Chuyên đề
DÃY SỐ - GIỚI HẠN

PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC
DÃY SỐ – CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

A. KIẾN THỨC VÀ KỸ NĂNG CƠ BẢN

I. Phương pháp quy nạp toán học

Để chứng minh mệnh đề chứa biến A(n) là mệnh đề đúng với mọi giá trị nguyên dương n, ta thực hiện như sau:

- *Bước 1: Kiểm tra mệnh đề đúng với $n = 1$.*
- *Bước 2: Giả thiết mệnh đề đúng với số nguyên dương $n = k$ tùy ý $(k \geq 1)$, chứng minh rằng mệnh đề đúng với $n = k + 1$.*

Chú ý: *Nếu phải chứng minh mệnh đề chứa biến A(n) là mệnh đề đúng với mọi giá trị nguyên dương $n \geq p$, ta thực hiện như sau*

+ Ở bước 1, ta phải kiểm tra mệnh đề đúng với $n = p$;

+ ở bước 2, ta giả thiết mệnh đề đúng với số nguyên dương bất kì $n = k \geq p$ và phải chứng minh mệnh đề đúng với $n=k+1$.

II. Dãy số

1. Định nghĩa

$$\begin{aligned} u: \mathbb{N}^* &\to \mathbb{R} \\ n &\mapsto u(n) \end{aligned} \qquad \text{dạng khai triển: } (u_n) = u_1, u_2, \ldots, u_n, \ldots$$

2. Dãy số tăng, dãy số giảm:

- *(u_n) là dãy số tăng*
$$\Leftrightarrow u_{n+1} > u_n \text{ với } \forall n \in N^*.$$
$$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n > 0 \text{ với } \forall n \in N^*$$
$$\Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1 \text{ với } \forall n \in N^* \ (u_n > 0).$$
- *(u_n) là dãy số giảm*
$$\Leftrightarrow u_{n+1} < u_n \text{ với } \forall n \in N^*.$$
$$\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n < 0 \text{ với } \forall n \in N^*$$
$$\Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1 \text{ với } \forall n \in N^* \ (u_n > 0).$$

3. Dãy số bị chặn

- *(u_n) là dãy số bị chặn trên $\Leftrightarrow \exists M \in R$: $u_n \leq M, \ \forall n \in N^*$.*
- *(u_n) là dãy số bị chặn dưới $\Leftrightarrow \exists m \in R$: $u_n \geq m, \ \forall n \in N^*$.*
- *(u_n) là dãy số bị chặn $\Leftrightarrow \exists m, M \in R$: $m \leq u_n \leq M, \ \forall n \in N^*$.*

III. Cấp số cộng

1. Định nghĩa: *(u_n) là cấp số cộng $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + d, \ \forall n \in N^*$ (d: công sai)*

2. Số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d$ *với* $n \geq 2$

3. Tính chất của các số hạng: $u_k = \dfrac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ *với* $k \geq 2$

4. Tổng n số hạng đầu tiên: $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n = \dfrac{n(u_1 + u_n)}{2} = \dfrac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$

IV. Cấp số nhân

1. Định nghĩa: *(u_n) là cấp số nhân* $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n.q$ *với* $n \in N^*$ *(q: công bội)*

2. Số hạng tổng quát: $u_n = u_1.q^{n-1}$ *với* $n \geq 2$

3. Tính chất các số hạng: $u_k^2 = u_{k-1}.u_{k+1}$ *với* $k \geq 2$

4. Tổng n số hạng đầu tiên: $\left[\begin{array}{ll} S_n = nu_1 & ,q = 1 \\ S_n = \dfrac{u_1(1-q^n)}{1-q} & ,q \neq 1 \end{array}\right.$

B. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Phương pháp quy nạp toán học

Bài 1. Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} + ... + \dfrac{1}{2^n} = \dfrac{2^n - 1}{2^n}, \forall n \in N^*$

Giải

Bước 1: Với n = 1 thì mệnh đề trở thành $\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$ là mệnh đề đúng

Bước 2: Giả sử mệnh đề đúng với n = k ≥ 1 nghĩa là: $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} + ... + \dfrac{1}{2^k} = \dfrac{2^k - 1}{2^k}$

Ta chứng minh rằng mệnh đề cũng đúng với n = k + 1, tức là cần chứng minh:

$$\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} + ... + \dfrac{1}{2^{k+1}} = \dfrac{2^{k+1} - 1}{2^{k+1}}$$

Thật vậy

$$VT = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} + ... + \dfrac{1}{2^k} + \dfrac{1}{2^{k+1}}$$
$$= \dfrac{2^k - 1}{2^k} + \dfrac{1}{2^{k+1}}$$
$$= \dfrac{2^{k+1} - 1}{2^{k+1}} = VP$$

Vậy mệnh đề đã cho đúng với mọi $n \in N^*$

Bài 2. Chứng minh rằng: $u_n = n^3 + 3n^2 + 5n$ chia hết cho 3 , $\forall n \in \mathbb{N}^*$

Giải

Bước 1: Với $n = 1$, vế trái bằng 9 chi hết cho 3. Mệnh đề đã cho đúng.

Bước 2: Giả sử mệnh đề đã cho đúng với $n = k$, tức là: $u_k = k^3 + 3k^2 + 5k$ chia hết cho 3.

Ta chứng minh hệ thức đã cho cũng đúng với $n = k + 1$:

Ta có: $u_{k+1} = (k+1)^3 + 3(k+1)^2 + 5(k+1)$

$$= (k^3 + 3k^2 + 5k) + 3(k^2 + 3k + 3)$$
$$= u_k + 3(k^2 + 3k + 3)$$

Vậy u_{k+1} chi hết cho 3, ta được điều phải chứng minh.

Dãy số

Bài 3. Xét tính tăng giảm của các dãy số:

$a)u_n = \frac{1}{n} - 2$ $\qquad$ $b)u_n = \frac{2n+1}{5n+2}$

Giải

$$a)u_n = \frac{1}{n} - 2$$

$$u_{n+1} - u_n = \left(\frac{1}{n+1} - 2\right) - \left(\frac{1}{n} - 2\right) = \frac{-1}{n(n+1)} < 0, \forall n \in N*$$

Nên là dãy số giảm.

$$b)u_n = \frac{2n+1}{5n+2}$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{5n+2}{2n+1} \cdot \frac{2n+3}{5n+7} = \frac{10n^2+19n+6}{10n^2+19n+7} < 1, \forall n \in N*$$

Nên là dãy số giảm.

Bài 4. Tìm số hạng tổng quát của dãy số: $\begin{cases} U_1 = 3 \\ U_{n+1} = 2U_n \end{cases} \forall n \in N^*$

Giải

Ta có: $U_1=3$

$U_2=2U_1=3.2$

$U_3=2.U_2=3.2^2$

....

Dự đoán: $U_n=3.2^{n-1}$. Sau đó khẳng định bằng quy nạp.

Cấp số cộng

Bài 5. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng, biết: $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$

Giải

Ta có: $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 10 \\ 2u_1 + 5d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 16 \\ d = -3 \end{cases}$

Bài 6. Một CSC có số hạng thứ 54 và thứ 4 lần lượt là -61 và 64. Tìm số hạng thứ 23.

Giải

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_{54} = u_1 + 53d \\ u_4 = u_1 + 3d \end{cases}$$

Giải hệ phương trình , ta được:.

$$u_1 = \frac{143}{2}, d = -\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow u_{23} = u_1 + 22d = \frac{33}{2}$$

Cấp số nhân

Bài 7. Tìm các số hạng của cấp số nhân (u_n) có 5 số hạng, biết: $u_3 = 3, u_5 = 27$

Giải

Ta có: $\begin{cases} u_3 = 3 \\ u_5 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^2 = 3 \\ u_1 q^4 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{3}, q = \pm 3$

Vậy có hai dãy số: $\frac{1}{3}, 1, 3, 9, 27$ và $\frac{1}{3}, -1, 3, -9, 27$

Bài 8. Tìm 3 số hạng của một cấp số nhân mà tổng số là 19 và tích là 216.

Giải

Gọi 3 số hạng liên tiếp của cấp số nhân là: $\frac{a}{q}$; a ; aq (với q là công bội)

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} \frac{a}{q}.a.aq = 216 & (1) \\ \frac{a}{q} + a + aq = 19 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có $a = 6$ và $q = \frac{3}{2}$ hoÆc $q = \frac{2}{3}$

Vậy 3 số hạng cần tìm là: 4, 6, 9 hay 9, 6, 4.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Phương pháp quy nạp toán học

Câu 1. Giá trị của tổng $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2$ là:

A. $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$.
B. $\frac{n(n+2)(2n+1)}{6}$.
C. $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
D. Đáp số khác.

Câu 2. Với mọi số nguyên dương n, tổng $S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + ... + \frac{1}{n(n+1)}$ là:

A. $\frac{1}{n+1}$.
B. $\frac{n}{n+1}$.
C. $\frac{n}{n+2}$.
D. $\frac{n+1}{n+2}$.

Câu 3. Với mọi số nguyên dương n, tổng $S_n = n^3 + 11n$ chia hết cho:

A. 6. **B.** 4. **C.** 9. **D.** 12.

Câu 4. Với mọi số nguyên dương n thì $S_n = 11^{n+1} + 12^{2n-1}$ chia hết cho:

A. 3. **B.** 33. **C.** 133. **D.** 13.

Câu 5. Với mọi số tự nhiên $n \geq 2$, bất đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $3^n > 4n + 1$. **B.** $3^n > 4n + 2$. **C.** $3^n > 3n + 4$. **D.** $3^n > 3n + 1$.

Câu 6. Với mọi số tự nhiên $n > 1$, bất đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + ... + \frac{1}{2n} > \frac{13}{20}$.
B. $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + ... + \frac{1}{2n} > \frac{13}{21}$.
C. $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + ... + \frac{1}{2n} > \frac{13}{17}$.
D. $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + ... + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}$.

Dãy số

Câu 7: Dãy số $\{u_n\}$ xác định bởi công thức $u_n = 2n + 1$ với mọi n = 0, 1, 2, … chính là:

A. Dãy số tự nhiên lẻ.

B. Dãy 1, 3, 5, 9 13, 17.
C. Dãy các số tự nhiên chẵn.
D. Dãy gồm các số tự nhiên lẻ và các số tự nhiên chẵn.

Câu 8: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2^n.u_n \quad ,\forall n \ge 1 \end{cases}$. Ta có u_5 bằng:

A. 10. **B.** 1024. **C.** 2048. **D.** 4096.

Câu 9: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_n = u_{n-1} + 2n \quad ,\forall\ n \ge 2 \end{cases}$. Khi đó u_{50} bằng:

A. 1274,5. **B.** 2548,5. **C.** 5096,5. **D.** 2550,5.

Câu 10: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_n = 2n.u_{n-1} \quad ,\forall\ n \ge 2 \end{cases}$. Khi đó u_{11} bằng:

A. $2^{10}.11!$. **B.** $-2^{10}.11!$. **C.** $2^{10}.11^{10}$. **D.** $-2^{10}.11^{10}$.

Câu 11: Cho dãy số (u_n): $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n \quad , \forall n \ge 1 \end{cases}$ Ta có u_{11} bằng:

A. 36. **B.** 60. **C.** 56. **D.** 44.

Câu 12: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_n = \dfrac{1}{2 - u_{n-1}} \quad , \text{n = 2, 3, ...} \end{cases}$. Giá trị của u_4 bằng:

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{5}{6}$. **D.** $\dfrac{6}{7}$.

Câu 13: Cho dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^{n+1}\cos\dfrac{2\pi}{n}$. Khi đó u_{12} bằng:

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** . $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 14: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1-n}{2^{n+1}}$. Khi đó u_{n-1} bằng:

A. $u_{n-1} = \dfrac{1-n}{2^n}$. **B.** $u_{n-1} = \dfrac{2-n}{2^n}$. **C.** $u_{n-1} = \dfrac{2-n}{2^{n-1}}$. **D.** $u_{n-1} = \dfrac{n}{2^n}$.

Câu 15: Cho dãy số có $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3u_{n-2} \end{cases} \left(n \in N^*\right)$. Khi đó số hạng thứ n+3 là:

A. $u_{n+3} = 2u_{n+2} + 3u_{n+1}$. **B.** $u_{n+3} = 2u_{n+2} + 3u_n$. **C.** $u_{n+3} = 2u_{n-2} + 3u_{n+1}$. **D.** $u_{n+3} = 2u_{n+2} + 3u_{n-1}$.

