. **D.** $x - 4y + 2z - 8 = 0$.

Câu 20. Mặt phẳng nào sau đây chứa trục Oy ?

- A.** $-2x - y = 0$. **B.** $-2x + z = 0$. **C.** $-y + z = 0$. **D.** $-2x - y + z = 0$.

BÀI 4. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1) Các dạng phương trình đường thẳng:

-Phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$$
 với $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ là vector chỉ phương của đường

thẳng.

-Phương trình chính tắc:
$$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3} \quad (a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \neq 0)$$

2) Vị trí tương đối, tìm giao điểm của hai đường thẳng:

Cho đường thẳng Δ_1 qua điểm $M_1(x_1; y_1; z_1)$ có VTCP $\vec{u}_1 = (a_1; a_2; a_3)$ và đường thẳng Δ_2 qua điểm

$M_2(x_2; y_2; z_2)$ có VTCP $\vec{u}_2 = (b_1; b_2; b_3)$. Khi đó:

- Δ_1 và Δ_2 đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1 M_2} = 0$

- Δ_1 và Δ_2 cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + a_1 t = x_2 + b_1 t' \\ y_1 + a_2 t = y_2 + b_2 t' \\ z_1 + a_3 t = z_2 + b_3 t' \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(t_0; t_0')$ hoặc

$\begin{cases} [\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1 M_2} = 0 \\ [\vec{u}_1; \vec{u}_2] \neq \vec{0} \end{cases}$. Khi đó để tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng thì thay t_0 vào phương trình

Δ_1 hoặc thay t_0' vào phương trình Δ_2

- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1; \vec{u}_2$ cùng phương và $M_1 \notin \Delta_2$ hoặc $\begin{cases} [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = \vec{0} \\ M_1 \notin \Delta_2 \end{cases}$

- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1; \vec{u}_2$ cùng phương và $M_1 \in \Delta_2$ hoặc $\begin{cases} [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = \vec{0} \\ M_1 \in \Delta_2 \end{cases}$

- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1; \vec{u}_2$ không cùng phương và hệ $\begin{cases} x_1 + a_1t = x_2 + b_1t' \\ y_1 + a_2t = y_2 + b_2t' \\ z_1 + a_3t = z_2 + b_3t' \end{cases}$ vô nghiệm hoặc

$$[\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \vec{M_1M_2} \neq 0$$

B. KĨ NĂNG

- Rèn kĩ năng lập PT đường thẳng biết VTCP và một điểm.
- Lập PT đường thẳng qua một điểm và vuông góc với một mặt phẳng.

C. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Bài 1: Lập phương trình của đường thẳng d đi qua M(2; 3; -6) và song song với đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$$

Bài 2: Cho A(2; 3; 5) và mặt phẳng (P): $2x + 3y - 17 = 0$

- Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P)
- Tìm giao điểm của d với trục Oz.

Bài 3. Cho $(d_1): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$; $(d_2): \frac{x-1}{-13} = \frac{y}{4} = \frac{z+2}{11}$ và điểm A(1; 0; -3). Viết phương trình đường

thẳng (d) qua A vuông góc với (d_1) và (d_2) .

Bài 4. Cho điểm A(2; 1; -2), đường thẳng (d): $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{3}$, mặt phẳng (P): $x - y - z - 4 = 0$.

Viết phương trình đường thẳng (d') qua A, song song với (P) và vuông góc với đường thẳng (d)

Bài 5. Cho M(1; 1; -3) và đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) qua M

vuông góc và cắt (d).

Bài 6. Cho (P): $x - 2y + z - 5 = 0$, đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$; $(d_2): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương

trình đường thẳng (Δ) chứa trong mp(P) và cắt (d_1) , (d_2) .

Bài 7. Cho A(2; -1; -1) đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = -1 \end{cases}$; $(d_2): \begin{cases} x = 2k \\ y = 1 + k \\ z = k \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng

(d) qua A vuông góc với (d_1) và cắt (d_2) .

Bài 8. Cho (P): $x - y + z - 3 = 0$, đường thẳng (d): $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng (Δ)

Chứa trong (P) vuông góc với (d) và đi qua giao điểm của (P) với (d).



Bài 9. Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d: $\frac{x-1}{3} = \frac{-y+3}{1} = \frac{z+4}{2}$ và song song với

$$\text{đường thẳng d': } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Bài 10. Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa d: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ và vuông góc với mp(Q): $2x - y - z = 0$

Bài 11. Lập phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm A(0;1;1), vuông góc với đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ và cắt đường thẳng: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Bài 12. Lập phương trình đường thẳng d:

a) d qua A(1 ; 0 ; 3) và cắt hai đường thẳng: $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ và $d_2:$

$$\frac{x}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-2}{-3}$$

b) d vuông góc với (P): $x - y - z - 3 = 0$ và cắt hai đường thẳng:

$$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-4}{3} \text{ và } d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$$

c) d là hình chiếu của $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$ xuống mặt phẳng: (P): $x - y - z + 4 = 0$

Bài 13. Lập phương trình đường thẳng d qua A(2 ; -5 ; 6), cắt Ox và song song với mp(P): $x + 5y - 6z = 0$

Bài 14. Tìm tọa độ hình chiếu của điểm A(1 ; -2 ; 1) lên mp(P): $x + 5y - 6z = 0$

Bài 15 Lập phương trình tham số của đường thẳng d cắt hai đường thẳng:

$$\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{2}; \Delta_2: \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5} \text{ và song song với đường thẳng: d': } \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{-2}$$

Bài 16. Lập phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng:

$$d_1: \begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = -2 + t \\ z = -1 + t \end{cases} ; d_2: \begin{cases} x = -6t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

Bài 17 Lập phương trình đường thẳng d đi qua A(-4 ; -2 ; 4), cắt và vuông góc với đường thẳng:

$$d': \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{4}$$



Bài 18 Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng: $\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{2}$; $\Delta_2: \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{5}$

- Viết phương trình mặt phẳng chứa Δ_1 và song song với Δ_2
- Cho điểm $M(2; 1; 4)$. Tìm tọa độ điểm $H \in \Delta_2$ sao cho độ dài MH nhỏ nhất.

Bài 19. Trong không gian cho hai điểm $A(2; 3; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$

- Lập phương trình mp(P) qua A và vuông góc với d.
- Tìm tọa độ N thuộc mặt phẳng (Q): $x - 2y + z - 3 = 0$ sao cho $NA + NB$ nhỏ nhất.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $(d_1): \frac{x+1}{2} = \frac{1-y}{m} = \frac{2-z}{3}$ và

$(d_2): \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tìm tất cả giá trị thực của m để $(d_1) \perp (d_2)$.

