THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC **ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2018 LẦN 2**

Môn: Toán

***Thời gian làm bài:* 90 phút**

Câu 1: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC đều cạnh a và tam giác SAB cân. Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SBC)

A. $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ **B.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{7}$

C. $h=\dfrac{2a}{7}$ **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 2: Tìm số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=4x^3-6x^2+1$, biết tiếp tuyến đó đi qua điểm $M(-1;-9)$

A. 3 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 1

Câu 3: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

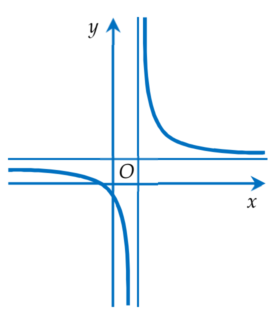
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

Câu 4: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$ **B.** $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$

C. $y'>0,\forall x\neq 1$ **D.** $y'<0,\forall x\neq 1$

Câu 5: Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Năm mặt **B.** Hai mặt

C. Ba mặt **D.** Bốn mặt

Câu 6: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\log_{2017}(mx-m+2)$ các định trên $[1;+\infty)$

A. $m\le 0$ **B.** $m\ge 0$ **C.** $m\le -1$ **D.** $m\ge -1$

Câu 7: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ:

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$ **B.** $V=\dfrac{a^3}{6}$ **C.** $V=\dfrac{a^3}{3}$ **D.** $V=a^3$

Câu 8: Cho $\log_a x=-1$ và $\log_a y=4$. Tính $P=\log_a\left(x^2y^3\right)$

A. $P=-14$ **B.** $P=3$ **C.** $P=10$ **D.** $P=65$

Câu 9: Tính giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y=x^3-12x-1$

A. $y_{CD}=15$ **B.** $y_{CD}=-17$

C. $y_{CD}=-2$ **D.** $y_{CD}=45$

Câu 10: Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1, mặt cầu (S_2) có bán kính $R_2=2R_1$. Tính tỷ số diện tích của mặt cầu (S_2) và (S_1)?

A. 4 **B.** 3 **C.** $\dfrac{1}{2}$ **D.** 2

Câu 11: Tính tổng:

$$S=C_{10}^2+2.C_{10}^1+2^2.C_{10}^2+...+2^{10}.C_{10}^{10}$$

A. $S=2^{10}$ **C.** $S=3^{10}$ **C.** $S=4^{10}$ **D.** $S=3^{11}$

Câu 12: Cho bốn hàm số $f_1(x)=\sqrt{x-1}$, $f_2(x)=x, f_3(x)=\tan x,\ f_4(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ 2 & \text{khi } x=1\end{cases}$.

Hỏi trong bốn hàm số trên có bao nhiêu hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. 1 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

Câu 13: Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$ **B.** $V=\dfrac{\sqrt{11}a^3}{12}$

C. $V=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{2}$ **D.** $V=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$

Câu 14: Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\log x<1\Leftrightarrow 0<x<10$

B. $\log_{\frac{1}{\pi}}x<\log_{\frac{1}{\pi}}y\Leftrightarrow x>y>0$

C. $\ln x \ge 0 \Leftrightarrow x \ge 1$

D. $\log_4 x^2 > \log_2 y \Leftrightarrow x > y > 0$

Câu 15: Tìm số nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$

A. 1 **B.** 5 **C.** 0 **D.** 2

Câu 16: Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{x^2-x+2}$ **B.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$

C. $\dfrac{2}{\sqrt{x}}$ **D.** $y=\dfrac{3}{x^4+1}$

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos^2 x = m-1$ có nghiệm

A. $1<m<2$ **B.** $m \ge 1$

C. $m \le 2$ **D.** $1 \le m \le 2$

Câu 18: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^3-3x^2$ trên đoạn $[-1;1]$

A. $M=2$ **B.** $M=0$ **C.** $M=-2$ **D.** $M=4$

Câu 19: Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{6}}.\sqrt[3]{x}$ với $x>0$

A. $P=x^{\frac{1}{8}}$ **B.** $P=x^{\frac{2}{9}}$ **C.** $P=\sqrt{x}$ **D.** $P=x^2$

Câu 20: Tính giới hạn $A=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x-1}$

A. $A=0$ **B.** $A=+\infty$ **C.** $A=-\infty$ **D.** $A=3$

Câu 21: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào không đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\sin x-3x$ **B.** $y=\cos x+2x$

C. $y=x^3-x^2+5x-1$ **D.** $y=x^5$

Câu 22: Cho hai đường thẳng phân biệt a; b và mặt phẳng (α). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$

B. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp (\alpha)$ thì $a \perp b$

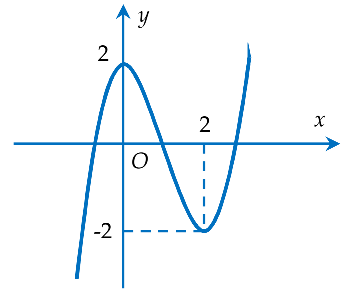
C. nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (\alpha)$

D. Nếu $a \perp (\alpha)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (\alpha)$

Câu 23: Có bao nhiêu số có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a,b,c \in \{0;1;2;3;4;5;6\}$ sao cho $a<b<c$

A. 30 **B.** 20 **C.** 120 **D.** 40

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2

D. Hàm số có ba điểm cực trị

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x-3.2^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1+x_2<2$

A. $0<m<2$ **B.** $m>0$

C. $0<m<4$ **D.** $m<9$

Câu 26: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Cắt hình lập phương bằng một mặt phẳng đi qua đường chéo BD'. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích thiết diện thu được

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ **B.** $\sqrt{2}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