Câu 16: Cho dãy số có công thức tổng quát là $u_n = 2^n$ thì số hạng thứ $n+3$ là:

A. $u_{n+3} = 2^3$. **B.** $u_{n+3} = 8.2^n$. **C.** $u_{n+3} = 6.2^n$. **D.** $u_{n+3} = 6^n$.

Câu 17: Cho tổng $S_n = 1 + 2 + 3 + ...+ n$. Khi đó S_3 là bao nhiêu?

A. 3. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 9.

Câu 18: Cho dãy số $u_n = \left(-1\right)^n$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây?

A. Dãy tăng. **B.** Dãy giảm. **C.** Bị chặn. **D.** Không bị chặn.

Câu 19: Dãy số $u_n = \dfrac{1}{n+1}$ là dãy số có tính chất:

A. Tăng. **B.** Giảm.
C. Không tăng không giảm. **D.** Tất cả đều sai.

Câu 20: Trong các dãy số sau, dãy số nào thoả mãn:

$u_0 = 1, u_1 = 2, u_n = 3u_{n-1} - 2u_{n-2}$, n = 2, 3, …?

A. 1, 2, 4, 8, 16, 32, …
B. 1, 2, 8, 16, 24, 24, 54, …
C. Dãy có số hạng tổng quát là $u_n = 2^n + 1$ với n = 0, 1, 2, …
D. Dãy có số hạng tổng quát là $u_n = 2^n$ với n = 0, 1, 2, …

Câu 21: Xét các câu sau:

Dãy 1, 2, 3, 4, … là dãy bị chặn (dưới và trên) (1)

Dãy $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$ … là dãy bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên (2)

Trong hai câu trên:

A. Chỉ có (1) đúng. **B.** Chỉ có (2) đúng.
C. Cả hai câu đều đúng. **D.** Cả hai câu đều sai.

Câu 22: Cho dãy số (u_n), biết $u_n = 3^n$. Số hạng u_{n+1} bằng:

A. $3^n + 1$. **B.** $3^n + 3$. **C.** $3^n.3$. **D.** $3(n + 1)$.

Câu 23: Cho dãy số (u_n), biết $u_n = 3^n$. Số hạng u_{2n} bằng

A. 2.3^n. **B.** 9^n. **C.** $3^n + 3$. **D.** 6n.

Câu 24: Cho dãy số (u_n), biết $u_n = 3^n$. Số hạng u_{n-1} bằng:

A. $3^n - 1$. **B.** $\frac{3^n}{3}$. **C.** $3^n - 3$. **D.** $3n - 1$.

Câu 25: Cho dãy số (u_n), biết $u_n = 3^n$. Số hạng u_{2n-1} bằng:

A. $3^2.3^n - 1$. **B.** $3^n.3^{n-1}$. **C.** $3^{2n} - 1$. **D.** $3^{2(n-1)}$.

Câu 26: Cho dãy số $u_n = \sin\frac{\pi}{n}$. Chọn khẳng định ***sai*** trong các khẳng định sau đây?

A. $u_{n+1} = \sin\frac{\pi}{n+1}$. **B.** Dãy số bị chặn.
C. Dãy số tăng. **D.** Dãy số không tăng, không giảm.

Câu 27: Dãy số $u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$ là dãy số bị chặn trên bởi:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 28: Trong các dãy số (u_n) sau đây, hãy chọn dãy số giảm?

A. $u_n = \sin n$. **B.** $u_n = \frac{n^2+1}{n}$. **C.** $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$. **D.** $u_n = (-1)^n\left(2^n+1\right)$.

Câu 29: Trong các dãy số (u_n) sau đây, hãy chọn dãy số bị chặn ?

A. $u_n = \sqrt{n^2+1}$. **B.** $u_n = n + \frac{1}{n}$.
C. $u_n = 2^n + 1$. **D.** $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Câu 30: Hãy cho biết dãy số (u_n) nào dưới đây là dãy số tăng, nếu biết công thức số hạng tổng quát u_n của nó là:

A. $(-1)^{n+1}\sin\frac{\pi}{n}$. **B.** $(-1)^{2n}\left(5^n+1\right)$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{n+1}+n}$. **D.** $\frac{n}{n^2+1}$.

Câu 31. Đặt $S_1(n) = 1 + 2 + 3 + … + n$
$S_2(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + … + n^2$

$S_3(n) = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3$

Ta có :

A. $S_1(n) = \dfrac{3n(n+1)}{2}$.

B. $S_2(n) = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{3}$.

C. $S_3(n) = \dfrac{n^2(n-1)^2}{4}$.

D. Đáp án khác.

Câu 32: Dãy số nào sau đây là dãy tăng ?

A. $u_n = (-1)^{n+1}\sin\dfrac{\pi}{n}$.

B. $u_n = \dfrac{2n+3}{3n+2}$.

C. $u_n = \dfrac{1}{n+\sqrt{n+1}}$.

D. $u_n = (-1)^{2n}(3^n+1)$.

Câu 33: Cho dãy số $u_n = \dfrac{2n}{n^2+1}$. Số $\dfrac{9}{41}$ là số hạng thứ bao nhiêu?

A. 10.
B. 9.
C. 8.
D. 11.

Câu 34: Cho dãy số $u_n = \dfrac{1+n}{2n+1}$. Số $\dfrac{8}{15}$ là số hạng thứ bao nhiêu?

A. 8.
B. 6.
C. 5.
D. 7.

Câu 35: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy số trên là:

A. $u_n = \dfrac{(n-1)n}{2}$.

B. $u_n = 5 + \dfrac{(n-1)n}{2}$.

C. $u_n = 5 + \dfrac{n(n+1)}{2}$.

D. $u_n = 5 + \dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$.

Câu 36: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$ Số hạng tổng quát của dãy số trên là:

A. $u_n = 1+n$.
B. $u_n = 1-n$.
C. $u_n = 1+(-1)^{2n}$.
D. $u_n = n$.

Câu 37: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy số trên là:

A. $u_n = 1 + \dfrac{n(2n+1)(n+1)}{6}$.

B. $u_n = 1 + \dfrac{(n-1)n(2n+2)}{6}$.

C. $u_n = 1 + \dfrac{(n-1)n(2n-1)}{6}$.

D. $u_n = \dfrac{(n-1)n(2n-1)}{6}$

Câu 38: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \dfrac{1}{u_n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát của dãy số trên là:

A. $u_n = \dfrac{-n+1}{n}$.
B. $u_n = \dfrac{n+1}{n}$.
C. $u_n = -\dfrac{n+1}{n}$.
D. $u_n = -\dfrac{n}{n+1}$.

Câu 39: Cho tổng $S(n) = 1^2 + 2^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + n^2$. Khi đó công thức của S(n) là:

A. $S(n) = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

B. $S(n) = \dfrac{n+1}{2}$.

C. $S(n) = \dfrac{n(n-1)(2n+1)}{6}$.

D. $S(n) = \dfrac{n^2(2n+1)}{6}$.

Câu 40: Tính tổng S(n)= 1-2+3-4+…………+(2n-1)-2n+(2n+1) là:

A. S(n)= n+1. **B.** $S(n)=$-n. **C.** $S(n)=$2n. **D.** $S(n)=$n.

Câu 41: Tính tổng $S(n)=\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+.........+\frac{1}{n(n+1)}$. Khi đó công thức của S(n) là:

A. $S(n)=\frac{n}{n+2}$. **B.** $S(n)=\frac{n}{n+1}$. **C.** $S(n)=\frac{2n}{2n+1}$. **D.** $S(n)=\frac{1}{2^n}$.

Câu 42: Tính tổng $s(n)=1.4+2.7+........+n(3n+1)$. Khi đó công thức của $S(n)$ là:

A. $S(n)=n+3$. **B.** $S(n)=(n+1)^2$. **C.** $S(n)=n(n+1)^2$. **D.** $S(n)=4n$.

Câu 43: Tính tổng $S(n)=1.1!+2.2!+..........+2007.2007!$. Khi đó công thức của $S(n)$ là:

A. $2007!$. **B.** $2008!$. **C.** $2008!-1$. **D.** $2007!-1$.

Câu 44: Trong dãy số 1, 3, 2, … mỗi số hạng kể từ số hạng thứ 3 bằng số hạng đứng trước nó trừ đi số hạng đứng trước số hạng này, tức là $u_n=u_{n-1}-u_{n-2}$ với n ≥ 3. Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của dãy số đó. Đáp số của bài toán là:

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 45: Cho dãy số xác định bởi công thức truy hồi: $\begin{cases} u_1=3 \\ u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n \quad \forall n\in\mathbb{N}^* \end{cases}$ Công thức tính số hạng tổng quát u_n của dãy số là:

A. $u_n=\frac{3}{2^n}$. **B.** $u_n=\frac{3}{2^{n-1}}$. **C.** $u_n=\frac{3}{2^n-1}$. **D.** $u_n=\frac{3}{2^n+1}$.

Câu 46: Cho dãy số xác định bởi công thức truy hồi: $\begin{cases} u_1=1 \\ u_{n+1}=u_{n+2} \quad \forall n\in\mathbb{N}^* \end{cases}$ Công thức tính số hạng tổng quát u_n của dãy số là:

A. $u_n=2n+1$. **B.** $u_n=2n-1$. **C.** $u_n=2n+2$. **D.** $u_n=2n+3$.

Câu 47: Cho dãy số xác định bởi công thức truy hồi: $\begin{cases} u_1=1 \\ u_{n+1}=u_n+2 \end{cases}$. Hỏi số 33 là số hạng thứ mấy?

A. u_{15}. **B.** u_{17}. **C.** u_{14}. **D.** u_{16}.

Cấp số cộng

Câu 48: Viết 3 số xen giữa các số 2 và 22 để được CSC có 5 số hạng?

A .7;12;17. B. 6,10,14. C. 8,13,18. D. Tất cả đều sai.

Câu 49: Công thức nào sau đây đúng với CSC có số hạng đầu u_1 ,công sai d?

A.$u_n= u_n +d$. B.$u_n= u_1 +(n+1)d$. C.$u_n= u_1 -(n+1)d$. D.$u_n= u_1 +(n-1)d$.

Câu 50: Cho cấp số cộng 1, 8, 15, 22, 29,….Công sai của cấp số cộng này là:

A. 7. B. 8 . C. 9. D. 10.

Câu 51. Cho cấp số cộng có $u_1=\frac{-1}{2}; d=\frac{1}{2}$ Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của của cấp số này là:

$A.\frac{-1}{2};0;1;\frac{1}{2};1.$ $B.\frac{-1}{2};0;\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}.$ $C.\frac{1}{2};1;\frac{3}{2};2;\frac{5}{2}.$ $D.\frac{-1}{2};0;\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}.$

Câu 52: Nếu cấp số cộng (u_n) với công sai d có $u_5=0$ và $u_{10}=10$ thì:

A. $u_1=8$ và d = -2. **B.** $u_1=-8$ và d = 2. **C.** $u_1=8$ và d = 2. **D.** $u_1=-8$ và d = -2.

Câu 53. Một cấp số cộng có 9 số hạng. Số hạng chính giữa bằng 15. Tổng các số hạng đó bằng:

A. 135. **B.** 405. **C.** 280. **D.** đáp số khác.

Câu 54: Cho CSC : -2 ; u_2 ; 6 ; u_4 . Hãy chọn kết quả đúng ?

A. $u_2 = -6$; $u_4 = -2$. **B.** $u_2 = 1$; $u_4 = 7$. **C.** $u_2 = 2$; $u_4 = 8$. **D.** $u_2 = 2$; $u_4 = 10$.

Câu 55: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định: Nếu a,b,c lập thành cấp số cộng (khác không) thì :

A. nghịch đảo của chúng cũng lập thành một cấp số cộng.
B. bình phương của chúng cũng lập thành cấp số cộng.
C. c,b,a theo thứ tự đó cũng lập thành cấp số cộng.
D. Tất cả các khẳng định trên đều sai.

Câu 56. Cho dãy số $u_n = 7 - 2n$. Chọn khẳng định ***sai*** trong các khẳng định sau đây?

A. Ba số hạng đầu tiên của dãy là: 5;3;1. **B.** Số hạng thứ n+1 của dãy là 8-2n.
C. Là CSC với d=-2. **D.** Số hạng thứ 4 của dãy là -1.

Câu 57. Cho CSC có $u_1 = \frac{1}{4}, d = -\frac{1}{4}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây?

A. $s_5 = \frac{5}{4}$. **B.** $s_5 = \frac{4}{5}$. **C.** $s_5 = -\frac{5}{4}$. **D.** $s_5 = -\frac{4}{5}$.

Câu 58. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n^3 - 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} - u_n = 2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$.