- A. $m = 5$ B. $m = 1$ C. $m = -5$ D. $m = -1$

Câu 2: Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(1; -1; 2)$ và vuông góc với mp(β): $2x + y + 3z - 19 = 0$ là:

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$ B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$
- C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$ D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$

Câu 3: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+8}{4} = \frac{5-y}{2} = \frac{-z}{-1}$. Khi đó vectơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là:

- A. $(4; 2; -1)$ B. $(4; 2; 1)$ C. $(4; -2; 1)$ D. $(4; -2; -1)$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

- A. $\vec{u}_1 = (0; 0; 2)$ B. $\vec{u}_1 = (0; 1; 2)$ C. $\vec{u}_1 = (1; 0; -1)$ D. $\vec{u}_1 = (0; 1; -1)$

Câu 5: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(2; -1; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm K hình chiếu vuông góc của điểm M trên đường thẳng Δ .

- A. $K\left(\frac{17}{12}; -\frac{13}{12}; \frac{2}{3}\right)$ B. $K\left(\frac{17}{9}; -\frac{13}{9}; \frac{8}{9}\right)$ C. $K\left(\frac{17}{6}; -\frac{13}{6}; \frac{8}{6}\right)$ D. $K\left(\frac{17}{3}; -\frac{13}{3}; \frac{8}{3}\right)$

Câu 6: Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-5}{1}$ và

$(d'): \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{2}$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng (d) và (d') là:



- A.** Chéo nhau **B.** Song song với nhau **C.** Cắt nhau **D.** Trùng nhau

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC với $A(1;1;1), B(-1;1;0), C(3;1;2)$. Chu vi của tam giác ABC bằng:

- A.** $4\sqrt{5}$ **B.** $2+2\sqrt{5}$ **C.** $3\sqrt{5}$ **D.** $4+\sqrt{5}$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $3x - 4y + 2z - 2016 = 0$. Trong các đường thẳng sau đường thẳng song song với mặt phẳng (P).

- A.** $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{1-z}{-1}$ **B.** $d_2: \frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$
C. $d_3: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{1-z}{4}$ **D.** $d_4: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-1}{2}$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng Δ có phương trình :

$$\frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$$

Xét mặt phẳng (P) : $10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

- A.** $m = -2$ **B.** $m = 2$ **C.** $m = -52$ **D.** $m = 52$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ và

$d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$. Xét vị trí tương đối giữa d và d_1 .

- A.** Song song. **B.** Trùng nhau. **C.** Chéo nhau. **D.** Cắt nhau tại I .

Câu 11: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (P): $3x - z + 2 = 0$ và (Q): $3x + 4y + 2z + 4 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng (d).

- A.** $\vec{u} = (-4; -9; 12)$ **B.** $\vec{u} = (4; 3; 12)$ **C.** $\vec{u} = (4; -9; 12)$ **D.** $\vec{u} = (-4; 3; 12)$

Câu 12: Cho điểm $M(2;1;4)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = 1+2t \end{cases}$. Tìm điểm H thuộc Δ sao cho MH nhỏ nhất.

- A.** $H(2;3;3)$ **B.** $H(3;4;5)$ **C.** $H(1;2;1)$ **D.** $H(0;1;-1)$

Câu 13: Khoảng cách giữa điểm $M(1;-4;3)$ đến đường thẳng (Δ): $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ là:

- A.** 6 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Câu 14: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1;4;2), B(-1;2;4)$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm điểm M trên Δ sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$.

- A.** $M(-1;0;4)$ **B.** $M(1;0;4)$ **C.** $M(-1;0;-4)$ **D.** $M(1;0;-4)$



Câu 15:Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm A(1;2;-1) và nhận vec tơ $\vec{u}(1;2;3)$ làm vec tơ chỉ phương

A. $(d) \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

B. $(d) \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

C. $(d) \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

D. $(d) \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

Câu 16. Viết phương trình đường thẳng đi qua A(4;2;-6) và song song với đường thẳng

$d: \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{1}$

A. $\begin{cases} x = -4 - 2t \\ y = 2 - 4t \\ z = -6 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 - 4t \\ z = -3 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = -3 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = 6 + t \end{cases}$

Câu 17.

Cho đường thẳng (d) : $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$.Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d.

A. $x + 2y - z + 6 = 0$

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$

D. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$; $d_2: \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 - t' \\ z = 1 \end{cases}$. Xác định vị trí

tương đối của hai đường thẳng d_1 và d_2 .

A. Hai đường thẳng song song.

B. Hai đường thẳng chéo nhau.

C. Hai đường thẳng cắt nhau.

D. Hai đường thẳng trùng nhau

Câu 19. Trong không gian Oxyz, cho (P): $x + 2y - z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$



Đường thẳng d cắt (P) tại điểm M . Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với d và nằm trong mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 4t' \\ y = -2 - 2t' \\ z = -3 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 4t' \\ y = 2 - 2t' \\ z = -3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 4t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = -3 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 4t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = 3 \end{cases}$

Câu 20. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Tìm phương trình đường vuông góc chung của d và trục Ox .

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

BÀI 5: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI **LOẠI 1. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI MẶT PHẪNG**

Phương pháp: Cho hai mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(Q): A'x + B'y + C'z + D' = 0$. Khi đó:

- $(P) // (Q) \Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$
- $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$
- $(P) \text{ cắt } (Q) \Leftrightarrow \frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'} \text{ hoặc } \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'} \text{ hoặc } \frac{A}{A'} \neq \frac{C}{C'}$

Chú ý. $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$

LOẠI 2. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA CÁC ĐƯỜNG THẲNG, MẶT PHẪNG VÀ MẶT CẦU

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1 Vị trí tương đối của hai đường thẳng: Tìm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ trên đường thẳng (d) và VTCP $\vec{u} = (a; b; c)$ của (d) . Tìm $M'_0(x'_0; y'_0; z'_0)$ trên (d') và VTCP $\vec{u}' = (a'; b'; c')$ của (d')

(d) và (d') đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{M_0 M'_0} = 0$

(d) và (d') cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{M_0 M'_0} = 0 \\ [\vec{u}, \vec{u}'] \neq \vec{0} \end{cases}$

$$\begin{aligned}
 (d) // (d') &\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u}'] = \vec{0} \\ M_0 \notin (d) \end{cases} \\
 (d) \equiv (d') &\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u}'] = \vec{0} \\ M_0 \in (d) \end{cases} \\
 (d) \text{ và } (d') \text{ chéo nhau} &\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{M_0 M'_0} \neq 0
 \end{aligned}$$

2. Vị trí tương đối của đường thẳng và của mặt phẳng:

Cho đường thẳng (d) qua $M(x_0; y_0; z_0)$, có VTCP $\vec{u} = (a; b; c)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ có VTPT $\vec{n} = (A; B; C)$

Cách 1. (d) cắt $(\alpha) \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \vec{u} \neq 0 \Leftrightarrow Aa + Bb + Cc \neq 0$

$$(d) // (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ M_0 \notin (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Aa + Bb + Cc = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 \neq 0 \end{cases}$$

$$(d) \subset (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ M_0 \in (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Aa + Bb + Cc = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 = 0 \end{cases}$$

Cách 2. Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ x = y_0 + bt \\ x = z_0 + ct \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases} \quad (*)$$

- Nếu (*) vô nghiệm thì $(d) // (\alpha)$
- Nếu (*) có nghiệm đúng với mọi t thì $(d) \subset (\alpha)$
- Nếu (*) có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0; z_0)$ thì (d) cắt (α) và nghiệm của hệ là tọa độ giao điểm.