Câu 27: Cho đường tròn tâm O có đường kính $AB=2a$ nằm trong mặt phẳng (P). Gọi I là điểm đối xứng với O qua A. Lấy điểm S sao cho $SI\perp(P)$ và $SI=2a$. Tính bán kính R mặt cầu đi qua đường tròn đã cho và điểm S

A. $R=\dfrac{7a}{4}$ **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{65}}{16}$

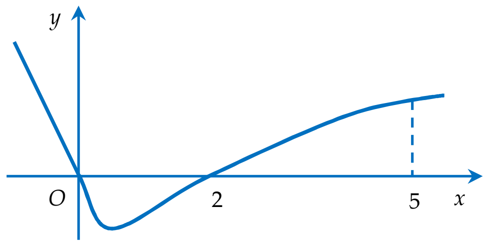
C. $R=\dfrac{a\sqrt{65}}{4}$ **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{65}}{2}$

Câu 28: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi I là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AI=\dfrac{a}{3}$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $(B'DI)$

A. $\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$ **B.** $\dfrac{a}{\sqrt{14}}$ **C.** $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$ **D.** $\dfrac{3a}{14}$

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng

$f(0)+f(3)=f(2)+f(5)$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ lần lượt là:



A. $f(2);f(0)$ **B.** $f(0);f(5)$

C. $f(2);f(5)$ **D.** $f(1);f(3)$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh 1, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho

A. $V=\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$ **B.** $V=\frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$

C. $V=\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$ **D.** $V=\frac{5\pi}{3}$

Câu 31: Cho hàm số $y=\frac{ax^2+x-1}{4x^2+bx+9}$ có đồ thị (C), trong đó a, b là các hằng số dương thỏa mãn $ab=4$. Biết rằng (C) có đường tiệm cận ngang $y=c$ và có đúng một đường tiệm cận đứng. Tính tổng $T=3a+b-24c$

A. $T=11$ **B.** $T=4$ **C.** $T=-11$ **D.** $T=7$

Câu 32: Cho hàm số: $f(x)=\begin{cases} 2x+m & khi\ x\le 0 \\ \frac{\sqrt{1+4x}-1}{x} & khi\ x>0 \end{cases}$.

Tìm tất cả các giá trị của m để tồn tại giới hạn $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

A. $m=0$ **B.** $m=2$ **C.** $m=4$ **D.** $m=1$

Câu 33: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy góc 30^0 và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho

A. $V=64\sqrt{3}$ **B.** $V=2\sqrt{3}$

C. $V=8\sqrt{3}$ **D.** $V=16\sqrt{3}$

Câu 34: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $x^3-3x^2+(2m-2)x+m-3=0$ có ba nghiệm $x_1;x_2;x_3$ thỏa mãn $x_1<-1<x_2<x_3$

A. $m>-5$ **B.** $m<-6$ **C.** $m\le -5$ **D.** $m<-5$

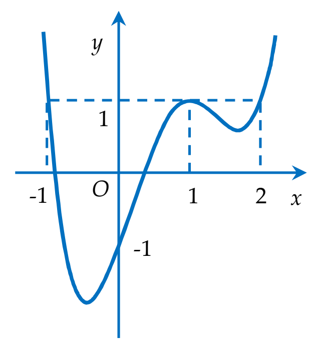
Câu 35: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x+4\sin x-2\cos x-4=0$ trong đoạn $[0;100\pi]$ của phương trình

A. 2476π **B.** 25π **C.** 2475π **D.** 100π

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị của m để hệ sau có nghiệm $\begin{cases} 3^{2x+\sqrt{x+1}}-3^{2+\sqrt{x+1}}+2017x\le 2017 \\ x^2-(m+2)x+2m+3\ge 0 \end{cases}$

A. $m\ge -3$ **B.** $m>-3$ **C.** $m\ge -2$ **D.** $m\le -2$

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=f(x)-x$. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?



A. $x=1$ **B.** $x=2$ **C.** $x=0$ **D.** $x=-1$

Câu 38: Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60^0. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 2. Thể tích V của khối nón (N)

A. $V=9\sqrt{3}\pi$ **B.** $V=3\pi$

C. $V=9\pi$ **D.** $V=3\sqrt{3}\pi$

Câu 39: Cho hàm số $f(x)=\ln^2(x^2-2x+5)$. Tìm các giá trị của x để $f'(x)>0$

A. $x\ne 1$ **B.** $x>0$

C. mọi $x\in\mathbb{R}$ **D.** $x>1$

Câu 40: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right)=3x+y-1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P=\frac{1}{x}+\frac{1}{\sqrt{xy}}$

A. $P_{\min}=8$ **B.** $P_{\min}=16$

C. $P_{\min}=4$ **D.** $P_{\min}=2$

Câu 41: Gọi x và y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x=\log_6 y=\log_4(x+y)$ và

$\frac{x}{y} = \frac{-a+\sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T = a+b$

A. $T = 6$ **B.** $T = 4$ **C.** $T = 11$ **D.** $T = 8$

Câu 42: Tìm tất cả các số a trong khai triển của $(1+ax)(1+x)^4$ có chứa số hạng $22x^3$

A. $a = 3$ **B.** $a = 2$ **C.** $a = -3$ **D.** $a = 5$

Câu 43: Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến (P).

A. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ **B.** $\frac{a}{\sqrt{5}}$ **C.** a **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 44: Trong trò chơi "Chiếc nón kì diệu" chiếc kim của bánh xe có thể dừng lại ở một trong 7 vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau

A. $\frac{3}{7}$ **B.** $\frac{30}{343}$ **C.** $\frac{30}{49}$ **D.** $\frac{5}{49}$

Câu 45: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD

A. $\frac{3a}{2}$ **B.** $3a$ **C.** $6a$ **D.** a

Câu 46: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{x+1}(-2x) > 2$

A. $S = (-1;0)$ **B.** $S = (\sqrt{3}-2;0)$

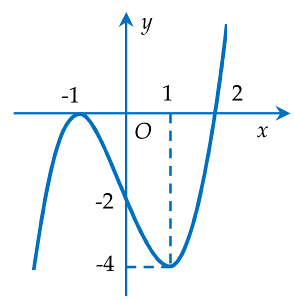
C. $S = (-\infty;0)$ **D.** $S = (\sqrt{3}-2;+\infty)$

Câu 47: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$ và $ASB = BSC = CSA = 30^0$. Mặt phẳng (α) qua A và cắt hai cạnh SB, SC tại B', C' sao cho chu vi tam giác $AB'C'$ nhỏ nhất. Tính $k = \frac{V_{S.AB'C}}{V_{S.ABC}}$

A. $k = 2-\sqrt{2}$ **B.** $k = 4-2\sqrt{3}$

C. $k = \frac{1}{4}$ **D.** $k = 2(2-\sqrt{2})$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2-2)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?



A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$

B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$

C . Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$

Câu 49: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[0;1]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $3 < m \le 6$ **B.** $m < 1$

C. $m > 6$ **D.** $1 \le m < 3$

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB = BC$

A. $m \in \left(-\frac{5}{4};+\infty\right)$ **B.** $m \in (-\infty;0] \cup (4;+\infty)$

C. $m \in (-2;+\infty)$ **D.** $m \in \mathbb{R}$

ĐÁP ÁN

1.A	6.B	11.B	16.C	21.A	26.D	31.A	36.C	41.A	46.C
2.D	7.A	12.D	17.D	22.B	27.C	32.B	37.D	42.A	47.B
3.D	8.C	13.D	18.B	23.B	28.D	33.C	38.B	43.A	48.B
4.D	9.A	14.D	19.C	24.B	29.C	34.D	39.D	44.C	49.A
5.D	10.A	15.A	20.D	25.C	30.A	35.C	40.A	45.B	50.C

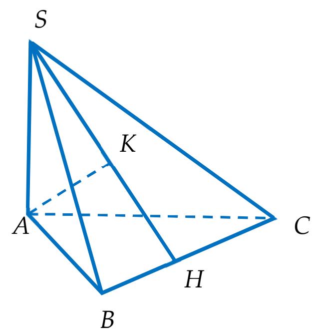
THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Môn: Toán

***Thời gian làm bài:* 90 phút**

Câu 1: Đáp án A.



Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow AH \perp BC$.

Lại có $SA \perp (ABC) \Rightarrow BC \perp SA$

Từ đó suy ra $BC \perp (SAH)$.

Lại có $(SAH) \cap (SBC) = SH$. Kẻ $AK \perp SH$

$\Rightarrow AD = d(A;(SBC))$.

Có $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{21}}{7}$

Câu 2: Đáp án D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = 12x^2 - 12x$

Gọi $A(x_0; y_0)$ là một điểm thuộc đồ thị hàm số, ta có phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại A là:

$y = (12x_0^2 - 12x_0)(x - x_0) + y_0$

$\Leftrightarrow y = (12x_0^2 - 12x_0)(x - x_0) + 4x_0^3 - 6x_0^2 + 1$

Để tiếp tuyến qua điểm $M(-1;-9)$ thì:

$-9 = (12x_0^2 - 12x_0)(-1 - x_0) + 4x_0^3 - 6x_0^2 + 1$

$\Leftrightarrow 8x_0^3 + 6x_0^2 - 10 = 0$

Phương trình trên có một nghiệm thực duy nhất, vậy nên cũng có 1 phương trình tiếp tuyến duy nhất thỏa mãn.

Câu 3: Đáp án D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 6x$

$y' > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 0 \\ x > 2 \end{array}\right.$; $y' < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 4: Đáp án D.

Từ đồ thị ta thấy hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng $x = 1$ và nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Lưu ý: Đối với dạng hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ thì không có khái niệm đồng (nghịch) biến trên tập xác định, mà chỉ có đồng (nghịch) biến trên từng khoảng xác định.

Câu 5: Đáp án C.

Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Câu 6: Đáp án B.

Hàm số $y = \log_{2017}(mx - x + 2)$ xác định trên $[1; +\infty)$

$\Leftrightarrow mx - m + 2 >, \forall x \geq 1 \Leftrightarrow mx > m - 2, \forall x \geq 1$

Trường hợp 1: $x = 1$: ta có $m > m - 2$ (luôn đúng).

Trường hợp 2: $x > 1$: Khi đó:

$mx > m - 2, \forall x > 1 \Leftrightarrow m(x-1) > -2, \forall x > 1$

$\Leftrightarrow m > \frac{-2}{x-1}, \forall x > 1 \Rightarrow m > \max\limits_{(1;+\infty)} \frac{-2}{x-1}$

Đặt $f(x) = -\frac{2}{x-1}$, ta có $f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$

nên $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) < f(x) < \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) \Leftrightarrow -\infty < f(x) < 0$

Từ đó suy ra $m \geq 0$.

Lưu ý: Ở đây ta dùng $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ vì không thể tính được $f(1)$ và $f(+\infty)$.

Câu 7: Đáp án A.

Có: $V = BB'.S_{ABC} = a.\frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{2}$.

Lưu ý: Công thức tính thể tích lăng trụ đứng là $V = Sh$.

Câu 8: Đáp án C.

Có: $\log_a(x^2y^3) = \log_a x^2 + \log_a y^3 = 2\log_a x + 3\log_a y$

$= 2.(-1) + 3.4 = 10$.