Câu 59. Cho cấp số cộng: 6, x - 2, y. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = -6 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 4 \\ y = -6 \end{cases}$.

Câu 60. Xét các câu sau:

(1) Dãy số $u_1, u_2, u_3, ...$ được gọi là cấp số cộng với công sai d ≠ 0, nếu như $u_n = u_{n-1} + d$ với mọi n = 2, 3, …

(2) Nếu dãy số $u_1, u_2, u_3, ...$ là cấp số cộng với công sai d ≠ 0, nếu như $u_n = u_1 + (n + 1)d$ với mọi n = 2, 3, …

Trong hai câu trên:

A. chỉ có (1) đúng. **B.** chỉ có (2) đúng.
C. cả hai câu đều đúng. **D.** cả hai câu đều sai.

Câu 61. Xét các câu sau

(1) Dãy số $u_1, u_2, u_3, ...$ được gọi là cấp số cộng với công sai d ≠ 0 thì $u_k = \frac{u_{k-1} - u_{k+1}}{2}$ với mọi k = 2, 3, …

(2) Nếu dãy số $u_1, u_2, u_3, ..., u_n$ là cấp số cộng với công sai d ≠ 0, nếu như $u_1 + u_n = u_k + u_{n-k}$ với mọi k = 2, 3, …, n - 1

Trong hai câu trên:

A. chỉ có (1) đúng. **B.** chỉ có (2) đúng.
C. cả hai câu đều đúng. **D.** cả hai câu đều sai.

Câu 62. Nếu cấp số cộng (u_n) có số hạng thứ n là $u_n = 1 - 3n$ thì công sai d bằng:

A. 6. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 5.

Câu 63: Chọn khẳng định ***sai*** trong các khẳng định sau. Cho $CSC\ (u_n)$ có d khác không khi đó:

A. $u_2 + u_{17} = u_3 + u_{16}$. **B.** $u_2 + u_{17} = u_4 + u_{15}$. **C.** $u_2 + u_{17} = u_6 + u_{13}$. **D.** $u_2 + u_{17} = u_1 + u_{19}$.

Câu 64. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 12$ và tổng 21 số hạng đầu tiên là $S_{21} = 504$. Khi đó u_1 bằng:

A. 4. **B.** 20. **C.** 48. **D.** Đáp số khác.

Câu 65. Cho cấp số cộng (u_n). Biết $S_n = 2n^2 - 3n$, khi đó u_1 và công sai d là :

A. $u_1 = -1; d = 4$. **B.** $u_1 = 1; d = 3$. **C.** $u_1 = 2; d = 2$. **D.** $u_1 = -1; d = 4$.

Câu 66. Cho cấp số cộng (u_n). Biết $u_5 = 18;\ 4S_n = S_{2n}$, khi đó u_1 và công sai d là :

A. $u_1 = 2; d = 3$. **B.** $u_1 = 2; d = 2$. **C.** $u_1 = 2; d = 4$. **D.** $u_1 = 3; d = 2$.

Câu 67. Cho CSC có d=-2 và $s_8 = 72$, khi đó số hạng đầu tiên là bao nhiêu?

A. $u_1 = 16$. **B.** $u_1 = -16$. **C.** $u_1 = \frac{1}{16}$. **D.** $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Câu 68. Cho CSC có $u_1 = -1, d = 2, s_n = 483$. Hỏi số các số hạng của CSC là bao nhiêu?

A. n=20. **B.** n=21. **C.** n=22. **D.** n=23.

Câu 69. Cho CSC có $u_1 = \sqrt{2}, d = \sqrt{2}, s = 8\sqrt{2}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. S là tổng của 5 số hạng đầu tiên của CSC.
B. S là tổng của 6 số hạng đầu tiên của CSC.
C. S là tổng của 7 số hạng đầu tiên của CSC.
D. Tất cả đều sai.

Câu 70. Ba số $1-x, x^2, 1+x$ lập thành một CSC khi:

A. Không có giá trị nào của x. **B.** x=2 hoặc x= -2.
C. x=1 hoặc x=-1. **D.** x=0.

Câu 71. Ba số $1+3a, a^2+5, 1-a$ lập thành CSC khi:

A. $a = 0$. **B.** $a = \pm 1$. **C.** $a = \pm\sqrt{2}$. **D.** Tất cả đều sai.

Câu 72. Cho CSC có $u_4 = -12, u_{14} = 18$. Khi đó số hạng đầu tiên và công sai là

A. $u_1 = -20, d = -3$. **B.** $u_1 = -22, d = 3$. **C.** $u_1 = -21, d = 3$. **D.** $u_1 = -21, d = -3$.

Câu 73. Cho CSC có $u_4 = -12, u_{14} = 18$. Khi đó tổng của 16 số hạng đầu tiên CSC là:

A. 24. **B.** -24. **C.** 26. **D.** – 26.

Câu 74. Cho CSC có $u_5 = -15, u_{20} = 60$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của CSC là:

A. 200. **B.** -200. **C.** 250. **D.** -25.

Câu 75. Trong các dãy số sau đây dãy số nào là CSC?

A. $u_n = 3^n$. **B.** $u_n = (-3)^{n+1}$. **C.** $u_n = 3n+1$. **D.** Tất cả đều là CSC.

Câu 76. Trong các dãy số sau đây dãy số nào là CSC?

A. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}$. **C.** $u_n = n^2$. **D.** $u_n = (n+1)^3$.

Câu 77. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$ và $u_3 - u_{15} = 84$. Số hạng u_{17} là:
A. 242. **B.** 235. **C.** 11. **D.** 4.

Câu 78. Nếu cấp số cộng (u_n) với công sai d có $u_2 = 2$ và $u_{50} = 74$ thì:
A. $u_1 = 0$ và d = 2. **B.** $u_1 = -1$ và d = 3.
C. $u_1 = 0{,}5$ và d = 1,5. **D.** $u_1 = -0{,}5$ và d = 2,5.

Câu 79: Cho cấp số cộng -2; x; 6; y. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau?

A. $\begin{cases} x = -6 \\ y = -2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 7 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 10 \end{cases}$.

Câu 80. Cho cấp số cộng -4; x; -9. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau?
A. x = 36. **B.** x = -6,5. **C.** x = 6. **D.** x = -36.

Câu 81. Cho cấp số cộng (u_n). Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau ?

A. $\frac{u_{10}+u_{20}}{2}=u_5+u_{10}$. **B.** $u_{19}+u_{20}=2u_{150}$. **C.** $u_{10}.u_{30}=u_{20}$. **D.** $\frac{u_{10}.u_{30}}{2}=u_{20}$.

Câu 82. Cho cấp số cộng (u_n) có: u_2 = 2001 và u_5 = 1995. Khi đó u_{1001} bằng:

A. 4005. **B.** 4003. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 83. Cho cấp số cộng có tổng 10 số hạng đầu tiên và 100 số hạng đầu tiên là S_{10} = 100, S_{100} = 10. Khi đó, tổng của 110 số hạng đầu tiên là:

A. 90. **B.** -90. **C.** 110. **D.** -110.

Câu 84. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $\begin{cases} a_1 = 321 \\ a_n = a_{n-1} - 3 \quad \forall n = 2, 3, 4, ... \end{cases}$

Tổng 125 số hạng đầu tiên của dãy số (a_n) là:

A. 16875. **B.** 63375. **C.** 635625. **D.** 166875.

Câu 85. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 150 \\ u_n = u_{n-1} - 3 \quad ,\forall\ n \geq 2 \end{cases}$. Khi đó tổng 100 số hạng đầu tiên của dãy số đó bằng:

A. 150. **B.** 300. **C.** 29850. **D.** 59700.

Câu 86. Cho p = 1, 2, …, 10 gọi S_p là tổng 40 số hạng đầu tiên của cấp số cộng mà số hạng đầu là p và công sai là 2p - 1. Khi đó, $S_1 + S_2 + … + S_{10}$ bằng:

A. 80000. **B.** 80200. **C.** 80400. **D.** 80600.

Câu 67. Biết C_n^1, C_n^2, C_n^3 lập thành cấp số cộng với n > 3, thế thì n bằng:

A. 5. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 68. Tìm tất cả các giá trị của x để $1+\sin x;\sin^2 x;1+\sin 3x$ là 3 số hạng liên tiếp của một CSC

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi; x=-\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3},\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi; x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi; x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 69. Nghiệm của phương trình $1+7+13+\ldots+x=280$ là:

A. $x=53$. **B.** $x=55$. **C.** $x=57$. **D.** $x=59$.

Câu 70. Một tam giác vuông có chu vi bằng 3, các cạnh lập thành một cấp số cộng. Ba cạnh của tam giác đó là:

A. $\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}$. B. $\frac{3}{4};1;\frac{5}{4}$. C. $\frac{1}{3};1;\frac{5}{3}$. D. $\frac{1}{4};1;\frac{7}{4}$.

Câu 71. Bốn nghiệm của phương trình $x^4-10x^2+m=0$ là 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Khi đó m bằng:

A. 16. **B.** 21. **C.** 24. **D.** 9.

Câu 72. Biết dãy số 2, 7, 12, …, x là một cấp số cộng. Biết $2+7+12+...+x=245$, khi đó:

A. $x=52$. **B.** $x=45$. **C.** $x=42$. **D.** $x=47$.

Cấp số nhân

Câu 73. Cho cấp số nhân $u_1,u_2,u_3,...,u_n$ với công bội q (q ≠ 0; q ≠ 1). Đặt: $S_n=u_1+u_2+...+u_n$. Khi đó ta có:

A. $S_n=\frac{u_1(q^n+1)}{q+1}$. **B.** $S_n=\frac{u_1(q^n-1)}{q-1}$. **C.** $S_n=\frac{u_1(q^{n-1}-1)}{q+1}$. **D.** $S_n=\frac{u_1(q^{n-1}-1)}{q-1}$.

Câu 74: Trong các số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. 1,-3,9,-27,81. **B.** 1,-3,-6,-9,-12. **C.** 1,-2,-4,-8,-16. **D.** 0,3,9,27,81.

Câu 75. Cho cấp số nhân (u_n), biết: $u_1 = 3, u_2 = -6$. Lựa chọn đáp án đúng?

A. $u_3 = 12$. **B.** $u_3 = -12$. **C.** $u_3 = -18$. **D.** $u_3 = 18$.

Câu 76. Cho cấp số nhân (u_n), biết: $u_1 = 3, u_5 = 48$. Lựa chọn đáp án đúng?

A. $u_3 = 12$. **B.** $u_3 = -12$. **C.** $u_3 = 16$. **D.** $u_3 = -16$.

Câu 77. Cho cấp số nhân (u_n), biết: $u_1 = -2, u_2 = 8$. Lựa chọn đáp án đúng?

A. $q = -4$. **B.** $q = 4$. **C.** $q = -12$. **D.** $q = 10$.

Câu 78. Cho cấp số nhân (u_n), biết: $u_n = 81, u_{n+1} = 9$. Lựa chọn đáp án đúng?

A. $q = \frac{1}{9}$. **B.** $q = 9$. **C.** $q = -9$. **D.** $q = -\frac{1}{9}$.

Câu 79. Cho cấp số nhân (u_n), biết: $u_1 = -9, u_2 = 3$. Lựa chọn đáp án đúng?

A. $q = -\frac{1}{3}$. **B.** $q = 3$. **C.** $q = -3$. **D.** $q = \frac{1}{3}$.

Câu 80. Cho cấp số nhân (u_n), biết: $u_1 = -2, u_2 = 10$. Lựa chọn đáp án đúng?

A. $q = -5$. **B.** $q = 8$. **C.** $q = -12$. **D.** $q = 12$.

Câu 81. Cho cấp số nhân (u_n), biết: $u_1 = -2, u_2 = 8$. Lựa chọn đáp án đúng?

A. $u_5 = -512$. **B.** $u_5 = 256$. **C.** $S_5 = 256$. **D.** $q = 10$.

Câu 82. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -\frac{1}{2}, u_7 = -32$. Khi đó q là:

A. ± 2. **B.** $\pm\frac{1}{2}$. **C.** ± 4. **D.** Tất cả đều sai.

Câu 83. Cho CSN có $u_1 = -\frac{1}{2}, u_7 = -32$. Khi đó q là?

A. $\pm\frac{1}{2}$. **B.** ± 2. **C.** ± 4. **D.** Tất cả đều sai.

Câu 84. Cho CSN có $u_1 = -1, u_6 = 0,00001$. Khi đó q và số hạng tổng quát là:

A. $q = \frac{1}{10}, u_n = \frac{-1}{10^{n-1}}$. **B.** $q = \frac{-1}{10}, u_n = -10^{n-1}$.

C. $q = \frac{-1}{10}, u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$. **D.** $q = \frac{-1}{10}, u_n = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$.