Một số lưu ý:

- 1) Khi (d) cắt (α) để tìm tọa độ giao điểm của (d) và (α) ta giải hệ gồm các phương trình của (d) và (α)
- 2) Tìm hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (α)
 - Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua điểm M và $(\Delta) \perp (\alpha)$
 - Tìm giao điểm của (Δ) với (α) đó là điểm cần tìm.
- 3) Tìm điểm M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (α)
 - Tìm hình chiếu vuông góc H của M trên (α) .
 - M' đối xứng với M qua $(\alpha) \Leftrightarrow H$ là trung điểm đoạn MM' .
- 4) Tìm hình chiếu vuông góc H của M trên đường đương thẳng (d) .
 - Viết phương trình mặt phẳng (α) qua M và $(\alpha) \perp (d)$.
 - Tìm giao điểm của (α) với (d) , đó là tọa độ H cần tìm. (còn cách 2)
- 5) Tìm điểm M' đối xứng với điểm M qua đường thẳng (d) .
 - Tìm hình chiếu vuông góc H của M trên (d) .
 - M' đối xứng với M qua $(d) \Leftrightarrow H$ là trung điểm đoạn MM' .

3. Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu



Cho mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và mặt cầu $(S): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R .

mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một giao tuyến là đường tròn nếu $d(I, \alpha) < R$. Khi đó bán kính đường tròn giao tuyến bằng $r = \sqrt{R^2 - d^2(I, \alpha)}$

mặt phẳng (α) tiếp xúc (S) khi và chỉ khi $d(I, \alpha) = R$.

mặt phẳng (α) và (S) không giao nhau khi và chỉ khi $d(I, \alpha) > R$.

B. KỸ NĂNG

- Rèn kỹ năng xét vị trí tương đối giữa các cặp mặt phẳng, cặp đường thẳng.
- Rèn kỹ năng tìm hình chiếu vuông góc của điểm lên đường thẳng, lên mặt phẳng.
- Rèn kỹ năng Cm các cặp đường thẳng vuông góc, song song...

C. BÀI TẬP.

Bài 1. Xét vị trí tương đối giữa các mặt phẳng cho bởi các phương trình sau :

1) $(P): 2x - y + z - 1 = 0; (Q): x - y + z - 5 = 0$

2) $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0; (Q): -2x + 4y - 6z + 3 = 0$

3) $(P): x - 2y + 3z - 10 = 0; (Q): -\frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2}z - 5 = 0$

Bài 2. Cho hai mặt phẳng $(P): mx + (10m - 8)y - 2z + 2 = 0$; $(Q): 2x + m^2y - z - 4 = 0$. Tìm m để

a) $(P) // (Q)$

b) (P) cắt (Q)

Bài 3: Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau, nếu chúng cắt nhau hãy tìm tọa độ giao điểm :

a) d: $\frac{x-1}{3} = y+2 = z$ và d': $\begin{cases} x = -1 \\ y = t \\ x = 1+t \end{cases}$

b) d: $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = t \\ z = -1-t \end{cases}$ và

d': $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{-5} = \frac{z+3}{-1}$

c) d: $\frac{x-1}{9} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{3}$ và d': $\frac{x-7}{6} = \frac{y-6}{4} = \frac{z-5}{2}$

Bài 4. Xét vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng sau, nếu chúng cắt nhau hãy tìm tọa độ giao điểm của chúng:

a) d: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-4}$ và $(\alpha): 4x + 2y - 8z + 2 = 0$ b) d: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-1}$ và $(\alpha): 2x + y - z - 3 = 0$

c) d: $\begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ $(\alpha): 3x + 5y - z - 2 = 0$

Bài 5. Cho điểm $M(2; 1; 4)$ và đường thẳng $(d) \therefore \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = 1+2t \end{cases}$

a) Tìm hình chiếu vuông góc H của M trên (d) .

b) Tìm điểm M' đối xứng với M qua (d) .



Bài 6. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $N(2; -3; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha) : x + 2y - z + 4 = 0$.

- a) Tìm hình chiếu vuông góc của N trên mặt phẳng . b) Tìm điểm N' đối xứng với N qua (α) .

Bài 7. Cho mặt phẳng $(\alpha) : 2x + y + x - 2 = 0$ và đường thẳng $(d) : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$.

- a) Chứng minh (d) cắt (α) b) Tìm tọa độ giao điểm A của (d) với (α) .
c) Viết phương trình đường thẳng (d') qua A vuông góc với (d) và nằm trong $mp(P)$.

Bài 8. Cho $(d) : \frac{x-1}{m} = \frac{y+2}{2m-1} = \frac{z+3}{2}$, $(\alpha) : x + 3y - 2z - 5 = 0$. Định m để:

- a). (d) cắt (α) b). $(d) // (\alpha)$ c). $(d) \perp (\alpha)$.

Bài 9. Cho $(d_1) : \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $(d_2) : \begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases}$.

- a) Chứng minh rằng hai đường thẳng (d_1) và (d_2) cắt nhau.
b) Lập phương trình tổng quát của $mp(P)$ chứa (d_1) và (d_2)

Bài 10. Cho $(d_1) : \begin{cases} x = 3+2t \\ y = 1-t \\ z = 5-t \end{cases}$ và $(d_2) : \begin{cases} x = 3-4k \\ y = -3+2k \\ z = 1-2k \end{cases}$.

- a) Chứng minh rằng hai đường thẳng (d_1) và (d_2) song song
b) Lập phương trình tổng quát của $mp(P)$ chứa (d_1) và (d_2)

Bài 11. Cho $(d_1) : \begin{cases} x = 1 \\ y = -4+2t \\ z = 3+t \end{cases}$ và $(d_2) : \begin{cases} x = 3-3k \\ y = 1+2k \\ z = -2 \end{cases}$.

- a) Chứng minh (d_1) và (d_2) chéo nhau.
b) Viết phương trình đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2)

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Xác định m để hai mặt phẳng sau vuông góc $(P) : (2m-1)x - 3my + 2z - 3 = 0$ và $(Q) : mx + (m-1)y + 4z - 5 = 0$.

- A. $m = -2 \vee m = 2$ B. $m = -2 \vee m = 4$ C. $m = 2 \vee m = 4$ D. $m = -4 \vee m = 2$

Câu 2. Xác định m, n, p để cặp mặt phẳng sau song song

$(P) : 2x - 3y - 5z + p = 0$, $(Q) : (m+2)x + (n-1)y + 10z - 2 = 0$

- A. $m = 2, n = -3, p \neq 5$ B. $m = -2, n = 3, p \neq 1$
C. $m = -6, n = 7, p \neq 1$ D. $m = 6, n = -4, p \neq 2$

Câu 3. Điều kiện nào sau đây không đủ để cặp mặt phẳng

$(P) : 2x - y - 5z + p = 0$, $(Q) : (m+2)x + (n-1)y + 10z - 2 = 0$ không cắt nhau :

- A. $m \neq -6$ B. $n \neq 3$ C. $m \neq -6, n \neq 3$ D. $p \neq 1$

Câu 4. Trong không gian Oxyz. Cho đường thẳng $d : \begin{cases} 2x + 3y + 6z - 10 = 0 \\ x + y + z + 5 = 0 \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P) : mx + y + z + 5 = 0$. Với giá trị nào của m để đường thẳng d và mặt phẳng (P) song song.