Lưu ý: Với $0 < a \neq 1, x > 0, y > 0$ thì

$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$ và $\log_a(x^y) = y\log_a x$.

Câu 9: Đáp án A.

$y = x^3 - 12x - 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 12 \Rightarrow y'' = 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Có $y''(2) = 12; y''(-2) = -12$ nên $y_{CD} = y(-2) = 15$.

Câu 10: Đáp án A.

Ta có: $\frac{S_2}{S_1}=\frac{4\pi R_2^2}{4\pi R_1^2}=\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2=2^2=4.$

Lưu ý: Công thức tính diện tích mặt cầu là $S=4\pi R^2$.

Câu 11: Đáp án B.

Ta có khai triển sau:

$$\left(1+x\right)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k.x^k=C_{10}^0.x^0+C_{10}^1x^1+C_{10}^2.x^2+...C_{10}^{10}.x^{10}$$

Chọn $x=2$, khi đó:

$$\left(1+2\right)^{10}=3^{10}=C_{10}^0+C_{10}^1.2+C_{10}^2.2^2+...+C_{10}^{10}.2^{10}$$

Lưu ý: Đề bài cho như vậy sẽ khiến ta nhớ đến sử dụng Nhị thức Niuton: $\left(a+b\right)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k.a^{n-k}.b^k$

Câu 12: Đáp án D.

* Xét hàm số $f_1\left(x\right)=\sqrt{x-1}$ có tập xác định $D=\left[1;+\infty\right)$, có: $\lim_{x\to x_0}f_1\left(x\right)=\sqrt{x_0-1}=f_1\left(x_0\right),\forall x_0\in R$ nên hàm số đã cho liên tục trên tập xác định.

* Xét hàm số $f_2\left(x\right)=x$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$ là $\lim_{x\to x_0}f_2\left(x\right)=x_0=f_2\left(x_0\right),\forall x_0\in D$ nên hàm số này cũng liên tục trên tập xác định.

* Xét hàm số $f_3\left(x\right)=\tan x$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$ có $\lim_{x\to x_0}f_3\left(x\right)=\tan x_0=f_3\left(x_0\right)$, $\forall x_0\in D$ nên hàm số này cũng liên tục trên tập xác định.

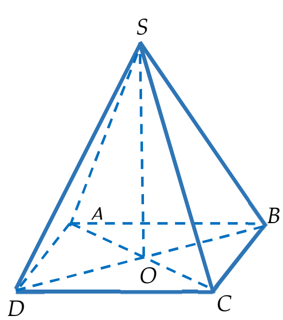
* Xét hàm số $f_4\left(x\right)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ 2 & \text{khi } x=1\end{cases}$ có $\lim_{x\to 1}f_4\left(x\right)=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\left(x+1\right)=2=f_4\left(1\right)\Rightarrow$ Hàm số liên tục tại $x=1$. Do đó $f_4\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Lưu ý:

+ Hàm số $f\left(x\right)$ liên tục tại $x=x_0\Leftrightarrow\lim_{x\to x_0}f\left(x\right)=f\left(x_0\right)$.

+ Hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên khoảng liên tục tại mọi điểm $x_0\in\left(a;b\right)$.

Câu 13: Đáp án D.



Gọi O là giao điểm của AC và $BD\Rightarrow SO\perp\left(ABCD\right)$, khi đó: $OA=\frac{AC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét ΔSOA vuông tại O có:

$$SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{4a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{a\sqrt{14}}{2}.$$

Vậy thể tích khối chóp là:

$$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{14}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{14}}{6}.$$

Câu 14: Đáp án D.

Mệnh đề D sai vì:

$$\log_4 x^2=\log_{2^2}x^2=\log_2\left|x\right|>\log_2 y\Leftrightarrow\begin{cases}2>1\\ \left|x\right|>y>0\end{cases}$$

Câu 15: Đáp án A.

Điều kiện: $2x-1>0\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$

Ta có: $\log_3\left(2x-1\right)=2\Leftrightarrow 2x-1=3^2\Leftrightarrow x=5$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=5$.

Câu 16: Đáp án C.

Xét hàm số $y=\frac{2}{\sqrt{x}}$ có $\lim_{x\to 0^+}=+\infty$ nên đồ thị hàm số $y=\frac{2}{\sqrt{x}}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=0$.

Lưu ý: Nếu $\left[\begin{array}{l}\lim_{x\to x_0^+}y=\pm\infty\\ \lim_{x\to x_0^-}y=\pm\infty\end{array}\right.$ thì $x=x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 17: Đáp án D.

Có: $0\le\cos^2 x\le 1\Leftrightarrow 0\le m-1\le 1\Leftrightarrow 1\le m\le 2$.

Câu 18: Đáp án B.

$y=x^3-3x^2\Rightarrow y'=3x^2-6x$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\end{array}\right.$

Xét các giá trị: $y\left(-1\right);y\left(0\right);y\left(1\right)$ ta có:

$y\left(-1\right)=-4;y\left(0\right)=0;y\left(1\right)=-2.$

Vậy giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^3-3x^2$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$ là $M=y\left(0\right)=0$.

Câu 19: Đáp án C.

Có: $P=x^{\frac{1}{6}}.\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{6}}.x^{\frac{1}{3}}=x^{\frac{1}{6}+\frac{1}{3}}=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$.

Lưu ý: $\sqrt[n]{x^m}=x^{\frac{m}{n}}$

Câu 20: Đáp án D.

Ta có biến đổi sau:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\left(x-1\right)\left(x^2+x+1\right)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\left(x^2+x+1\right)=3.$$

Câu 21: Đáp án A.

Xét phương án A: $y=\sin x-3x$ có $y'=\cos x-3$.