Câu 85. Cho CSN có $u_1 = -1; q = \frac{-1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ bao nhiêu?

A. Số hạng thứ 103. **B.** Số hạng thứ 104. **C.** Số hạng thứ 105. **D.** Đáp án khác.

Câu 86. Cho CSN có $u_1 = 3; q = -2$. Số 192 là số hạng thứ bao nhiêu?

A. Số hạng thứ 5. **B.** Số hạng thứ 6. **C.** Số hạng thứ 7. **D.** Đáp án khác.

Câu 87. Cho CSN có $u_2 = \frac{1}{4}; u_5 = 16$. Công bội q và số hạng đầu tiên của CSN là:

A. $q = \frac{1}{2}; u_1 = \frac{1}{2}$. **B.** $q = -\frac{1}{2}, u_1 = -\frac{1}{2}$. **C.** $q = 4, u_1 = \frac{1}{16}$. **D.** $q = -4, u_1 = -\frac{1}{16}$.

Câu 88. Cho CSN -2;4;-8….tổng của n số hạng đầu tiên của CSN này là:

<u>A</u>. $\dfrac{-2\left(1-(-2)^{n}\right)}{1-(-2)}$. **B.** $\dfrac{-2\left(1-(2)^{n}\right)}{1-2}$. **C.** $\dfrac{-2\left(1-(-2)^{2n}\right)}{1-(-2)}$. **D.** $\dfrac{-2\left(1-(2)^{2n}\right)}{1-2}$.

Câu 89. Cho cấp số nhân (u_n) biết u_1 = 3 ; u_2 = -6. Hãy chọn kết quả đúng ?

A. u_5 = -24. **<u>B</u>.** u_5 = 48. **C.** u_5 = -48. **D.** u_5 = 24.

Câu 90. Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) với u_1 = -3 và công bội q = -2 bằng:

A. -511. **B.** -1025. **C.** 1025. **<u>D</u>.** 1023.

Câu 91. Cho cấp số nhân (u_n) có: u_2 = -2 và u_5 = 54. Khi đó tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng :

A. $\dfrac{1-3^{1000}}{4}$. **B.** $\dfrac{3^{1000}-1}{2}$. **C.** $\dfrac{3^{1000}-1}{6}$. **<u>D</u>.** $\dfrac{1-3^{1000}}{6}$.

Câu 92. Cho dãy 1, 2, 4, 8, 16, 32 , … là một cấp số nhân với:

A. công bội là 3 và phần tử đầu tiên là 1. **<u>B</u>.** công bội là 2 và phần tử đầu tiên là 1.
C. công bội là 4 và phần tử đầu tiên là 2. **D.** công bội là 2 và phần tử đầu tiên là 2.

Câu 93. Cho dãy: 729, 486, 324, 216, 144, 96, 64, … Đây là một cấp số nhân với:

A. Công bội là 3 và phần tử đầu tiên là 729 . **B.** Công bội là 2 và phần tử đầu tiên là 64.
<u>C</u>. Công bội là $\dfrac{2}{3}$ và phần tử đầu tiên là 729. **D.** Công bội là $\dfrac{1}{2}$ và phần tử đầu tiên là 729.

Câu 94. Nếu một cấp số nhân (u_n) có công bội $q=-\dfrac{1}{2}$ và $u_6=-\dfrac{1}{4}$ thì:

<u>A</u>. $u_1=8$. **B.** . $u_1=\dfrac{1}{128}$. **C.** . $u_1=-8$. **D.** $u_1=-\dfrac{1}{128}$.

Câu 95. Cho cấp số nhân 16; 8; 4; …; $\dfrac{1}{64}$. Khi đó $\dfrac{1}{64}$ là số hạng thứ:

<u>A</u>. 10. **B.** 12. **C.** 11. **D.** Đáp số khác.

Câu 96. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=\dfrac{1}{4};u_5=16$. Công bội q và số hạng đầu tiên của cấp số nhân là:

<u>A</u>. $q=4,u_1=\dfrac{1}{16}$. **B.** A. $q=\dfrac{1}{2};u_1=\dfrac{1}{2}$.
C. $q=-\dfrac{1}{2},u_1=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $q=-4,u_1=-\dfrac{1}{16}$.

Câu 97. Trong các dãy số sau, dãy số nào là CSN?

A. $\begin{cases}u_1=\dfrac{1}{2}\\ u_{n+1}=u_n^{\ 2}\end{cases}$. **B.** $u_{n+1}=nu_n$. **<u>C</u>.** $\begin{cases}u_1=2\\ u_{n+1}=-5u_n\end{cases}$. **D.** $u_{n+1}=u_{n+1}-3$.

Câu 98. Cho dãy số $\dfrac{1}{\sqrt{2}};\sqrt{b},\sqrt{2}$. Ba số trên lập thành CSN khi b bằng:

A. b=-1. **<u>B</u>.** b=1. **C.** b=2. **D.** Đáp án khác.

Câu 99. Cho cấp số nhân (u_n) có u_1 = 24 và $\dfrac{u_4}{u_{11}}=16384$. Số hạng u_{17} là:

A. $\dfrac{3}{67108864}$. **B.** $\dfrac{3}{368435456}$. **<u>C</u>.** $\dfrac{3}{536870912}$. **D.** $\dfrac{3}{2147483648}$.

Câu 100. Trong một cấp số nhân gồm các số hạng dương, hiệu số giữa số hạng thứ 5 và thứ 4 là 576 và hiệu số giữa số hạng thứ 2 và số hạng đầu là 9. Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân này bằng:

A. 1061. **B.** 1023. **C.** 1024. **D.** 768.

Câu 101. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 7$, công bội q = 2 và tổng các số hạng đầu tiên $S_7 = 889$. Khi đó số hạng cuối bằng:

A. 484. **B.** 996. **C.** 242. **D.** 448.

Câu 102. Nếu cấp số nhân (u_n) với $u_4 - u_2 = 72$ và $u_5 - u_3 = 144$ thì:

A. $u_1 = 2; q = 12$. **B.** $u_1 = 12; q = -2$. **C.** $u_1 = 12; q = 2$. **D.** $u_1 = 4; q = 2$.

Câu 103. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1; q = \frac{-1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ bao nhiêu?

A. Số hạng thứ 103. **B.** Số hạng thứ 104. **C.** Số hạng thứ 105. **D.** Đáp án khác.

Câu 104. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$. **B.** $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$. **C.** $u_n = n + \frac{1}{3}$. **D.** $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$.

Câu 105. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3; q = -2$. Số 192 là số hạng thứ bao nhiêu?

A. Số hạng thứ 6. **B.** Số hạng thứ 5. **C.** Số hạng thứ 7. **D.** Đáp án khác.

Câu 106. Ba số 2x-1;x; 2x+1 lập thành một cấp số nhân khi:

A. $x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $x = \pm\frac{1}{3}$.

C. $x = \pm\sqrt{3}$. **D.** Không có giá trị nào của x.

Câu 107. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_{20} = 8u_{17}$. Công bội của cấp số nhân là:

A. $q = 2$. **B.** $q = -4$. **C.** $q = 4$. **D.** $q = -2$.

Câu 108. Ba số x,y,z theo thứ tự lập thành một cấp số nhân với công bội q khác 1; đồng thời các số x,2y,3z theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai khác 0. Khi đó q bằng:

A. $q = \frac{1}{3}$. **B.** $q = \frac{1}{9}$. **C.** $q = -\frac{1}{3}$. **D.** $q = -3$.

Câu 109. Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_1 + u_3 = 3 \\ u_1^2 + u_3^2 = 5 \end{cases}$. Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân là:

A. $S_{10} = \frac{63\sqrt{2}}{32(\sqrt{2}-1)}$. **B.** $S_{10} = \frac{63}{32}$. **C.** $S_{10} = \frac{63\sqrt{2}}{32(1-\sqrt{2})}$. **D.** $S_{10} = \frac{63}{32(\sqrt{2}-1)}$.

Câu 110. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là: $S_n = \frac{3^n - 1}{3^{n-1}}$. Số hạng thứ 5 của cấp số nhân là:

A. $u_5 = \frac{2}{3^5}$. **B.** $u_5 = \frac{1}{3^5}$. **C.** $u_5 = 3^5$. **D.** $u_5 = \frac{5}{3^5}$.

Câu 111. Trong các dãy số sau, dãy số nào là CSN?

A. $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$. **B.** $u_{n+1} = nu_n$. **C.** $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = -5u_n \end{cases}$. **D.** $u_{n+1} = u_{n+1} - 3$.

Câu 112. Trong các dãy số sau, dãy số nào là CSN?

A. $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$. **B.** $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$. **C.** $u_n = n + \frac{1}{3}$. **D.** $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$.

Câu 113. Cho cấp số nhân: -2; x; -18; y. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $\begin{cases} x=6 \\ y=-54 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-10 \\ y=-26 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-6 \\ y=-54 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-6 \\ y=54 \end{cases}$.

Câu 114. Trong các dãy số cho bởi các công thức truy hồi sau, hãy chọn dãy số là cấp số nhân?

A. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}$. **D.** $7, 77, 777, ..., \underbrace{777...7}_{n}$.

Câu 115. Dãy $u_1, u_2, u_3, ...$ được gọi là cấp số nhân với công bội q nếu như ta có:

A. q là số tuỳ ý và $u_n = u_{n-1}q$ với mọi n = 2, 3, …
B. $q \neq 0$; $q \neq 1$ và $u_n = u_{n-1}q + u_{n-2}q$ với mọi n = 3, 4, …
C. $q \neq 0$; $q \neq 1$ và $u_n = u_{n-1}q$ với mọi n = 2, 3, 4, …
D. q là số khác 0 và $u_n = u_{n-1} + q$ với mọi n = 2, 3, …

Câu 116. Nghiệm của phương trình $1 + x + x^2 + \ldots + x^{2007} = 0$ là:

A. $x = \pm 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 11$. **D.** $x = 1 \vee x = -2$.

GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ - GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ - HÀM SỐ LIÊN TỤC

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

I. Giới hạn của dãy số

Giới hạn hữu hạn	Giới hạn vô cực
1. Giới hạn đặc biệt: $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n}=0$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n^k}=0\ (k\in\mathbb{Z}^+)$ $\lim\limits_{n\to+\infty}q^n=0\ (\lvert q\rvert<1)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}C=C$ ***2. Định lí :*** *a) Nếu lim $u_n = a$, lim $v_n = b$ thì* • *lim $(u_n+v_n)=a+b$* • *lim $(u_n-v_n)=a-b$* • *lim $(u_n.v_n)=a.b$* • $\lim\frac{u_n}{v_n}=\frac{a}{b}$ *(nếu $b\neq0$)* *b) Nếu $u_n\geq0,\ \forall n$ và lim $u_n=a$* *thì $a\geq0$ và lim $\sqrt{u_n}=\sqrt{a}$* *c) Nếu $\lvert u_n\rvert\leq v_n, \forall n$ và lim $v_n=0$* *thì lim $u_n=0$* *d) Nếu lim $u_n=a$ thì $\lim\lvert u_n\rvert=\lvert a\rvert$* ***3. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn*** $S=u_1+u_1q+u_1q^2+\ldots=\frac{u_1}{1-q}\ \ (\lvert q\rvert<1)$	***1. Giới hạn đặc biệt:*** $\lim\sqrt{n}=+\infty$; $\lim n^k=+\infty\ (k\in\mathbb{Z}^+)$ $\lim q^n=+\infty\ (q>1)$ ***2. Định lí:*** *a) Nếu $\lim\lvert u_n\rvert=+\infty$ thì $\lim\frac{1}{u_n}=0$* *b) Nếu lim $u_n=a$, lim $v_n=\pm\infty$ thì $\lim\frac{u_n}{v_n}=0$* *c) Nếu lim $u_n=a\neq0$, lim $v_n=0$* *thì* $\lim\frac{u_n}{v_n}=\begin{cases}+\infty & \text{nếu } a.v_n>0\\ -\infty & \text{nếu } a.v_n<0\end{cases}$ *d) Nếu lim $u_n=+\infty$, lim $v_n=a$* *thì* $\lim(u_n.v_n)=\begin{cases}+\infty & \text{nếu } a>0\\ -\infty & \text{nếu } a<0\end{cases}$ ** Khi tính giới hạn có một trong các dạng vô định: $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty-\infty$, $0.\infty$ thì phải tìm cách khử dạng vô định.*