- A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m \neq 0$ D. $m \neq 1$



Câu 5. Cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 5 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) .

- A. $(-2; -6; 8)$ B. $(-1; -3; 4)$ C. $(3; 1; 0)$ D. $(0; 2; -1)$

Câu 6. Cho mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 6 = 0$ và điểm $A(2; -1; 0)$. Tìm tọa độ hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) .

- A. $(1; -1; 1)$ B. $(-1; 1; -1)$ C. $(3; -2; 1)$ D. $(5; -3; 1)$

Câu 7. Cho điểm $A(1; 1; 1)$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng (d) .

- A. $(2; -3; -1)$ B. $(2; 3; 1)$ C. $(2; -3; 1)$ D. $(-2; 3; 1)$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(0; 2; 4)$, $C(4; 2; 1)$. Tọa độ điểm D trên trục Ox , sao cho $AD = BC$.

- A. $D(0; 0; 0)$, $D(6; 0; 0)$ B. $D(-2; -4; 0)$, $D(8; -4; 0)$
C. $D(3; 0; 0)$, $D(0; 0; 3)$ D. $D(-2; 0; 0)$, $D(8; 0; 0)$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm B đối xứng với A qua mặt phẳng (P) .

- A. $B(-2; 0; -4)$ B. $B(-1; 3; -2)$ C. $B(-2; 1; -3)$ D. $B(-1; -2;$

$3)$

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$ và điểm $A(-1; 0;$

1). Tìm tọa độ điểm B đối xứng với A qua đường thẳng d .

- A. $(1; 2; 3)$ B. $(1; 2; 1)$ C. $(1; -2; 3)$ D. $(0; 1; 1)$

Câu 11. Cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-1}{3}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - 2z - 4 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) .

- A. $(4; 0; 4)$ B. $(0; 0; -2)$ C. $(2; 0; 1)$ D. $(-2; 2; 0)$

Câu 12. Cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z + 1 = 0$. Vị trí tương đối giữa (P) và (S) là

- A. cắt nhau theo đường tròn có bán kính 2 B. cắt nhau theo đường tròn có bán kính 3
C. cắt nhau theo đường tròn có bán kính 4 D. chúng không cắt nhau

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm giá trị của m để (P) vuông góc với (Δ) .

- A. $m = -2$ B. $m = 2$ C. $m = -52$ D. $m = 52$

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có các điểm $A(0; 1; 0)$, $B(0; 1; 1)$, $C(2; 1; 1)$, $D(1; 2; 1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $1/6$ B. $1/3$ C. $2/3$ D. $4/3$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Tìm tọa độ các giao điểm của d và (S) .

- A. $(0, -1; 1)$ và $(2; 2; 0)$ B. $(0, 1; 1)$ và $(2; -2; 0)$
C. $(0, -1; 1)$ và $(2; -2; 0)$ D. $(0, 1; -1)$ và $(-2; 2; 0)$

Câu 15. Tìm tọa độ điểm A trên đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng



(P): $x - 2y - 2z + 5 = 0$ bằng 3. Biết rằng A có hoành độ dương.

- A. (2; -1; 0) B. (4; -2; 1) C. (-2; 1; -2) D. (6; -3; 2)

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(0;1;2), B(2; -2;1), C(-2;0;1). Tìm tọa độ của điểm M thuộc mặt phẳng (α): $2x + 2y + z - 3 = 0$ sao cho $MA = MB = MC$.

- A. (2; 1; 3) B. (-2; 5; 7) C. (2; 3; -7) D. (1; 2; 5)

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 36$ và mặt phẳng (P): $x + 2y + 2z + 18 = 0$. Đường thẳng d đi qua tâm mặt cầu và vuông góc với mặt phẳng (P), cắt mặt cầu tại các giao điểm là

- A. (-1; -2; -2) và (2; 4; 4) B. (3; 6; 6) và (-2; -4; -4)
C. (4; 8; 8) và (-3; -6; -6) D. (3; 6; 6) và (-1; -2; -2)

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z - 1 = 0$ và hai đường

thẳng $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+9}{6}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Xác định tọa độ điểm M thuộc d_1 sao cho khoảng

cách từ M đến d_2 bằng khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P). Biết rằng M có hoành độ nguyên.

- A. (-1; 0; -9) B. (0; 1; -3) C. (1; 2; 3) D. (2; 3; 9)

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm A (2; 1; 0), B(1;2;2), C(1;1;0) và mặt phẳng (P):

$x + y + z - 6 = 0$. Xác định tọa độ điểm D thuộc đường thẳng AB sao cho đường thẳng CD song song với mặt phẳng (P).

- A. D(5/2; 1/2; -1) B. D(3/2; -1/2; 0) C. D(0; -1/2; 3/2) D. (-1; 1/2; 5/2)

Câu 20. Cho các điểm A (1; 0; 0), B (0; b; 0), C (0; 0; c), trong đó $b > 0$, $c > 0$ và mặt phẳng (P): $y - z + 1 = 0$. Xác định b và c, biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với (P) và khoảng cách từ điểm O đến (ABC) bằng 1/3.

- A. $b = 2$ và $c = 2$ B. $b = 1/2$ và $c = 1/2$ C. $b = 2$ và $c = 1$ D. $b = 1$ và $c = 2$

Câu 21. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$. Xác định tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho khoảng

cách từ M đến Δ bằng OM với O là gốc tọa độ.

- A. (-1; 0; 0) hoặc (1; 0; 0) B. (2; 0; 0) hoặc (-2; 0; 0)

- C. (1; 0; 0) hoặc (-2; 0; 0) D. (2; 0; 0) hoặc (-1; 0; 0)

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ và $\Delta_2:$

$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_2 bằng 1.

- A. (6; 3; 3), (3; 0; 0) B. (4; 1; 1), (7; 4; 4) C. (3; 0; 0), (7; 4; 4) D. (5; 2; 2), (4; 1; 1)

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(2; 0; 1), B(0; -2; 3) và mặt phẳng (P): $2x - y - z + 4 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = 3$. Biết M có hoành độ nguyên.

- A. (3; -2; 3) B. (2; 0; 4) C. (-1; 0; 2) D. (0; 1; 3)

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z = 0$ và điểm A(4; 4; 0). Tìm tọa độ điểm B thuộc (S) sao cho tam giác OAB đều.

- A. (4; 0; 4) hoặc (0; 4; 4) B. (2; 2; 4) hoặc (2; 4; 2)

- C. (4; 0; 4) hoặc (8; 4; 4) D. (0; 4; 4) hoặc (8; 0; 0)



Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng

(P):

$x + y + z - 3 = 0$. Gọi I là giao điểm của Δ và (P). Xác định tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MI vuông góc với Δ và $MI = 4\sqrt{14}$.