Vì $\cos x\le 1$ nên $y'\le 1-3=-2\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 22: Đáp án B.

Ta có $\begin{cases} a//(\alpha) \\ b\perp(\alpha)\end{cases}\Rightarrow b\perp a\Rightarrow B$ đúng.

Câu 23: Đáp án B.

Các số cần lập thỏa mãn $a<b<c$. Khi đó ta xét các trường hợp:

* Trường hợp 1: Với $a=1$ thì $b\in\{5;4;3;2\}$.

+) $a=1;b=2\Rightarrow c$ có 4 cách chọn $\Rightarrow$ có $1.1.4=4$ số.

+) $a=1;b=3\Rightarrow c$ có 3 cách chọn $\Rightarrow$ có $1.1.3=3$ số.

+) $a=1;b=4\Rightarrow c$ có 2 cách chọn $\Rightarrow$ có $1.1.2=2$ số.

+) $a=1;b=5\Rightarrow c$ có 1 cách chọn $\Rightarrow$ có $1.1.1=1$ số.

Tương tự ta xét các trường hợp $a=2;a=3;a=4;a=5$ ta được tổng cộng 20 số được chọn.

Câu 24: Đáp án B.

Câu 25: Đáp án C.

Có: $4^x-3.2^{x+1}+m=0\Leftrightarrow\left(2^x\right)^2-6.2^x+m=0\ (*)$

Đặt $t=2^x\,(t>0)$. Khi đó ta có

$(*)\Leftrightarrow t^2-6t+m=0\ (**)$.

Để phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 thì phương trình $(**)$ phải có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ t_1+t_2>0\\ t_1t_2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9-m>0\\ 3>0\\ m>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<9\ (1)$$

Khi đó phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt

$x_1=\log_2 t_1;x_2=\log_2 t_2$

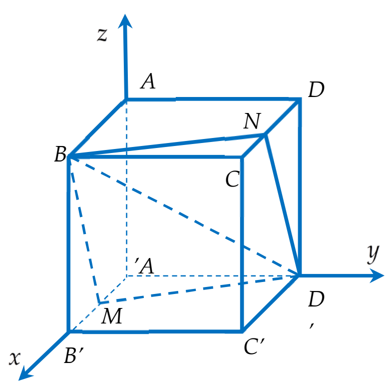
Khi đó: $x_1+x_2<2\Leftrightarrow\log_2 t_1+\log_2 t_2<2$

$\Leftrightarrow\log_2\left(t_1t_2\right)<2\Leftrightarrow\log_2 m<2\Leftrightarrow m<4\ (2)$

Kết hợp (1) và (2) ta được $0<m<4$.

Lưu ý: Ta cần để ý từng điều kiện một của một bài toán để kết hợp, không làm sai nghiệm.

Câu 26: Đáp án D.



Giả sử mặt phẳng đi qua BD' cắt $A'B'$ tại $M\left(M\in A'B'\right)$ và cắt hình lập phương theo thiết diện là $BMD'N$, ta dễ thấy $BMD'N$ là hình bình hành.

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ trên, ta có $A'(0;0;0),B(1;0;1),D'(0;1;0)$. Gọi $M(x;0;0)$ $(0\le x\le 1)$. Ta có: $S_{BMD'N}=2S_{MBD'}$

$=2.\dfrac{1}{2}d\left(M;BD'\right).BD'=d\left(M;BD'\right).\sqrt{3}$

Diện tích thiết diện là nhỏ nhất khi và chỉ khi $d\left(M;BD'\right)$ nhỏ nhất. Ta có: $\overrightarrow{MB}=(1-x;0;1)$,

$\overrightarrow{BD'}=(-1;1;-1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{MB};\overrightarrow{BD'}\right]=(-1;-x;1-x)$

$$\Rightarrow d\left(M,BD'\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{MB};\overrightarrow{BD'}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{BD'}\right|}=\frac{\sqrt{2x^2-2x+2}}{\sqrt{3}}.$$

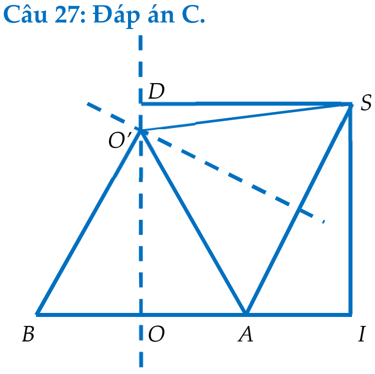
Ta có: $2x^2-2x+2=2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{2}\ge\dfrac{3}{2}$

$\Rightarrow d\left(M,BD'\right)\ge\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Dấu "=" xảy ra $x=\dfrac{1}{2}$, khi đó M,N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CD. Vậy giá trị nhỏ nhất của diện tích thiết diện $BMD'N$ là $S=\dfrac{\sqrt{2}}{2}.\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Lưu ý: Bài này rất hay ở chỗ quy từ giá trị nhỏ nhất của diện tích về giá trị nhỏ nhất của khoảng cách, và áp dụng cả cực trị hàm số.

Câu 27: Đáp án C.



Gọi O' là giao điểm của mặt phẳng trung trực của AB và đường trung trực của SA. Vì O' thuộc mặt phẳng trung trực của AB nên $O'A=O'B=O'M$ (với mọi điểm M thuộc đường tròn tâm O'). Lại có O' thuộc trung trực của SA nên $O'S=O'A$, từ đó suy ra $O'A=O'B=O'M=O'S$. Vậy O' là tâm mặt cầu cần tìm.