II. Giới hạn của hàm số

Giới hạn hữu hạn	Giới hạn vô cực, giới hạn ở vô cực
1. Giới hạn đặc biệt: $\lim\limits_{x\to x_0}x=x_0$; $\lim\limits_{x\to x_0}c=c$ *(c: hằng số)* ***2. Định lí:*** *a) Nếu* $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L$ *và* $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=M$ *thì:* $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)+g(x)]=L+M$ $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)-g(x)]=L-M$ $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x).g(x)]=L.M$ $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{L}{M}$ *(nếu $M\neq0$)* *b) Nếu f(x) ≥0 và* $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L$	***1. Giới hạn đặc biệt:*** $\lim\limits_{x\to+\infty}x^k=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}x^k=\begin{cases}+\infty & \text{nếu } k \text{ chẵn}\\ -\infty & \text{nếu } k \text{ lẻ}\end{cases}$ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}c=c$; $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{c}{x^k}=0$ $\lim\limits_{x\to0^-}\frac{1}{x}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1}{x}=+\infty$ $\lim\limits_{x\to0^-}\frac{1}{\lvert x\rvert}=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1}{\lvert x\rvert}=+\infty$ ***2. Định lí:*** *Nếu* $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=L\neq0$ *và* $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=\pm\infty$ *thì:*

thì $L \ge 0$ và $\lim\limits_{x\to x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$ c) Nếu $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L$ thì $\lim\limits_{x\to x_0} \lvert f(x)\rvert = \lvert L\rvert$ **3. Giới hạn một bên:** $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = L$	$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)g(x) = \begin{cases} +\infty \text{ nếu } L \text{ và } \lim\limits_{x\to x_0} g(x) \text{ cùng dấu} \\ -\infty \text{ nếu } L \text{ và } \lim\limits_{x\to x_0} g(x) \text{ trái dấu} \end{cases}$ $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \begin{cases} 0 \quad \text{nếu } \lim\limits_{x\to x_0} g(x) = \pm\infty \\ +\infty \text{ nếu } \lim\limits_{x\to x_0} g(x) = 0 \text{ và } L.g(x) > 0 \\ -\infty \text{ nếu } \lim\limits_{x\to x_0} g(x) = 0 \text{ và } L.g(x) < 0 \end{cases}$ * *Khi tính giới hạn có một trong các dạng vô định:* $\dfrac{0}{0}, \dfrac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0.\infty$ *thì phải tìm cách khử dạng vô định.*

III. Hàm số liên tục

1. Hàm số liên tục tại một điểm: *y = f(x) liên tục tại x_0* $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$

- *Để xét tính liên tục của hàm số y = f(x) tại điểm x_0 ta thực hiện các bước:*

  B1: Tính $f(x_0)$.

  B2: Tính $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ (trong nhiều trường hợp ta cần tính $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)$)

  B3: So sánh $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ với $f(x_0)$ và rút ra kết luận.

2. Hàm số liên tục trên một khoảng: *y = f(x) liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng đó.*

3. Hàm số liên tục trên một đoạn [a; b]*: y = f(x) liên tục trên (a; b) và*

$$\lim_{x\to a^+} f(x) = f(a), \quad \lim_{x\to b^-} f(x) = f(b)$$

4. • *Hàm số đa thức liên tục trên R.*

• *Hàm số phân thức, các hàm số lượng giác liên tục trên từng khoảng xác định của chúng.*

5. *Giả sử y = f(x), y = g(x) liên tục tại điểm x_0. Khi đó:*

- *Các hàm số y = f(x) + g(x), y = f(x) – g(x), y = f(x).g(x) liên tục tại x_0.*
- *Hàm số y = $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại x_0 nếu $g(x_0) \neq 0$.*

6. *Nếu y = f(x) liên tục trên [a; b] và f(a).f(b)< 0 thì tồn tại ít nhất một số c $\in$(a; b): f(c) = 0.*

Nói cách khác: *Nếu y = f(x) liên tục trên [a; b] và f(a). f(b)< 0 thì phương trình f(x) = 0 có ít nhất một nghiệm c $\in$ (a; b).*

Mở rộng: *Nếu y = f(x) liên tục trên [a; b]. Đặt m = $\min\limits_{[a;b]} f(x)$, M = $\max\limits_{[a;b]} f(x)$. Khi đó với mọi T $\in$ (m; M) luôn tồn tại ít nhất một số c $\in$ (a; b): f(c) = T.*

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

I. Giới hạn của dãy số

Một số phương pháp tìm giới hạn của dãy số:

- ***Chia cả tử và mẫu cho luỹ thừa cao nhất của n.***
- ***Nhân lượng liên hợp****: Dùng các hằng đẳng thức*
- ***Dùng định lí kẹp****: Nếu $\lvert u_n\rvert \le v_n, \forall n$ và lim v_n = 0 thì lim u_n = 0*

Khi tính các giới hạn dạng phân thức, ta chú ý một số trường hợp sau đây:

- *Nếu bậc của tử nhỏ hơn bậc của mẫu thì kết quả của giới hạn đó bằng 0.*
- *Nếu bậc của từ bằng bậc của mẫu thì kết quả của giới hạn đó bằng tỉ số các hệ số của luỹ thừa cao nhất của tử và của mẫu.*

• *Nếu bậc của tử lớn hơn bậc của mẫu thì kết quả của giới hạn đó là $+\infty$ nếu hệ số cao nhất của tử và mẫu cùng dấu và kết quả là $-\infty$ nếu hệ số cao nhất của tử và mẫu trái dấu.*

II. Giới hạn của hàm số

Một số phương pháp khử dạng vô định:

1. Dạng $\dfrac{0}{0}$

a) $L = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ *với P(x), Q(x) là các đa thức và* $P(x_0) = Q(x_0) = 0$

Phân tích cả tử và mẫu thành nhân tử và rút gọn.

b) $L = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ *với* $P(x_0) = Q(x_0) = 0$ *và P(x), Q(x) là các biểu thức chứa căn cùng bậc*

Sử dụng các hằng đẳng thức để nhân lượng liên hợp ở tử và mẫu.

2. Dạng $\dfrac{\infty}{\infty}$***:*** $L = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ *với P(x), Q(x) là các đa thức hoặc các biểu thức chứa căn.*

– Nếu P(x), Q(x) là các đa thức thì chia cả tử và mẫu cho luỹ thừa cao nhất của x.

– Nếu P(x), Q(x) có chứa căn thì có thể chia cả tử và mẫu cho luỹ thừa cao nhất của x hoặc nhân lượng liên hợp.

3. Dạng $\infty - \infty$***:*** *Giới hạn này thường có chứa căn*

Ta thường sử dụng phương pháp nhân lượng liên hợp của tử và mẫu.

4. Dạng $0.\infty$***:***

Ta cũng thường sử dụng các phương pháp như các dạng ở trên.

III. Hàm số liên tục

1. Xét tính liên tục của hàm số tại một điểm

Cho h/s $f(x) = \begin{cases} f_1(x) & khi\ x \ne x_0 \\ f_2(x) & khi\ x = x_0 \end{cases}$ *Xét tính liên tục của hàm số tại điểm* x_0 *?*

Phương pháp

B_1*: Tính* $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0} f_1(x) = L$

B_2*: Tính* $f(x_0) = f_2(x_0)$

B_3*: Đánh giá hoặc giải pt* $L = f_2(x_0)$*. Từ đó đưa ra kết luận*

2. Xét tính liên tục của hàm số tại một điểm

Cho h/s $f(x) = \begin{cases} f_1(x) & khi\ x \ge x_0 \\ f_2(x) & khi\ x < x_0 \end{cases}$ *Xét tính liên tục của hàm số tại một điểm* x_0

Phương pháp chung:

B_1*: Tính* $f(x_0) = f_1(x_0)$

B_2*: (liên tục phải) tính:* $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^+} f_1(x) = L_1$

Đánh giá hoặc GPT $L_1 = f_1(x_0) \Rightarrow$ *KL về liên tục phải*

B_3*: (liên tục trái) tính:* $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^-} f_2(x) = L_2$

Đánh giá hoặc GPT $L_2 = f_1(x_0) \Rightarrow$ *KL về liên tục trái*

B_4*: Đánh giá hoặc GPT* $L_1 = L_2 \Rightarrow$ *KL liên tục tại* x_0

3. Xét tính liên tục của hàm số trên một khoảng

Phương pháp chung:

B_1*: Xét tính liên tục của hàm số trên một khoảng đơn*

B_2*: Xét tính liên tục của hàm số tại các điểm giao*

B_3*: Kết luận*

4. Sử dụng tính liên tục của hàm số để chứng minh pt có nghiệm

Phương pháp chung: Cho pt f(x) = 0. Để chứng minh phương trình có k nghiệm trên đoạn $[a;b]$ *ta thực hiện các bước sau*

B1: Chọn số $a < T_1 < T_2 < \ldots < T_{k-1} < b$ *chia đoạn* $[a;b]$ *thành k khoảng thỏa mãn:*

$$\begin{cases} f(x).f(T_1) < 0 \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ f(T_{k-1}).f(b) < 0 \end{cases}$$

B2: Kết luận về nghiệm của phương trình trên $[a;b]$

C. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Giới hạn của dãy số

Bài 1: Tìm các giới hạn sau

a) $\lim \dfrac{2n^3 - 2n + 3}{1 - 4n^3}$ b) $\lim \dfrac{\sqrt{n^4 + 2n + 2}}{n^2 + 1}$ c) $\lim \dfrac{3^{n+1} - 4^n}{4^{n-1} + 3}$ d) $\lim \left(\sqrt{n^2 + 2n} - n\right)$

Hướng dẫn giải:

a) $\lim \dfrac{2n^3 - 2n + 3}{1 - 4n^3} = \lim \dfrac{2 - \dfrac{2}{n^2} + \dfrac{3}{n^3}}{\dfrac{1}{n^3} - 4} = -\dfrac{1}{2}$

b) $\lim \dfrac{\sqrt{n^4 + 2n + 2}}{n^2 + 1} = \lim \dfrac{\sqrt{1 + \dfrac{2}{n^3} + \dfrac{2}{n^4}}}{1 + \dfrac{1}{n^2}} = 1$

c) $\lim \dfrac{3^{n+1} - 4^n}{4^{n-1} + 3} = \lim \dfrac{9.3^{n-1} - 4.4^{n-1}}{4^{n-1} + 3} = \lim \dfrac{9.\left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-1} - 4}{1 + \dfrac{3}{4^{n-1}}} = -4$

d) $\lim \left(\sqrt{n^2 + 2n} - n\right) = \lim \dfrac{2n}{\sqrt{n^2 + 2n} + n} = \lim \dfrac{2}{\sqrt{1 + \dfrac{2}{n}} + 1} = 1$

Giới hạn của hàm số

Bài 2: Tìm các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2 - x - x^2}{x - 1}$ b) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{2x^4 - 3x + 12}$ c) $\lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{7x - 1}{x - 3}$ d) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{x + 1} - 2}{9 - x^2}$

Hướng dẫn giải:

a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2 - x - x^2}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{(-x - 2)(x - 1)}{(x - 1)} = \lim\limits_{x \to 1}(-x - 2) = -3$

b) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{2x^4 - 3x + 12} = \lim\limits_{x \to -\infty} x^2 \sqrt{2 + \dfrac{3}{x} + \dfrac{12}{x^4}} = +\infty$

c) $\lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{7x - 1}{x - 3}$

Ta có: $\lim\limits_{x \to 3^+} (x - 3) = 0,\ \lim\limits_{x \to 3^+} (7x - 1) = 20 > 0;\ x - 3 > 0$ khi $x \to 3^+$ nên $I = +\infty$

d) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{9-x^2}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{(3+x)(3-x)(\sqrt{x+1}+2)}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{-1}{(x+3)(\sqrt{x+1}+2)}=-\dfrac{1}{24}$

Bài 3. Tìm các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x\to -\infty}(-x^3+x^2-x+1)$ b) $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{3x+2}{x+1}$ c) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{x+7}-3}$ d) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x^3-5x^2-2x-3}{4x^3-13x^2+4x-3}$

Hướng dẫn giải:

a) $\lim\limits_{x\to -\infty}(-x^3+x^2-x+1)=\lim\limits_{x\to -\infty}x^3\left(-1+\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x^3}\right)=+\infty$

b) $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{3x+2}{x+1}$.