A. M(-3; -7; 13) hoặc M(5; 9; -11)

B. M(-3; -7; 13) hoặc M(9; 5; -11)

C. M(-7; 13; -3) hoặc M(-11; 9; 5)

D. M(13; -3; -7) hoặc M(9; -11; 5)

BÀI 6. KHOẢNG CÁCH VÀ GÓC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Khoảng cách từ $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mp (α): $Ax + By + Cz = 0$ là:

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

2. Khoảng cách từ điểm M_1 đến đt Δ đi qua M_0 và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ là:

$$d(M_1, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{[M_0M_1, \vec{u}]}}{|\vec{u}|}$$

3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau Δ và Δ' trong đó:

Δ đi qua điểm M_0 và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$, Δ' đi qua điểm M_0' và có vectơ chỉ phương $\vec{u}'$

$$d(\Delta, \Delta') = \frac{|\overrightarrow{[\vec{u}, \vec{u}']} \cdot \overrightarrow{M_0M_0'}|}{|\overrightarrow{[\vec{u}, \vec{u}']}|}$$

4. Góc giữa hai mặt phẳng: Cho (P): $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và (Q): $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$. Khi đó

góc giữa (P) và (Q) là α xác định bởi: $\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$ với $\vec{n}_1, \vec{n}_2$ là 2

VTPT của (P) và (Q).

Chú ý: $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ nên dấu giá trị tuyệt đối trong công thức là bắt buộc.

B. KỸ NĂNG

- Thành thạo tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, một mặt phẳng.

- Rèn kỹ năng tính khoảng cách giữa hai đt chéo nhau, xác định góc giữa hai mặt phẳng...

C. BÀI TẬP.

Bài 1. Tính khoảng cách từ các điểm $M_1(1; -3; 4)$, $M_2(0; 4; 1)$, $M_3(2; -1; 0)$ đến mặt phẳng

(α): $2x - 2y + z - 5 = 0$

Bài 2. Lập phương trình mặt cầu tâm I(1; 1; -2) và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $2x + y - 2z + 1 = 0$.

Bài 3. Cho (P): $2x + y - z - 2 = 0$, (Q): $-4x - 2y + 2z + 1 = 0$.

a) Tính khoảng cách giữa (P) và (Q).

b) Viết phương trình mp(R) song song và cách đều 2 mặt phẳng (P) và (Q).

Bài 4. (ĐH- 2010B). Cho A(1; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c) trong đó b, c dương và mặt phẳng

(P): $y - z + 1 = 0$. Xác định b và c, biết mp(ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ O

đến (ABC) bằng $\frac{1}{3}$

Bài 5. Tính khoảng cách từ điểm A(1; 1; 3) tới đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-3}$



Bài 6. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau :

$$(\Delta_1): \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-1} \text{ và } (\Delta_2): \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$$

Bài 7. Tìm trên Oz điểm M cách đều điểm A(2; 3; -1) và mặt phẳng: $x + 3y + z - 17 = 0$

Bài 8. Cho đường thẳng (d):
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3t \end{cases}$$
 và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 2z + 1 = 0$.

Tìm các điểm M $\in$ (d) sao cho khoảng cách từ M đến (α) bằng 3

Bài 9. Cho hai đường thẳng $(d_1): \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $(d_2): \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$

Tìm hai điểm M, N lần lượt trên (d_1) và (d_2) sao cho độ dài đoạn MN nhỏ nhất.

Bài 10. (ĐH 2003-B) Cho A(2; 0; 0), B(0; 0; 8) và điểm C sao cho $\overrightarrow{AC} = (0; 6; 0)$. Tính khoảng cách từ trung điểm I của BC đến đường thẳng OA.

Bài 11. (ĐH- 2005A). Cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$ và mp(P): $2x + y - 2z + 9 = 0$.

- Tìm điểm $I \in d$ sao cho khoảng cách từ I đến mp(P) bằng 2
- Tìm A là giao điểm của mp(P) và (d). Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ nằm trong mp(P), biết Δ qua A và vuông góc với d.

Bài 12. (Dự bị ĐH- 2006D). Cho A(1; 2; 0), B(0; 4; 0), C(0; 0; 3)

- Viết phương trình đường thẳng d qua O và vuông góc với mp(ABC).
- Viết phương trình mp(P) chứa OA sao cho khoảng cách từ B đến mp(P) bằng khoảng cách từ C đến mp(P)

Bài 13. Lập phương trình mặt phẳng (P) qua A(1; 0; 5) và song song với mp $2x - y + z - 17 = 0$ và mặt phẳng (Q) qua điểm B(1; -2; 1), C(1; 0; 0), D(0; 1; 0). Tính góc hợp bởi (P) và (Q).

Bài 14. Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa Oz và tạo với $(Q): 2x + y - \sqrt{5}z = 0$ một góc 60° .

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho mặt phẳng (P): $2x - y - 2z - 8 = 0$ và điểm M(-2; -4; 5). Tính khoảng cách từ M đến (P).

- A. 18 B. 6 C. 9 D. 3

Câu 2. Cho hai mặt phẳng (P): $2x - 3y + 6z + 2 = 0$ và (Q): $2x - 3y + 6z + 9 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

- A. 8 B. 4 C. 2 D. 1

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxyz, cho tứ diện ABCD có A(2;3;1), B(4;1; -2), C(1;3;2), D(-2;3;-1). Độ dài đường cao kẻ từ D của tứ diện là

- A. 1 B. 4 C. 3 D. 2

Câu 4. Cho điểm A(1; 0; 1), B(0; 2; 3) và C(0; 0; 2). Độ dài đường cao hạ từ C của tam giác ABC là

- A. 2 B. 3 C. 1/2 D. 1

Câu 5. Cho A(-2; 2; 3) và đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{1}$. Tính khoảng cách từ A đến (Δ) .

- A. $3\sqrt{5}$ B. $5\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $5\sqrt{2}$

Câu 6. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$, $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

- A. $\frac{3}{\sqrt{14}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{14}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{14}}$ D. $\frac{5}{\sqrt{14}}$

Câu 7. Cho bốn điểm A(1; 1; 0), B(0; 2; 1), C(1; 0; 2), D(1; 1; 1). Tính thể tích khối tứ diện ABCD.