Xét mặt phẳng chứa SI là vuông góc với mp(P) như hình vẽ, dựng hình vuông $OISD$. Đặt $O'D=x$ thì $OO'=2a-x$. Ta có:

$O'S=\sqrt{4a^2+x^2};O'A=\sqrt{a^2+(2a-x)^2}$. Mà $O'S=O'A$

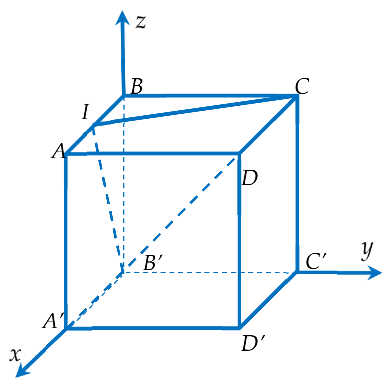
nên: $\sqrt{4a^2+x^2}=\sqrt{a^2+(2a-x)^2}$

$\Leftrightarrow 4a^2+x^2=5a^2-4ax+x^2 \Leftrightarrow 4ax=a^2 \Leftrightarrow x=\frac{a}{4}$.

Từ đó suy ra $O'S=\sqrt{4a^2+x^2}=\sqrt{4a^2+\left(\frac{a}{4}\right)^2}=\frac{a\sqrt{65}}{4}$.

Vậy bán kính mặt cầu cần tìm là $R=\frac{a\sqrt{65}}{4}$.

Câu 28: Đáp án D.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, ta có:

$B'(0;0;0),D(a;a;a),C(0;a;a),I\left(\frac{2a}{3};0;a\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{B'I}=\left(\frac{2a}{3};0;a\right);\overrightarrow{B'D}=(a;a;a)$

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{B'I};\overrightarrow{B'D}\right]=\left(-a^2;\frac{a^2}{3};\frac{2a^3}{3}\right)$. Khi đó mp$(B'DI)$ nhận

vectơ $\vec{n}(-3;1;2)$ là một vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng $(B'DI)$ là:

$-3(x-0)+(y-0)+2(z-0)=0\Leftrightarrow -3x+y+2z=0$

Khi đó $d(C;(B'DI))=\frac{|a+2a|}{\sqrt{9+1+4}}=\frac{3a}{\sqrt{14}}$.

Câu 29: Đáp án C.

Từ đồ thị $y=f'(x)$ trên đoạn $[0;5]$, ta có: $f'(0)=0$; $f'(2)=0$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		5		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
y			$f(0)$		$f(2)$		$f(5)$		

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ trên, ta thấy $\min\limits_{[0;5]}f(x)=f(2)$. Từ giả thiết suy ra:

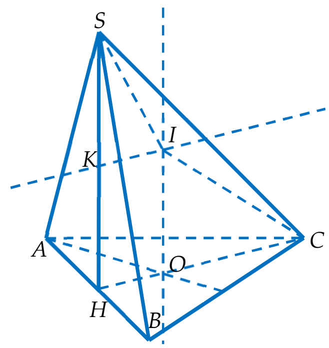
$f(0)+f(3)=f(2)+f(5)\Leftrightarrow f(5)-f(3)=f(0)-f(2)$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $[2;5]\Rightarrow f(3)>f(2)$

$\Rightarrow f(5)-f(2)>f(5)-f(3)=f(0)-f(2)\Leftrightarrow f(5)>f(0)$.

Từ đó suy ra $\max\limits_{[0;5]}f(x)=\max\{f(0);f(5)\}=f(5)$.

Câu 30: Đáp án A.



Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó $SH\perp(SAB)$.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, dựng đường thẳng d đi qua O và vuông góc với $(ABC)\Rightarrow d//SH$.

Dựng đường trung trực của (SAB), cắt d tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hinhg chóp $S.ABC$.

Gọi K là giao điểm của SH và mặt phẳng trung trực của $(SAB)\Rightarrow IKHO$ là hình chữ nhật, K là trọng tâm tam giác SAB. Khi đó $R=SI=IA=IB=IC$ là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Xét ΔABC có $CH=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow OC=\frac{2}{3}CH=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Xét ΔSAB có $SH=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow HK=\frac{1}{3}SH=\frac{\sqrt{3}}{6}=IO$

Xét tam giác IOC vuông tại O có:

$IC=\sqrt{OI^2+OC^2}=\frac{\sqrt{15}}{6}$.

Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện là:

$V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi.\left(\frac{\sqrt{15}}{6}\right)^3=\frac{5\pi\sqrt{15}}{54}$.

Câu 31: Đáp án A.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\infty}y=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{ax^2+x-1}{4x^2+bx+9}=\frac{a}{4}$.

Mà hàm số có tiệm cận ngang $y=c\Rightarrow c=\frac{a}{4}$

Hàm số có đúng một tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $4x^2+bx+9=0$ có nghiệm duy nhất

$\Leftrightarrow b^2-4.4.9=0\Leftrightarrow b=12$ (vì $b>0$).

Có $ab=4\Rightarrow a=\frac{4}{b}=\frac{1}{3}$; $c=\frac{a}{4}=\frac{1}{3}:4=\frac{1}{12}$.

Vậy $T=3a+b-24c=11$.

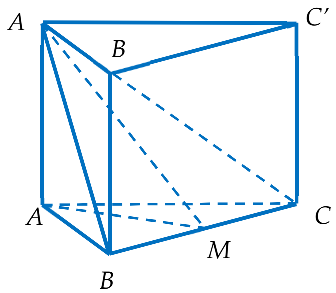
Câu 32: Đáp án B.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=2;\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)=m$

Để tồn tại giới hạn $\lim\limits_{x\to 0} f\left(x\right)$ thì:

$\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)\Leftrightarrow m=2.$

Câu 33: Đáp án C.