Ta có: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to -1^-}(x+1)=0\\ \lim\limits_{x\to -1^-}(3x+1)=-2<0\\ x<-1\Leftrightarrow x+1<0\end{cases}\Rightarrow \lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{3x+2}{x+1}=+\infty$

c) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{x+7}-3}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-2)\left(\sqrt{x+7}+3\right)}{(x-2)\left(\sqrt{x+2}+2\right)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+7}+3}{\sqrt{x+2}+2}=\dfrac{3}{2}$

d) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x^3-5x^2-2x-3}{4x^3-13x^2+4x-3}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x^2+x+1}{4x^2-x+1}=\dfrac{11}{17}$

Bài 4.

Cho hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+1}$ Tìm $\lim\limits_{x\to +\infty}f\left(x\right)$.

Hướng dẫn giải:

$$f\left(x\right)=\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+1}=\frac{\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+1}\right)\left(\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+1}\right)}{\left(\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+1}\right)}$$

$$=\frac{\left(x^2+3x\right)-\left(x^2+1\right)}{\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+1}}=\frac{3x-1}{\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+1}}=\frac{x\left(3-\dfrac{1}{x}\right)}{|x|\left(\sqrt{1+\dfrac{3}{x}}+\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}\right)}$$

$$\lim_{x\to +\infty}f\left(x\right)=\lim_{x\to +\infty}\frac{x\left(3-\dfrac{1}{x}\right)}{|x|\left(\sqrt{1+\dfrac{3}{x}}+\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}\right)}=\lim_{x\to +\infty}\frac{\left(3-\dfrac{1}{x}\right)}{\left(\sqrt{1+\dfrac{3}{x}}+\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}\right)}=\frac{3}{2}$$

Bài 5: Tính các giới hạn sau

$a)\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{2x+3}-3}{x-3}$; $b)\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^3-x^2-x-2}$; $c)\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{2x^2+1}-\sqrt{3x+3}}{x-2}$.

Hướng dẫn giải:

a) Nhân lượng liên hợp tử số

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{2x+3}-3}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{2(x-3)}{(x-3)\left(\sqrt{2x+3}+3\right)}=\lim_{x\to 3}\frac{2}{\left(\sqrt{2x+3}+3\right)}=\frac{1}{3}$$

b) Phân tích:

$$\sqrt{x^2-4}=\sqrt{x-2}\sqrt{x+2}$$

$$x^3-x^2-x-2=(x-2)\left(x^2+x+1\right)$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2-4}}{x^3-x^2-x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x-2}.\sqrt{x+2}}{(x-2)\left(x^2+x+1\right)}=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}\left(x^2+x+1\right)}=+\infty$$

c) Thêm vào 3 và -3 trên tử.

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x^2+1}-\sqrt{3x+3}}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x^2+1}-3+3-\sqrt{3x+3}}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x^2+1}-3}{x-2}+\lim_{x\to 2}\frac{3-\sqrt{3x+3}}{x-2}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{2\left(x^2-4\right)}{(x-2)\left(\sqrt{2x^2+1}+3\right)}+\lim_{x\to 2}\frac{3(2-x)}{(x-2)\left(3+\sqrt{3x+3}\right)}=\lim_{x\to 2}\frac{2(x+2)}{\left(\sqrt{2x^2+1}+3\right)}+\lim_{x\to 2}\frac{-3}{\left(3+\sqrt{3x+3}\right)}$$

$$=\frac{8}{6}-\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$$

Hàm số liên tục

Bài 6: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x-2} & khi\ x\neq 2\\ m & khi\ x=2\end{cases}$.

a) Xét tính liên tục của hàm số khi m = 3

b) Với giá trị nào của m thì $f(x)$ liên tục tại x = 2 ?

Hướng dẫn giải:

• Ta có tập xác định của hàm số là D = R

a) Khi m = 3 ta có

$\Rightarrow$ $f(x)$ liên tục tại mọi $x \neq 2$.

Tại x = 2 ta có: $f(2)$ = 3; $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}(x+1)=3$ $\Rightarrow$ $f(x)$ liên tục tại x = 2.

Vậy với m = 3 hàm số liên tục trên tập xác định của nó.

b) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-x-2}{x-2} & khi\ x\neq 2\\ m & khi\ x=2\end{cases}=\begin{cases}x+1 & khi\ x\neq 2\\ m & khi\ x=2\end{cases}$

Tại x = 2 ta có: $f(2) = m$, $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=3$

Hàm số f(x) liên tục tại x = 2 $\Leftrightarrow f(2)=\lim\limits_{x\to 2} f(x)\Leftrightarrow m=3$

Bài 7. Cho hàm số: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{khi x} >2\\ ax+\dfrac{1}{4} & \text{khi x } \le 2\end{cases}$

Xác định a để hàm số liên tục tại điểm x = 2.

Hướng dẫn giải:

- $f(2)=2a+\dfrac{1}{4}$
- $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(ax+\dfrac{1}{4}\right)=2a+\dfrac{1}{4}$
- $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3(x-2)}{(x-2)\left(\sqrt[3]{(3x-2)^2}+2\sqrt[3]{(3x-2)}+4\right)}=\dfrac{1}{4}$

Hàm số liên tục tại $x=2 \Leftrightarrow f(2)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) \Leftrightarrow 2a+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow a=0$

Bài 8. Xét tính liên tục của $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+3}{x-1} & khi\ \ x\neq -1\\ 2 & khi\ \ x=-1\end{cases}$ trên tập R

Hướng dẫn giải:

- Tập xác định D = R \ {1}
- Với $x\notin\{-1;1\}$ hàm số $f(x)=\dfrac{x+3}{x-1}$ xác định nên liên tục.
- Xét tại x = 1 $\notin$ D nên hàm số không liên tục tại x = 1
- Xét tại x = –1

$\lim\limits_{x\to -2} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x+3}{x-1}=-1\neq f\left(-1\right)=2$ nên hàm số không liên tục tại x = –1

Bài 9. Chứng minh rằng phương trình $x^5-3x^4+5x-2=0$ có ít nhất ba nghiệm phân biệt trong khoảng (–2; 5).

Hướng dẫn giải:

Xét hàm số $f(x)=x^5-3x^4+5x-2 \Rightarrow f$ liên tục trên R.

Ta có: $f(0)=-2,\ f(1)=1,\ f(2)=-8,\ f(4)=16$

$\Rightarrow f(0).f(1)<0 \Rightarrow$ PT *f(x)* = 0 có ít nhất 1 nghiệm $c_1\in(0;1)$

$f(1).f(2)<0 \Rightarrow$ PT *f(x)* = 0 có ít nhất 1 nghiệm $c_2\in(1;2)$

$f(2).f(4)<0 \Rightarrow$ PT *f(x)* = 0 có ít nhất 1 nghiệm $c_3\in(2;4)$

$\Rightarrow$ PT *f(x)* = 0 có ít nhất 3 nghiệm trong khoảng (–2; 5).

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Nhận biết

Câu 1. Dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{1}{2n}$, chọn $M=\dfrac{1}{100}$, để $\dfrac{1}{2n}<\dfrac{1}{100}$ thì n phải lấy từ số hạng thứ bao nhiêu trở đi?

A. 51. B. 49. C. 48. D. 50.

Câu 2. Dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{1}{2n+1}$, chọn $M=\dfrac{1}{1000}$, để $\dfrac{1}{2n+1}<\dfrac{1}{1000}$ thì n phải lấy từ số hạng thứ bao nhiêu trở đi?

A. 498. B. 499. C. 500. D. 501.

Câu 3. Chọn mệnh đề đúng?

A. $\lim\left(\dfrac{1}{10^n}\right)\neq 0.$ B. $\lim\left(\dfrac{4}{3}\right)^n=0.$

C. $\lim\left(\dfrac{3}{4}\right)^n=\lim\left(\dfrac{2}{3}\right)^n=0.$ D. $\lim\left(\dfrac{3}{2}\right)^n=0.$

Câu 4. Chọn mệnh đề **đúng?**

A. $\lim(-2017)=0$.

B. $\lim(-2017)=2017$.

C. $\lim(-2017)=1$.

<u>D</u>. $\lim(-2017)=-2017$.

Câu 5. Dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{1}{\sqrt{n}}$, thì $\lim u_n$ bằng:

<u>A</u>. 0. B. 1. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 6. Dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{1}{n^2}+9$, thì $\lim\sqrt{u_n}$ bằng:

A. 0. B. 9. <u>C</u>. 3. D. $+\infty$.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) với $u_n=7-\dfrac{1}{n^2}$, khi đó $\lim u_n$ bằng:

A. 0. <u>B</u>. 7. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 8. CSN: $\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{8},....,\dfrac{1}{2^n},....$ có công bội là:

A. $q=2$. B. $q=-2$. <u>C</u>. $q=\dfrac{1}{2}$. D. $q=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 9. Công bội của CSN: $1,-\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{9},-\dfrac{1}{27},....,\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n-1},....$ là:

A. $q=3$. B. $q=-3$. C. $q=\dfrac{1}{3}$. <u>D</u>. $q=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 10. Công thức tính tổng của CSN lùi vô hạn (u_n) là:

A. $S=\dfrac{1-q}{u_1}$. B. $S=\dfrac{1+q}{u_1}$. <u>C</u>. $S=\dfrac{u_1}{1-q}$. D. $S=\dfrac{u_1}{1+q}$.

Câu 11. $\lim n^2$ có kết quả bằng:

A. 0. B. 1. C. $-\infty$. <u>D</u>. $+\infty$.

Câu 12. $\lim 5^n$ có kết quả bằng:

A. 0. B. 5. C. $-\infty$. <u>D</u>. $+\infty$.

Câu 13: Với k là số nguyên dương. Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} x^k$ là:

<u>A</u>. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. x.

Câu 14: Kết quả của giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x^k}$ (với k nguyên dương) là:

A. $+\infty$. B. $-\infty$. <u>C</u>. 0. D. x.

Câu 15: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\lim\limits_{x\to x_o}|f(x)+g(x)|=\lim\limits_{x\to x_o}|f(x)|+\lim\limits_{x\to x_o}|g(x)|$.

B. $\lim\limits_{x\to x_o}|f(x)+g(x)|=\lim\limits_{x\to x_o}f(x)+\lim\limits_{x\to x_o}g(x)$.

C. $\lim\limits_{x\to x_o}|f(x)+g(x)|=\lim\limits_{x\to x_o}[f(x)+g(x)]$.

<u>D</u>. $\lim\limits_{x\to x_o}|f(x)+g(x)|=\left|\lim\limits_{x\to x_o}[f(x)+g(x)]\right|$.

Câu 16: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\lim\limits_{x\to x_o}\sqrt[3]{f(x)+g(x)}=\lim\limits_{x\to x_o}[\sqrt[3]{f(x)}+\sqrt[3]{f(x)}]$.

B. $\lim\limits_{x\to x_o}\sqrt[3]{f(x)+g(x)}=\sqrt[3]{\lim\limits_{x\to x_o}f(x)}+\sqrt[3]{\lim\limits_{x\to x_o}g(x)}.$

C. $\lim\limits_{x\to x_o}\sqrt[3]{f(x)+g(x)}=\sqrt[3]{\lim\limits_{x\to x_o}[f(x)+g(x)]}.$

D. $\lim\limits_{x\to x_o}\sqrt[3]{f(x)+g(x)}=\lim\limits_{x\to x_o}\sqrt[3]{f(x)}+\lim\limits_{x\to x_o}\sqrt[3]{g(x)}.$

Câu 17: Trong các giới hạn sau, giới hạn nào ***không*** tồn tại?

A. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x+1}{\sqrt{x-2}}.$ B. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x+1}{\sqrt{2-x}}.$ C. $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x+1}{\sqrt{-x+2}}.$ D. $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x+1}{\sqrt{2+x}}.$

Câu 18: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số có giới hạn tại điểm x=a thì liên tục tại x =a.
B. Hàm số có giới hạn trái tại điểm x=a thì liên tục tại x=a .
C. Hàm số có giới hạn phải tại điểm x=a thì liên tục tại x=a .
D. Hàm số có giới hạn trái và phải tại điểm x=a thì liên tục tại x=a .

Câu 19: Cho một hàm số f(x). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu f(a).f(b) thì hàm số liên tục trên (a; b).
B. Nếu hàm số liên tục trên (a; b) thì f(a).f(b) < 0.
C. Nếu hàm số liên tục trên (a; b) và f(a).f(b) < 0 thì phương trình f(x) = 0 có nghiệm.
D. Cả ba khẳng định trên đều sai.

Câu 20: Cho một hàm số f(x). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu f(x) liên tục trên đoạn $[a;b]$ thì phương trình f(x) = 0 không có nghiệm trên khoảng (a;b).
B. Nếu f(a).f(b) < 0 thì phương trình f(x) = 0 có ít nhất một nghiệm trong khoảng (a; b).
C. Nếu phương trình f(x) = 0 có nghiệm trong khoảng (a; b) thì hàm số f(x) phải liên tục trên khoảng (a; b).
D. Nếu hàm số f(x) liên tục trên đoạn $[a;b]$ và f(a).f(b) < 0 thì phương trình f(x) = 0 có nghiệm trong khoảng (a; b).