- A. $1/6$ B. $1/3$ C. $1/2$ D. 1
- Câu 8. Cho các điểm $S(3; 1; -2)$, $A(5; 3; -1)$, $B(2; 3; -4)$, $C(1; 2; 0)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của S trên mặt phẳng (ABC).
- A. $H(8/3; 8/3; -5/3)$ B. $H(9/4; 5/2; -5/4)$ C. $H(5/2; 11/4; -9/4)$ D. $H(5/3; 7/3; -1)$
- Câu 9. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z - 3 = 0$. Gọi C là giao điểm của Δ với (P), M là điểm thuộc Δ . Tính khoảng cách từ M đến (P), biết $MC = \sqrt{6}$.
- A. 2 B. 3 C. $2/3$ D. $4/3$
- Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1; 1; 2)$. Tìm điểm N thuộc mặt phẳng Oxy sao cho độ dài đoạn thẳng MN là ngắn nhất.
- A. $(1; 1; 0)$ B. $(1; 2; 2)$ C. $(2; 1; 0)$ D. $(2; 2; 0)$
- Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 2; 1)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng Oxy. Tìm tọa độ của M để $P = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- A. $(1; 2; 1)$ B. $(1; 1; 0)$ C. $(2; 1; 0)$ D. $(2; 2; 0)$
- Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(1; 1; 0)$, $B(3; 0; 5)$, $C(2; 2; 1)$. Gọi M là một điểm chạy trên mặt phẳng Oyz. Giá trị của $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi M có tọa độ là
- A. $(0; 2; 1)$ B. $(0; 1; 3)$ C. $(0; 2; 3)$ D. $(0; 1; 2)$
- Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(1; 2; 0)$, $B(0; 1; 5)$, $C(2; 0; 1)$. Gọi M là một điểm chạy trên mặt phẳng Oyz. Giá trị nhỏ nhất của $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ là
- A. 23 B. 25 C. 27 D. 21
- Câu 15. Cho mặt phẳng (P): $2x - y - 2z - 8 = 0$ và điểm $M(-2; -4; 5)$. Tính khoảng cách từ M đến (P).
- A. 18 B. 6 C. 9 D. 3
- Câu 16. Cho hai mặt phẳng (P): $2x - 3y + 6z + 2 = 0$ và (Q): $2x - 3y + 6z + 9 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).
- A. 8 B. 4 C. 2 D. 1
- Câu 17. Trong mặt phẳng Oxyz, cho tứ diện ABCD có $A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(1;3;2)$, $D(-2;3;-1)$. Độ dài đường cao kẻ từ D của tứ diện là
- A. 1 B. 4 C. 3 D. 2
- Câu 18. Cho điểm $A(1; 0; 1)$, $B(0; 2; 3)$ và $C(0; 0; 2)$. Độ dài đường cao hạ từ C của tam giác ABC là
- A. 2 B. 3 C. $1/2$ D. 1
- Câu 19. Cho $A(-2; 2; 3)$ và đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{1}$. Tính khoảng cách từ A đến (Δ) .
- A. $3\sqrt{5}$ B. $5\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $5\sqrt{2}$
- Câu 20. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$, $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-1}$.
- A. $\frac{3}{\sqrt{14}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{14}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{14}}$ D. $\frac{5}{\sqrt{14}}$
- Câu 21. Cho bốn điểm $A(1; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$, $C(1; 0; 2)$, $D(1; 1; 1)$. Tính thể tích khối tứ diện ABCD.
- A. $1/6$ B. $1/3$ C. $1/2$ D. 1
- Câu 22. Cho các điểm $S(3; 1; -2)$, $A(5; 3; -1)$, $B(2; 3; -4)$, $C(1; 2; 0)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của S trên mặt phẳng (ABC).
- A. $H(8/3; 8/3; -5/3)$ B. $H(9/4; 5/2; -5/4)$ C. $H(5/2; 11/4; -9/4)$ D. $H(5/3; 7/3; -1)$
- Câu 23. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z - 3 = 0$. Gọi C là giao điểm của Δ với (P), M là điểm thuộc Δ . Tính khoảng cách từ M đến (P), biết $MC = \sqrt{6}$.



A. 2

B. 3

C. $2/3$

D. $4/3$

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1; 1; 2)$. Tìm điểm N thuộc mặt phẳng Oxy sao cho độ dài đoạn thẳng MN là ngắn nhất.

A. $(1; 1; 0)$

B. $(1; 2; 2)$

C. $(2; 1; 0)$

D. $(2; 2; 0)$

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 2; 1)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng Oxy. Tìm tọa độ của M để $P = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $(1; 2; 1)$

B. $(1; 1; 0)$

C. $(2; 1; 0)$

D. $(2; 2; 0)$

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Câu 1: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}, (P): x - 3y + 2z + 6 = 0$.

Phương trình hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) là:

A. $\begin{cases} x = 1 + 31t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 8t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 - 31t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 8t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 31t \\ y = 3 + 5t \\ z = -2 - 8t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 31t \\ y = 1 + 5t \\ z = 2 - 8t \end{cases}$

Câu 2: Trong không gian Oxyz, cho điểm $I(1; 3; -2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-4}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{-1}$.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm I và cắt Δ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 4 có phương trình là:

A. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$ **B.** $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$

C. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$ **D.** $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 9$

Câu 3: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4z + 12 = 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mặt phẳng (α) đi qua tâm mặt cầu (S) .

B. Mặt phẳng (α) tiếp xúc mặt cầu (S) .

C. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn.

D. Mặt phẳng (α) không cắt mặt cầu (S) .

Câu 4: Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A(2; -1; 6), B(-3; -1; -4), C(5; -1; 0), D(1; 2; 1)$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. 30

B. 40

C. 50

D. 60

Câu 5: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x + 6y - 3z + m = 0$. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3.

A. $m = 4$

B. $m = 51$

C. $m = -5$

D. $\begin{cases} m = 51 \\ m = -5 \end{cases}$

Câu 6: Trong không gian Oxyz, cho bốn điểm $A(6; -2; 3), B(0; 1; 6), C(2; 0; -1), D(4; 1; 0)$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm A, B, C, D . Hãy viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm A .



- A.** $4x - y - 9 = 0$ **B.** $4x - y - 26 = 0$ **C.** $x + 4y + 3z - 1 = 0$ **D.** $x + 4y + 3z + 1 = 0$

Câu 7: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(-3; 2; 5)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 5z - 13 = 0$.

Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (P) .

- A.** $A'(1; 8; -5)$ **B.** $A'(2; -4; 3)$ **C.** $A'(7; 6; -4)$ **D.** $A'(0; 1; -3)$

Câu 8: Trong không gian Oxyz, cho $A(2; 0; -1), B(1; -2; 3), C(0; 1; 2)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O lên mặt phẳng (ABC) là điểm H , khi đó H là:

- A.** $H\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ **B.** $H\left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$ **C.** $H\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$ **D.** $H\left(1; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Câu 9: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$ và hai mặt phẳng $(P): x - y - z = 0, (Q): 2x + 3z + 2 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A.** Mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn.
B. Mặt cầu (S) và mặt phẳng (Q) cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn.
C. Mặt cầu (S) và mặt phẳng (Q) tiếp xúc nhau.
D. Mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) tiếp xúc nhau.

Câu 10: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(2; -1; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm K hình chiếu vuông góc của điểm M trên đường thẳng Δ .

- A.** $K\left(\frac{17}{12}; -\frac{13}{12}; \frac{2}{3}\right)$ **B.** $K\left(\frac{17}{9}; -\frac{13}{9}; \frac{8}{9}\right)$ **C.** $K\left(\frac{17}{6}; -\frac{13}{6}; \frac{8}{6}\right)$ **D.** $K\left(\frac{17}{3}; -\frac{13}{3}; \frac{8}{3}\right)$

Câu 11: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$. Có tất cả bao nhiêu điểm thuộc đường thẳng (d) sao cho khoảng cách từ điểm đó đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{3}$.