Gọi M là trung điểm BC. Vì ΔABC đều nên $AM\perp BC$ (1)

Lại có $BC\perp AA'\Rightarrow BC\perp\left(AA'M\right)\Rightarrow A'M\perp BC$ (2)

$\Rightarrow$ góc giữa $\left(ABC\right)$ và $\left(A'BC\right)$ là góc giữa và $A'M$ hay $\widehat{A'MA}=30°$.

Gọi độ dài cạnh đáy là a, ta có $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Xét tam giác $A'AM$ vuông tại A, có: $A'M=\dfrac{AM}{\cos 30°}=a.$

Khi đó $S_{A'BC}=\dfrac{1}{2}A'M.BC=8\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}a.a=8\Leftrightarrow a=4$

$\Rightarrow S_{ABC}=\dfrac{4^2\sqrt{3}}{4}=4\sqrt{3}$. Lại có $AA'=AM.\tan 30°=2.$

Vậy thể tích khối lăng trụ là:

$V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=2.4\sqrt{3}=8\sqrt{3}.$

Câu 34: Đáp án D.

Xét các trường hợp đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+\left(2m-2\right)x+m-3$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt $x_1<x_2<x_3$:

+) Trường hợp 1: $y\left(-1\right)>0$ thì phương trình có 3 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l}x_1<-1<x_2<x_3\\x_1<x_2<x_3<-1\end{array}\right.$

+) Trường hợp 2: $y\left(-1\right)<0$ thì phương trình có 3 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l}x_1<x_2<-1<x_3\\-1<x_1<x_2<x_3\end{array}\right.$

Do đó điều kiện cần để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thỏa mãn đề là $y\left(-1\right)>0$

$\Leftrightarrow -1-3-2m+2+m-3>0\Leftrightarrow m<-5\Rightarrow$ loại đáp án A và C.

Đến đây còn hai đáp án là B và D, ta sẽ thử giá trị rồi loại trừ.

Chọn $m=-6$, khi đó phương trình đã cho trở thành

$x^3-3x^2-14x-9=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x_1\approx -1,89<-1\\x_2\approx -0,83>-1\\x_3\approx 5,72>-1\end{array}\right.$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Vậy $m=-6$ đúng nên loại B $\Rightarrow D$ là đáp án đúng.

Câu 35: Đáp án C.

$\sin 2x+4\sin x-2\cos x-4=0$

$\Leftrightarrow\left(2\sin x\cos x-2\cos x\right)+4\left(\sin x-1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(2\cos x+4\right)\left(\sin x-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=1\\\cos x=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\sin x=1$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Có: $x\in\left[0;100\pi\right]\Leftrightarrow 0\le\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\le 100\pi\Leftrightarrow -\dfrac{1}{4}\le k\le\dfrac{199}{4}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}k\in\mathbb{Z}\\0\le k\le 49\end{cases}$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình trong đoạn $\left[0;100\pi\right]$ là:

$S=\sum\limits_{k=0}^{49}\left(\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right)=50.\dfrac{\pi}{2}+2\pi\sum\limits_{k=0}^{49}k=25\pi+2\pi.\dfrac{49.50}{2}=2475\pi$

Lưu ý: Ta cần nhớ công thức tính tổng của các dãy số quen thuộc như $1+2+3+...+n=\dfrac{n\left(n+1\right)}{2}$

Câu 36: Đáp án C.

Điều kiện: $x\ge -1$

Hệ phương trình:

$\begin{cases}3^{2x+\sqrt{x+1}}-3^{2+\sqrt{x+1}}+2017\le 2017 & (1)\\x^2-\left(m+2\right)x+2m+3\ge 0 & (2)\end{cases}$

Ta có: $(1)\Leftrightarrow 2.3^{2x+\sqrt{x+1}}-2.3^{2+\sqrt{x+1}}+2.2017x\le 2.2017$

$\Leftrightarrow 2.3^{2x+\sqrt{x+1}}+2017\left(2x+\sqrt{x+1}\right)\le 2.3^{2+\sqrt{x+1}}+2017\left(2+\sqrt{x+1}\right)$

Xét hàm số $f\left(t\right)=2.3^t+2017t$ có:

$f'\left(t\right)=2.3^t\ln 3+2017>0\Rightarrow$ hàm số $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Mà lại có:

$f\left(2x+\sqrt{x+1}\right)\le f\left(2+\sqrt{x+1}\right)\Rightarrow 2x+\sqrt{x+1}\le 2+\sqrt{x+1}$

$\Leftrightarrow 2x\le 2\Leftrightarrow x\le 1$, kết hợp với điều kiện: $-1\le x\le 1$.

Có: $(2)\Leftrightarrow x^2-2x+3\ge m\left(x-2\right)$.

Vì $-1\le x\le 1\Rightarrow x-2<0\Rightarrow m\ge\dfrac{x^2-2x+3}{x-2}\ (*)$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-2x+3}{x-2}$ trên $[-1;1]$, ta có: $\min\limits_{[-1;1]} f(x)=-2=f(\pm1)$ (bước này ta có thể dùng MODE 7 sẽ nhanh hơn giải thuần túy).

Để phương trình $(*)$ có nghiệm trên $[-1;1]$ thì $m\ge \min\limits_{[-1;1]} f(x)=-2.$

Lưu ý: Trong bài này có sử dụng tích chất đặc biệt của hàm số đơn điệu, đó là: Nếu $f(x)$ đồng biến hoặc nghịch biến trên K và có $f(u)=f(v),\ u,v\in K$ thì $u=v$. Tương tự khi ta thay dấu bằng bởi các dấu $"<,>,\le,\ge"$

Câu 37: Đáp án D.