Thông hiểu

Câu 21. Giới hạn $\lim\frac{3}{n-2}$ bằng:

A. 3. B. $-\frac{3}{2}.$ C. 0. D. ∞.

Câu 22.: Giới hạn $\lim\frac{n-1}{n-2}$ bằng:

A. 1. B. -1. C. 0. D. ∞.

Câu 23. Giới hạn $\lim\frac{7n^2-3}{n^2-2}$ bằng:

A. 7. B. $-\frac{3}{2}.$ C. 0. D. ∞.

Câu 24. Giới hạn $\lim\frac{2n^2+1}{n^3-3n+3}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}.$ B. 2. C. 0. D. ∞.

Câu 25. Giới hạn $\lim\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}+1}$ bằng:

A. 0. B. 1. C. -1. D. $\frac{1}{2}.$

Câu 26. Giới hạn $\lim \dfrac{1+n^2-3n^3}{2n^3+5n-2}$ có kết quả là:

A. $-\dfrac{3}{2}$. B. $\dfrac{1}{2}$. C. 0. D. $\dfrac{1}{5}$.

Câu 27. Giới hạn $\lim \dfrac{n^2+2n}{n^3+1}$ có kết quả là:

A. 1. B. 0. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 28. Cho $A=\lim \dfrac{2n+1}{n+3}$; $B=\lim \dfrac{4n^2+2n-1}{2n^2+3}$; $C=\lim \dfrac{10n^3-n^2+1}{5n^3+2n}$ trong các kết quả sau kết quả nào đúng?

A. B = C. B. A = C. C. A = B = C. D. A = B.

Câu 29. Giới hạn $\lim \dfrac{2n-13}{(n+5)^2}$ có kết quả là:

A. 0. B. 2. C. $\dfrac{2}{5}$. D. $\dfrac{2}{25}$.

Câu 30. Giới hạn $\lim \dfrac{3^n+2^n}{4^n}$ có kết quả là:

A. 0. B. $\dfrac{5}{4}$. C. $\dfrac{3}{4}$. D. $+\infty$.

Câu 31. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 3}(5x^2-7x)$ có kết quả là:

A. 24. B. 0. C. $-\infty$. D. 5.

Câu 32. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-2}{x+1}$ có kết quả là:

A. -1. B. -2. C. $-\dfrac{1}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 33. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2+2x-15}{x-3}$ có kết quả là:

A. ∞. B. 2. C. $\dfrac{1}{8}$. D.8.

Câu 34. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-8}{2-x}$ có kết quả là:

A. -12. B. 12. C. 5. D. 8.

Câu 35. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{2x+3}{1-x}$ có kết quả là:

A. 2. B. -2. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 36. Giới hạn $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^4-a^4}{x-a}$ có kết quả là:

A. $2a^2$. B. $3a^4$. C. $4a^3$. D. $5a^4$.

Câu 37. Giới hạn $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{5x^2+4x-3}{2x^2-7x+1}$ có kết quả là:

A. $\dfrac{5}{2}$. B. 1. C. 2. D. $-\infty$.

Câu 38. Giới hạn của hàm số $f(x)=\dfrac{(x^2+1)(x+1)}{(2x^4+x)(x+1)}$ khi x tiến đến $-\infty$ có kết quả là:

A. 0. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 39. Giới hạn của hàm số $f(x)=\frac{(2x^2+1)(2x^2+x)}{(2x^4+x)(x+1)}$ khi x tiến đến $+\infty$ có kết quả là:

A. 4. B. ∞. C. 0. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 40. Giới hạn của hàm số nào dưới đây có kết quả bằng 1?

A. $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2+3x+2}{x+1}$. B. $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^2+3x+2}{x+2}$.

C. $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2+3x+2}{1-x}$. D. $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2+4x+3}{x+1}$.

Câu 41. Giới hạn nào dưới đây có kết quả bằng 3?

A. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x}{x-2}$ B. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{-3x}{x-2}$

C. Cả ba hàm số trên. D. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{-3x}{2-x}$

Câu 42. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

I. $f(x)$ gián đoạn tại $x=2$.

II. $f(x)$ liên tục tại $x=2$.

III. $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\frac{1}{2+\sqrt{2}}$.

A. Chỉ (I) và (III). B. Chỉ (II).

C. Chỉ (I). D. Chỉ (II) và (III).

Câu 44. Khẳng định nào ***sai*** trong các khẳng định sau?

A. Hàm số $f(x)=3x+1$ liên tục trên tập R.

B. Hàm số $f(x)$ được xác định bởi $f(x)=\begin{cases} x+1, \text{khi } x\geq 0 \\ 0 \quad \text{khi } x<0 \end{cases}$ liên tục tại $x=0$.

C. Hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$ liên tục $\forall x\neq 0$.

D. Hàm số $f(x)=\sqrt{x}$ liên tục trên $[0;+\infty)$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)=x^2-2x+3$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Hàm số có giới hạn trái và phải tại điểm x = 1 bằng nhau.

B. Hàm số có giới hạn trái và phải tại mọi điểm bằng nhau.

C. Hàm số có giới hạn tại mọi điểm.

D. Cả ba khẳng định trên là sai.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}$. Khẳng định nào sau đây là ***đúng***?

A. Hàm số chỉ có giới hạn phải tại điểm x = 2.
B. Hàm số có giới hạn trái và giới hạn phải bằng nhau.
C. Hàm số có giới hạn tại điểm x = 2.
D. Hàm số chỉ có giới hạn trái tại điểm x = 2.

Câu 47. Cho các hàm số: (I) y = sinx ; (II) y = cosx ; (III) y = tanx ; (IV) y = cotx. Hàm số nào liên tục trên R?

A. (I) và (II). B. (III) và IV).
C. (I) và (III). D. (I), (II), (III) và (IV).

Câu 48. Chọn mệnh đề ***sai*** trong các mệnh đề sau?

A. Hàm số y = tanx liên tục trên R.
B. Hàm số y = $\dfrac{3x+5}{x^2+1}$ liên tục trên R.
C. Hàm số y = $\sqrt{x^2+3}$ liên tục trên R.
D. Hàm số y = $x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ liên tục trên R.

Câu 49. Chọn mệnh đề ***sai*** trong các mệnh đề sau?

A. Hàm số y = sinx liên tục trên R.
B. Hàm số y = $\dfrac{3x+5}{x+1}$ liên tục trên R.
C. Hàm số y = $\dfrac{-4x}{x^2+1}$ liên tục trên R.
D. Hàm số y = $x^3 + 2x^2 - 5x + 7$ liên tục trên R.

Câu 50: Kết luận nào sau đây ***sai***?

A. Hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-2}$ gián đoạn tại x = 2.
B. Hàm số $y=\dfrac{4x+3}{x^2+2x}$ gián đoạn tại x = -2 và x = 0.
C. Hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x+2}$ gián đoạn tại x = -2.
D. Hàm số $y=\dfrac{x^2+9}{x^2+4}$ gián đoạn tại x = 2 và x = -2.

Vận dụng thấp

Câu 51. Giới hạn $\lim\dfrac{\sqrt{n^2+1}+4n}{3n-2}$ có kết quả là:

A. 0. B. $\dfrac{4}{3}$. C. $\dfrac{5}{3}$. D. $\dfrac{1}{3}$.

Câu 52. Giới hạn $\lim\dfrac{9.5^n-2^n}{3^n+3.5^n}$ có kết quả bằng:

A. 0. B. 3. C. 5. D. $\dfrac{5}{3}$.

Câu 53. Giới hạn $\lim\dfrac{\sqrt[3]{n^3-5n+9}}{3n-2}$ có kết quả bằng:

A. 0. B. 1. C. 3. D. $\dfrac{1}{3}$.

Câu 54. Giới hạn $\lim \dfrac{2.5^n - 9^{n+1}}{1+9^n}$ có kết quả bằng:

A. 0. B. -1. C. 1. <u>D</u>. -9.

Câu 55. Giới hạn $\lim \dfrac{(2n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$ có kết quả bằng:

A. 0. <u>B</u>. $\dfrac{1}{32}$. C. $\dfrac{3}{2}$. D. $\dfrac{1}{2}$.

Câu 56. Giới hạn $\lim(\sqrt{n^2+n}-n)$ có kết quả bằng:

A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. <u>D</u>. $\dfrac{1}{2}$.

Câu 57. Giới hạn $\lim\left(\sqrt{n^2+2n+3}-n\right)$ có kết quả bằng:

<u>A</u>. 1. B. 0. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 58. Giới hạn $\lim\left(\sqrt{n}-\sqrt{n+1}\right)$ có kết quả bằng:

A. Không có giới hạn. <u>B</u>. 0.
C. -1. D. $+\infty$.

Câu 59. Giới hạn $\lim\left(\sqrt{n^2+n+28}-\sqrt{n^2-4n+5}\right)$ có kết quả bằng:

A. $-\infty$. B. 0. <u>C</u>. $\dfrac{5}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 60. Giới hạn $\lim\left(\sqrt{4n^2+2n+7}-2n+3\right)$ có kết quả bằng:

A. 0. <u>B</u>. $\dfrac{7}{2}$. C. $-\dfrac{5}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 61. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn $S=1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}-...$ có kết quả bằng:

A. 1. B. $\dfrac{1}{2}$. <u>C</u>. $\dfrac{2}{3}$. D. $\dfrac{3}{4}$.

Câu 62. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn $S=-4+2-1+...$ có kết quả bằng:

A. -8. <u>B</u>. $\dfrac{-8}{3}$. C. 6. D. $\dfrac{1}{8}$.

Câu 63. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn $S=1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+.....+\dfrac{1}{2^n}+...$ có kết quả bằng:

A. 1. <u>B</u>. 2. C. 3. D. $\dfrac{1}{2}$.

Câu 64. Giới hạn $\lim(-n^4-50n+11)$ có kết quả bằng:

A. -1. B. 0. <u>C</u>. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 65. Giới hạn $\lim(n^3-2n+1)$ có kết quả bằng:

A. 1. B. 0. C. $-\infty$. <u>D</u>. $+\infty$.

Câu 66. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x^2+x+1}}{x}$ có kết quả bằng:

<u>A</u>. 0. B. 1. C. ∞. D. 2.

Câu 67. Giới hạn của hàm số $f(x)=\dfrac{1-\sqrt[3]{1-x}}{x}$ khi x tiến đến 0 có kết quả bằng:

A. 0. B. 1. C. $\dfrac{1}{3}$. D. $\dfrac{1}{9}$.

Câu 68. Giới hạn của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{(x-2)^2}$ khi x tiến đến 2 có kết quả bằng:

A. 0. B. 1. C. 2. D. ∞.

Câu 69. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+2x}-x)$ bằng:

A. 0. B. ∞. C. 1. D. 2.

Câu 70. Khi x tiến tới $-\infty$, hàm số $f(x)=(\sqrt{x^2+2x}-x)$ có giới hạn là:

A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 1.

Câu 71. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có kết quả là 0?

A. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1}{x^3-1}$. B. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{2x+5}{x+10}$. C. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}$. D. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+1}-x)$.

Câu 72. Giới hạn $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^3-2x}{x^3-3x+2}$ có kết quả là:

A. $\dfrac{21}{16}$. B. $\dfrac{21}{20}$. C. 0. D. 1.

Câu 73. Giới hạn $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{\sqrt{1-x}+x-1}{\sqrt{x^2-x^3}}$ có kết quả là:

A. -1. B. 1. C. 2. D. -2.

Câu 74. Giới hạn $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{x^2+3x+2}{|x+1|}$ có kết quả là:

A. -1. B. $+\infty$. C. 1. D. $-\infty$

Câu 75. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{x^4+x^2+2}{(x^3+1)(3x-1)}}$ có kết quả là:

A. $-\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\dfrac{-\sqrt{3}}{3}$. D. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 76. Hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2-ax & \text{khi } x\ge1 \\ \dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x<1\end{cases}$ liên tục tại x = 1 khi *a* bằng:

A. 1. B. 3. C. -1. D. 0.

Câu 77: Cho phương trình: $x^5 - 3x^4 + 5x - 2 = 0$ (1). Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào ***sai***?