- A.** Vô số điểm **B.** Một **C.** Hai **D.** Ba

Câu 12: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{2}$ và mặt phẳng (Oxz) .

- A.** $(2; 0; 3)$ **B.** $(1; 0; 2)$ **C.** $(-2; 0; -3)$ **D.** $(3; 0; 5)$

Câu 13: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$ và đường thẳng $(d): \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$. Tìm m để (d) cắt (S) tại hai điểm M, N sao cho độ dài MN bằng 8.

- A.** $m = -24$ **B.** $m = 8$ **C.** $m = 16$ **D.** $m = -12$

Câu 14: Trong không gian cho ba điểm $A(5; -2; 0), B(-2; 3; 0)$ và $C(0; 2; 3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ:

- A.** $(1; 1; 1)$ **B.** $(2; 0; -1)$ **C.** $(1; 2; 1)$ **D.** $(1; 1; -2)$

Câu 15: Trong không gian cho ba điểm $A(1; 3; 1), B(4; 3; -1)$ và $C(1; 7; 3)$. Nếu D là đỉnh thứ 4 của hình bình hành $ABCD$ thì D có tọa độ là:

- A.** $(0; 9; 2)$ **B.** $(2; 5; 4)$ **C.** $(2; 9; 2)$ **D.** $(-2; 7; 5)$



Câu 16: Cho $\vec{a} = (-2; 0; 1)$, $\vec{b} = (1; 3; -2)$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng:

- A.** $[\vec{a}; \vec{b}] = (-1; -1; 2)$ **B.** $[\vec{a}; \vec{b}] = (-3; -3; -6)$ **C.** $[\vec{a}; \vec{b}] = (3; 3; -6)$ **D.** $[\vec{a}; \vec{b}] = (1; 1; -2)$

Câu 17: Cho đường thẳng đi qua điểm $A(1; 4; -7)$ và vuông góc với mặt phẳng

$(\alpha): x + 2y - 2z - 3 = 0$ có phương trình chính tắc là:

- A.** $x - 1 = \frac{y - 4}{2} = -\frac{z + 7}{2}$ **B.** $x - 1 = \frac{y - 4}{2} = \frac{z + 7}{2}$
C. $\frac{x - 1}{4} = y + 4 = \frac{z + 7}{2}$ **D.** $x - 1 = y - 4 = z + 7$

Câu 18: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x - 3}{4} = \frac{y + 2}{-1} = \frac{z - 4}{2}$ và mặt phẳng

$(\alpha): x - 4y - 4z + 5 = 0$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng ?

- A.** Góc giữa (Δ) và (α) bằng 30° **B.** $(\Delta) \in (\alpha)$
C. $(\Delta) \perp (\alpha)$ **D.** $(\Delta) // (\alpha)$

Câu 19: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $M(3; 1; 1)$, $N(4; 8; -3)$, $P(2; 9; -7)$ và mặt phẳng $(Q): x + 2y - z - 6 = 0$. Đường thẳng d đi qua G , vuông góc với (Q) . Tìm giao điểm A của mặt phẳng (Q) và đường thẳng d , biết G là trọng tâm tam giác MNP .

- A.** $A(1; 2; 1)$ **B.** $A(1; -2; -1)$ **C.** $A(-1; -2; -1)$ **D.** $A(1; 2; -1)$

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Thời gian làm bài: 45 phút

ĐỀ KIỂM TRA

Chủ đề/Chuẩn KTKN	Cấp độ tư duy				
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng thấp	Vận dụng cao	Cộng
1. Hệ tọa độ trong không gian Biết cách tìm tọa độ điểm, véc tơ. Thực hiện được các phép	Câu 1	Câu 7			13
	Câu 2	Câu 8	Câu 9	Câu 12	52%

toán véc tơ. Tính được tích vô hướng véc tơ và các bài toán về mặt cầu.	Câu 3		Câu 10	Câu 13	
	Câu 4		Câu 11		
	Câu 5				
	Câu 6				
	6	2	3	2	
2. Phương trình mặt phẳng Viết phương trình mặt phẳng, vị trí tương đối của hai mp, tính được k/c từ một điểm đến mp.	Câu 14		Câu 21	Câu 24	12 48%
	Câu 15	Câu 18	Câu 22	Câu 25	
	Câu 16	Câu 19	Câu 23		
	Câu 17	Câu 20			
	4	3	3	2	
Cộng	10 40%	5 20%	6 25%	4 15%	25 100%

BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI ĐỀ KIỂM TRA PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN ĐỀ KIỂM TRA

Chủ đề	Câu	Nội dung
1. Hệ tọa độ trong không gian Biết cách tìm tọa độ điểm, véc tơ. Thực hiện được các phép toán véc tơ. Tính được tích vô hướng véc tơ và các bài toán về mặt cầu.	1	Nhận biết: CT tính tọa độ trọng tâm của một tam giác
	2	Nhận biết: CT tính khoảng cách giữa hai điểm
	3	Nhận biết: Viết phương trình mặt cầu
	4	Nhận biết : Tọa độ của một vectơ
	5	Nhận biết: Tọa độ trung điểm đoạn thẳng
	6	Nhận biết: Tìm tâm và bk mặt cầu
	7	Thông hiểu: Viết pt mặt cầu
	8	Thông hiểu: Cộng vectơ, nhân vectơ với một số
	9	Vận dụng thấp: Tọa độ điểm
	10	Vận dụng thấp: Ứng dụng của vectơ
	11	Vận dụng thấp: Kiến thức liên quan tới mặt cầu.
	12	Vận dụng cao: Tìm tọa độ điểm để độ dài lớn nhất
	13	Vận dụng cao: PT mặt cầu đi qua 4 điểm
2. Phương trình mặt phẳng Viết phương trình mặt phẳng, vị trí tương đối của hai mp, tính được k/c từ một điểm đến mp.	14	Nhận biết: Pt mặt phẳng theo đoạn chắn.
	15	Nhận biết: Xác định VTPT của mp
	16	Nhận biết: Lập phương trình mp trung trực của đoạn thẳng
	17	Nhận biết: Khoảng cách từ 1 điểm tới 1 mp
	18	Thông hiểu: Lập PTMP biết một điểm và song song với MP cho trước
	19	Thông hiểu: Độ dài đoạn thẳng
	20	Vận dụng thấp: Lập phương trình mp đi qua ba điểm cho trước.
	21	Vận dụng thấp: Tìm tọa độ điểm thứ 4 để là hkh
	22	Vận dụng thấp: Viết phương trình tiếp xúc với 1 mặt phẳng
	23	Vận dụng thấp: Viết phương trình mặt phẳng đi qua 2 điểm và vuông góc với 1 mp
	24	Vận dụng cao: Tính thể tích tứ diện
	25	Vận dụng cao: Cho điểm A và mp (P). Mp(Q) song song với (P) và cách đều (P), (Q). Viết phương trình mp (Q).



ĐỀ KIỂM TRA

Câu 1. Trong không gian Oxyz. Cho ba điểm $A(1;1;3)$; $B(-1; 3; 2)$; $C(-1;2;3)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là.