A. Phương trình (1) có ít nhất ba nghiệm trên khoảng (-2;5).

B. Phương trình (1) có nghiệm trên khoảng (-1;3).

C. Phương trình (1) không có nghiệm trên khoảng $(-\infty;\dfrac{11}{2})$.

D. Hàm số $f(x) = x^5 - 3x^4 + 5x - 2$ liên tục trên R.

Câu 78: Hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+9x-10}{x-1} & \text{khi } x\ne1 \\ ax+6 & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$ khi:

A. a = 2. B. a = 3. C. a = 4. D. a = 5.

Câu 79. Cho hàm số: $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & ,x>0 \\ x & ,x\le 0 \end{cases}$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào ***sai***?

A. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0.$ B. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=1.$ C. $f(x)=0.$ D. f(x) liên tục tại x_0=0.

Câu 80. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-2x}{x}$ chưa xác định tại x = 0. Để f(x) liên tục tại x = 0, phải gán cho f(0) giá trị bằng bao nhiêu?

A. -3. B. -2. C. -1. D. 0.

Vận dụng cao

Câu 81. Giới hạn $\lim\left(\sqrt[3]{n+2}-\sqrt[3]{n}\right)$ có kết quả là:

A. 1. B. 0. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 82. Giới hạn $\lim\left(\sqrt[3]{8n^3+n^2-1}-2n+2017\right)$ có kết quả là:

A. 2020. B. 0. C. $2017\frac{1}{12}$. D. $+\infty$.

Câu 83. Tổng $S=\sin^2 x+\sin^4 x+\sin^6 x+......(x\ne\frac{\pi}{2}+k\pi)$ có kết quả bằng:

A. $\sin^2 x$. B. $\cot^2 x$. C. $\tan^2 x$. D. $\cos^2 x$.

Câu 84. Tổng $S=1+\cos^2 x+\cos^4 x+......(x\ne k\pi)$ có kết quả bằng:

A. $\dfrac{1}{\sin^2 x}$. B. $\cot^2 x$. C. $\tan^2 x$. D. $\dfrac{1}{\cos^2 x}$.

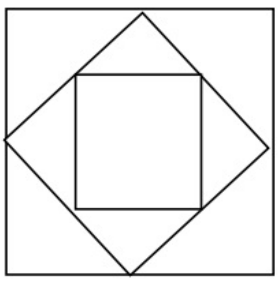
Câu 85. Giới hạn $\lim u_n$ biết $u_n=\dfrac{1}{1^2+1}+\dfrac{1}{2^2+2}+\dfrac{1}{3^2+3}+...+\dfrac{1}{n^2+n}$ có kết quả là:

A. 0. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 86. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2+\sqrt[3]{4x-8}}{\sqrt{x+4}-2}$ có kết quả là:

A. 3. B. 2. C. 0. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 87. Cho hình vuông ABCD có độ dài là 1. Ta nội tiếp trong hình vuông này một hình vuông thứ 2, có đỉnh là trung điểm của các cạnh của nó. Và cứ thế ta nội tiếp theo hình vẽ. Tổng chu vi của các hình vuông đó bằng:



A. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\dfrac{1}{3}$. C. $4(2+\sqrt{2})$. D. $\dfrac{\sqrt{2}-1}{4\sqrt{2}}$.

Câu 88. Giới hạn $\lim\left[\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)...\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\right]$ có kết quả là:

A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. 0. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 89: Giới hạn $\lim\frac{\sqrt{n\sqrt{2n\sqrt{4n}}}}{n+1}$ có kết quả là:

A. 2. B. 4. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 90. Giới hạn $\lim u_n=\lim\left(\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+\frac{1}{5.7}+...+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\right)$ có kết quả là:

A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 91: $\lim\frac{n\sqrt{2n+1}-\sqrt{n^3+n^2+1}}{\sqrt{4n^3+3n}}$ có kết quả là:

A. $+\infty$. B. 0. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{1}{2\left(\sqrt{2}+1\right)}$.

Câu 92: Giới hạn $\lim\frac{1+2.3^n-7^n}{5^n+2.7^n}$ có kết quả là:

A. 2. B. $\frac{1}{5}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. 0.

Câu 93: Giới hạn $\lim\frac{1-2.3^n+6^n}{2^n(3^{n+1}-5)}$ có kết quả là:

A. $+\infty$. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 94: Hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x-1} & ,x\neq 1\\ a & ,x=1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0=1$ thì a bằng?

A. 0. B. 1. C. 2. D. -1.

Câu 95: Hàm số $f(x)=\begin{cases}ax+3 & ,x\geq 1\\ x^2+x-1 & ,x<1\end{cases}$ liên tục trên toàn trục số thì a bằng?

A. -2. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 96: Cho hàm số $f(x)=x^5+x-1$. Xét phương trình: f(x) = 0 (1) trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề ***sai***?

A. (1) có nghiệm trên khoảng (-1; 1).
B. (1) có nghiệm trên khoảng (0; 1).
C. (1) có nghiệm trên R.
D. Vô nghiệm.

Câu 97: Cho phương trình $3x^3+2x-2=0$. Xét phương trình: f(x) = 0 (1) trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng?

A. (1) Vô nghiệm.
B. (1) có nghiệm trên khoảng (1; 2).
C. (1) có 4 nghiệm trên R.
D. (1) có ít nhất một nghiệm.

Câu 98: Giới hạn $\lim \dfrac{1+\frac{2}{5}+\left(\frac{2}{5}\right)^2+...+\left(\frac{2}{5}\right)^n}{1+\frac{3}{4}+\left(\frac{3}{4}\right)^2+...+\left(\frac{3}{4}\right)^n}$ có kết quả là:

A. 1.
B. $\dfrac{5}{12}$.
C. $\dfrac{4}{5}$.
D. $\dfrac{-3}{20}$.

Câu 99: Giới hạn $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{x^2-x+2}-2}{x^2+3x+2}=a$, thì 4a+1 có kết quả là:

A. -2.
B. -3.
C. 1/4.
D. $-1/8$.

Câu 100: Hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x>1\\ m^2x+3m+\dfrac{1}{4} & \text{khi } x<1\end{cases}$ liên tục tại x = 1 khi m bằng:

A. $m=0$ hoặc $m=-3$.
B. $m=0$ hoặc $m=3$.
C. $m=\dfrac{-3\pm 2\sqrt{3}}{2}$.
D. m = 2.

MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA 45 PHÚT

Chủ đề	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng		Tổng
			Vận dụng thấp	Vận dụng cao	
PP quy nạp		1	1		2 0,8
Dãy số	1	1	1		3 1,2
Cấp số cộng	1	1	1		3 1,2
Cấp số nhân	1	1	1		3 1,2
Giới hạn dãy số	1	3	1	1	6 2,4
Giới hạn hàm số	1	1	2	1	5 2,0
Hàm số liên tục	1	1	1		3 1,2
Tổng	6 2,4	9 3,6	8 3,2	2 0.8	25 10

ĐỀ BÀI

Câu 1. Với mọi số nguyên dương n, tổng $S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + ... + \frac{1}{n(n+1)}$ là:

A. $\frac{1}{n+1}$. B. $\frac{n}{n+1}$. C. $\frac{n}{n+2}$. D. $\frac{n+1}{n+2}$.

Câu 2. Với mọi số tự nhiên $n \geq 2$, bất đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $3^n > 4n+1$. B. $3^n > 4n+2$. C. $3^n > 3n+4$. D. $3^n > 3n+1$.

Câu 3. Dãy số nào dưới đây thỏa mãn $u_0 = 1, u_1 = 2, u_n = 3u_{n-1} - 2u_{n-2}$ với $n = 2,3,4...$?

A. $1;2;4;8;16;36;...$ B. $1;2;8;16;24;54;...$

C. $u_n = 2^n + 1 \quad (n = 0;1;2;...)$ D. $u_n = 2^n \quad (n = 0;1;2;...)$

Câu 4. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2^n.u_n \end{cases}$ với $\forall n \geq 1$. Ta có u_5 bằng:

A. 10. B. 1024. C. 2048. D. 4096.

Câu 5. Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$ là dãy số bị chặn trên bởi:

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 6. Cho cấp số cộng 2 ; x ; 5. Hãy chọn kết quả đúng?

A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = \frac{7}{2}$.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_2 = 2001$ và $u_5 = 1995$. Khi đó u_{1001} bằng:

A. 4005. **B.** 4003. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 8. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 150 \\ u_n = u_{n-1} - 3 \quad ,\forall\ n \geq 2 \end{cases}$. Khi đó tổng 100 số hạng đầu tiên của dãy số đó bằng:

A. 150. **B.** 300. **C.** 29850. **D.** 59700.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $1+x+x^2+\ldots+x^{2007}=0$ là:

A. $x=\pm 1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=11$. **D.** $x=1 \vee x=-2$.

Câu 10. Dãy số 1, 2, 4, 8, 16, 32, …là một cấp số nhân với:

A. công bội là 3 và phần tử đầu tiên là 1. B. công bội là 2 và phần tử đầu tiên là 1.
C. công bội là 4 và phần tử đầu tiên là 2. D. công bội là 2 và phần tử đầu tiên là 2.

Câu 11. Cho cấp số nhân $u_1, u_2, u_3, ...$ với công bội $q\ (q \neq 1)$.

Đặt $S_n = u_1+u_2+u_3+......+u_n$. Khi đó ta có:

A. $S_n = \dfrac{u_1(q^n+1)}{q+1}$. B. $S_n = \dfrac{u_1(q^n-1)}{q-1}$.

C. $S_n = \dfrac{u_1(q^{n-1}-1)}{q+1}$. D. $S_n = \dfrac{u_1(q^n-1)}{q-1}$.

Câu 12: Giới hạn $\lim(n^2 - n + 1)$ bằng:

A. 1. B. $-\infty$. C.- 1. D. $+\infty$.

Câu 13: Giới hạn $\lim\dfrac{3n^3+2n^2+n}{n^3+4}$ bằng:

A. 3. B. $\dfrac{3}{4}$. C. 4. D. -3.

Câu 14: Giới hạn $\lim\left(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2+2}\right)$ bằng:

A. 0. B. 1. C. $\dfrac{1}{2}$. D. $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 15: Giới hạn của dãy số $\lim\dfrac{\sin n}{n}$ bằng giới hạn nào dưới đây?

A. $\lim\dfrac{2n+1}{n}$. B. $\lim 2^n$. C. $\lim\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$. D. $\lim(\sqrt{n^2+n}-1)$.

Câu 16: Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn sau: $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}+\ldots$ là:

A. 1. B. 2. C. 4. D. ∞.

Câu 17: Giới hạn $\lim\dfrac{1+2+2^2+\ldots+2^n}{1+3+3^2+\ldots+3^n}$ bằng:

A. 0. B. 1. C. $\dfrac{1}{2}$. D. $\dfrac{2}{3}$.

Câu 18: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào ***sai***?

A. $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{1}{x}=-\infty$. B. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x^5}=+\infty$. C. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}=+\infty$. D. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}}=+\infty$

Câu 19: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3}{x^3+3\sqrt{3}}$, ta có $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}} f(x)$ bằng?

A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\dfrac{-2\sqrt{3}}{3}$. C. $\dfrac{-2\sqrt{3}}{9}$. D. $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 20: $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2-3x+2}-x)$ bằng:

A. $\dfrac{7}{2}$. B. $-\dfrac{7}{2}$. C. $\dfrac{-3}{2}$. D. $\dfrac{3}{2}$.

Câu 21: $\lim_{x\to 1^+}\frac{x}{x-1}$ bằng:

A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 1. D. 0.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-2}+3, x\ge 2\\ ax-1, x<2\end{cases}$, để $\lim_{x\to 2}f(x)$ tồn tại thì a bằng bao nhiêu?

A. 2 . B.3 . C. 4. D. 5.

Câu 23: Cho các hàm số: (I) y = sinx ;`(II) y = cosx ; (III) y = tanx ; (IV) y = cotx
Trong các hàm số sau hàm số nào liên tục trên R?

A. (I) và (II). B. (III) và IV) . C. (I) và (III). D. (I), (II), (III) và (IV).

Câu 24: Cho hàm số f(x) chưa xác định tại x = 0: $f(x)=\frac{x^2-2x}{x}$. Để f(x) liên tục tại x = 0, phải gán cho f(0) giá trị bằng bao nhiêu?

A. -3. B. -2. C. -1. D. 0.

Câu 25: Cho phương trình $3x^3+2x-2=0$. Xét phương trình: f(x) = 0 (1) trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng?

A. (1) Vô nghiệm.
B. (1) có nghiệm trên khoảng (1; 2).
C. (1) có 4 nghiệm trên R.
D. (1) có ít nhất một nghiệm.

NHÓM: THPT KHÁNG NHẬT + THPT XUÂN HUY