- A. $G(0; 0; 6)$. B. $G(0;3/2;3)$. C. $G(-1/3;2; 8/3)$. D. $G(0;3/2;2)$.

Câu 2. Trong không gian Oxyz, khoảng cách giữa hai điểm $A(2;3;4)$ và $B(6;0;4)$ bằng :

- A. $\sqrt{29}$. B. $\sqrt{52}$. C. 5 D. $\sqrt{7}$

Câu 3. Trong không gian Oxyz, phương trình mặt cầu tâm $I(2;1;-2)$ bán kính $R=2$ là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 10 = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 5 = 0$

- C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 3^2$ D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2^2$

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$. Khi đó tọa độ của $\vec{a}$ là:

- A. $\vec{a} = (2;1;-5)$ B. $\vec{a} = (2;1;0)$ C. $\vec{a} = (-2;-1;5)$ D. $\vec{a} = (2;0;-5)$

Câu 5. Cho ba điểm $A(1;1;3)$; $C(-1;2;3)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AC là

- A. $I(0; 0; 6)$; B. $I(0;3/2;3)$; C. $I(-1/3;2; 8/3)$ D. $I(0;3/2;2)$;

Câu 6. Cho mặt cầu (S) tâm I bán kính R và có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y + 1 = 0$ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng

- A. $I\left(-\frac{1}{2};1;0\right)$ và $R=\frac{1}{4}$ B. $I\left(\frac{1}{2};-1;0\right)$ và $R=\frac{1}{2}$

- C. $I\left(\frac{1}{2};-1;0\right)$ và $R=\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $I\left(-\frac{1}{2};1;0\right)$ và $R=\frac{1}{2}$

Câu 7. Phương trình mặt cầu (S) qua điểm $A(1;2;0)$ và có tâm là gốc tọa độ O là.

- A. $2x^2 + y^2 + z^2 = 5$ B. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 5$

- C. $x^2 + y^2 + 2z^2 = 5$ D. $x^2 + y^2 + z^2 = 5$

Câu 8. Cho ba véc tơ $\vec{a} = (5;-7;2)$; $\vec{b} = (0;3;4)$; $\vec{c} = (-1;1;3)$. Tọa độ véc tơ $\vec{n} = 3\vec{a} + 4\vec{b} + 2\vec{c}$ là

- A. $\vec{n} = (13;-7;28)$ B. $\vec{n} = (13;1;3)$; C. $\vec{n} = (-1;-7;2)$; D. $\vec{n} = (-1;28;3)$

Câu 9. Trong không gian Oxyz, cho vectơ $\vec{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tọa độ của điểm A là

- A. $(3;-2;5)$ B. $(-3;-17;2)$ C. $(3;17;-2)$ D. $(3;5;-2)$

Câu 10. Trong không gian Oxyz, cho 3 vectơ $\vec{a} = (-1;1;0)$; $\vec{b} = (1;1;0)$; $\vec{c} = (1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$ B. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng

- C. $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{2}{\sqrt{6}}$ D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$

Câu 11. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 12$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai:

- A. S có tâm $I(-1;2;3)$ B. S có bán kính $R = 2\sqrt{3}$

- C. S đi qua điểm $M(1;0;1)$ D. S đi qua điểm $N(-3;4;2)$

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1;2;2)$, $B(5;4;4)$. Tọa độ điểm M nằm trên trục Ox sao cho $MA^2 + MB^2$ lớn nhất là:



- A. $M(0;0;0)$ B. $M(0;3;0)$ C. $M(3;0;0)$ D. $M(-3;0;0)$

Câu 13. Trong không gian Oxyz, bán kính mặt cầu đi qua bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ và $D(1;1;1)$ là:

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 14. Trong không gian Oxyz. Cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$; $B(0; 3; 0)$; $C(0; 0; 6)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là.

- A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 1$ B. $x+2y+z-6 = 0$ C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 3$ D. $6x+2y+z-3 = 0$

Câu 15. Cho mặt phẳng (P): $x + y + 2 = 0$. Khẳng định nào sau đây SAI?

- A. VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1;1;0)$
 B. Mặt phẳng (P) song song với Oz
 C. Điểm $M(-2;0;0)$ thuộc (P)
 D. Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Oxy)

Câu 16. Trong không gian Oxyz, cho 2 điểm $A(4;-1;3)$, $B(-2;3;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

- A. $3x - 2y + z + 3 = 0$ B. $6x - 4y + 2z + 1 = 0$ C. $3x - 2y + z - 3 = 0$ D. $3x - 2y - z + 1 = 0$

Câu 17. Cho điểm A $(-1; 3; -2)$ và mặt phẳng (P): $x - 2y - 2z + 5 = 0$. Khoảng cách từ A đến (P) là.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{5}{3}$.

Câu 18. Phương trình mp(α) đi qua điểm $M(1,-1,2)$ và song song với mp(β): $2x-y+3z-1=0$ là

- A. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$ B. $x + y + 2z - 9 = 0$ C. $2x-y+3z-9=0$
 D. $3x + 3y - z - 9 = 0$

Câu 19. Trong không gian Oxyz. Cho $A(4; 2; 6)$; $B(10; -2; 4)$, $C(4; -4; 0)$; $D(-2; 0; 2)$ thì tứ giác ABCD là: hình

- A. Thoi B. Bình hành C. Chữ nhật D. Vuông

Câu 20. Trong không gian Oxyz, cho $B(0; -2; 1)$; $C(1; -1; 4)$; $D(3; 5; 2)$. Phương trình mặt phẳng (BCD) là.

- A. $-5x+2y+z+3=0$ B. $5x+2y+z+3=0$ C. $-5x+2y+z-3=0$ D. $-5x+2y-z+3=0$

Câu 21. Trong không gian Oxyz. Cho 3 điểm $M(2;1;3)$, $N(4;0;-1)$; $P(-2;3;1)$. Nếu MNPQ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là:

- A. $(0;-2;3)$ B. $(0;-2;-3)$ C. $(0;2;-3)$ D. $(-4;4;5)$

Câu 22. Trong không gian Oxyz, cho $A(3; -2; -2)$; $B(3; 2; 0)$; $C(0; 2; 1)$; $D(-1; 1; 2)$. Phương trình mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) là.

- A. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 14$ B. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{14}$
 C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 14$ D. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{14}$

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng (P): $x - 3y + 2z - 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với mặt phẳng (P) là.

- A. (Q): $2y + 3z - 11 = 0$ B. (Q): $y + 3z - 11 = 0$



C. (Q): $2y + 3z + 11 = 0$

D. (Q): $y + 3z + 11 = 0$

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD có A(1;0;0), B(2;1;1), C(0;3;-2), D(1;3;0). Thể tích tứ diện đã cho là

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{6}$

D. 6

Câu 25. Cho mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 3 = 0$. Phương trình của mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) biết (Q) cách điểm A(1;2;3) một khoảng bằng 5 là.

A. (Q): $2x - y + 2z + 9 = 0$

B. (Q): $2x - y + 2z + 15 = 0$

C. (Q): $2x - y + 2z - 21 = 0$

D. Cả A, C đều đúng.