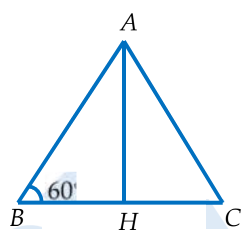
$g(x)=f(x)-1\Rightarrow g'(x)=f'(x)-1$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\\ x=1\\ x=2\end{array}\right.$$

Ta thấy qua $x_0=-1$ thì $g'(x)$ đổi dấu từ dương qua âm nên $x_0=-1$ là điểm cực đại của hàm số $y=g(x)$.

Lưu ý: Hàm số $y=g(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=x_0\Leftrightarrow g'(x_0)=0$ hoặc $g'(x_0)$ không xác định và qua điểm x_0 thì $g'(x_0)$ đổi dấu từ dương qua âm.

Câu 38: Đáp án B.



Gọi thiết diện qua trục là tam giác ABC như hình vẽ, hiển nhiên tam giác ABC cân tại A, và theo giả thiết thì $\widehat{ABC}=60°$. Từ đó suy ra ΔABC đều.

Gọi độ dài các cạnh của ΔABC là a. Ta có:

$$S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt3}{4}=\frac{a^3}{4R}=\frac{a^3}{4.2}\Leftrightarrow a=2\sqrt3\Rightarrow l=2\sqrt3.$$

Khi đó $h=AH=\dfrac{a\sqrt3}{2}=\dfrac{2\sqrt3.\sqrt3}{2}=3\Rightarrow$ bán kính đáy hình nón là $r=\sqrt{\left(2\sqrt3\right)^2-3^2}=\sqrt3.$

Thể tích khối nón là $V=\dfrac13Sh=\dfrac13\pi\left(\sqrt3\right)^2.3=3\pi$

Câu 39: Đáp án D.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$$y=\ln^2\left(x^2-2x+5\right)\Rightarrow y'=2\ln\left(x^2-2x+5\right).\frac{2x-2}{x^2-2x+5}$$

$y'>0\Leftrightarrow 2x-2>0\Leftrightarrow x>1$

Câu 40: Đáp án A.

Điều kiện: $\dfrac{1-2x}{x+y}>0$, do $x,y>0$ nên

$x+y>0\Rightarrow 1-2x>0\Leftrightarrow 0<x<\dfrac12;y>0$

Khi đó ta có:

$$\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right)=3x+y-1\Leftrightarrow \ln(1-2x)-\ln(x+y)=2x-1+x+y$$

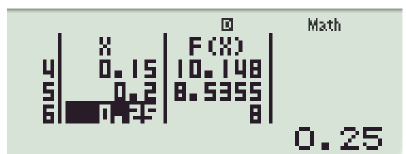
$\Leftrightarrow \ln(1-2x)+1-2x=\ln(x+y)+x+y\ (1)$

Xét hàm số đặc trưng $f(t)=\ln t+t$ với $t>0$ có $f'(t)=\dfrac1t+1>0\Rightarrow$ hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. Khi đó từ $(1)\Rightarrow f(1-2x)=f(x+y)$

$\Leftrightarrow 1-2x=x+y\Leftrightarrow y=1-3x$

Khi đó $P=\dfrac1x+\dfrac{1}{\sqrt{xy}}=\dfrac1x+\dfrac{1}{\sqrt{x(1-3x)}},0<x<\dfrac12$

Sử dụng chức năng MODE7 trên máy tính, ta tìm được $P_{\min}=8\Leftrightarrow x=\dfrac14$



Câu 41: Đáp án A.

Đặt $t=\log_9 x=\log_6 y=\log_4(x+y)\Rightarrow \begin{cases} x=9^t\\ y=6^t\\ x+y=4^t\end{cases}$

Từ đó ta có phương trình

$$9^t+6^t=4^t\Rightarrow\left(\frac94\right)^t+\left(\frac64\right)^t=1\Leftrightarrow\left(\frac32\right)^{2t}+\left(\frac32\right)^t=1$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac32\right)^t=\frac{-1+\sqrt5}{2}(\text{thoa man})\\ \left(\frac32\right)^t=\frac{-1-\sqrt5}{2}(\text{khong thoa man})\end{array}\right.$$

Ta có: $\dfrac xy=\dfrac{9^t}{6^t}=\left(\dfrac32\right)^t\Rightarrow\dfrac{-1+\sqrt5}{2}=\dfrac{-a+\sqrt b}{2}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\ b=5\end{cases}$

Vậy $T=a+b=1+5=6$

Câu 42: Đáp án A.

Sử dụng Nhị thức Niuton, ta có khai triển sau:

$$(1+ax)(1+x)^4=(1+ax)\sum_{k=0}^4 C_4^kx^k=\sum_{k=0}^4 C_4^kx^k+a\sum_{k=0}^4 C_4^k.x^{k+1}$$

Hệ số có chứa x^3 trong khai triển trên là:

$C_4^3+aC_4^2=4+6a=22\Leftrightarrow a=3$

Câu 43: Đáp án A.

Gọi O là tâm của đường tròn đáy, H là trung điểm $AB \Rightarrow OH \perp AB.$

Lại có $SO \perp AB \Rightarrow AB \perp (SOH)$. Trong $mp(SOH)$ kẻ $OK \perp SH$ thì $OK \perp AB$, do đó $OK \perp (SAB)$

$\Rightarrow d(O;(P)) = d(O;(SAB)) = OK$

Xét tam giác vuông OHB có:

$$OK^2 = \frac{SO^2.OH^2}{SO^2 + OH^2} = \frac{4a^2}{5} \Rightarrow OK = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

Câu 44: Đáp án C.

Vì quay 3 lần, mỗi chiếc có 7 khả năng dừng lại nên số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 7^3 = 343.$

Gọi A là biến cố: "trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau".

Khi đó ta có:

+) Lần quay thứ nhất: chiếc kim có 7 khả năng.

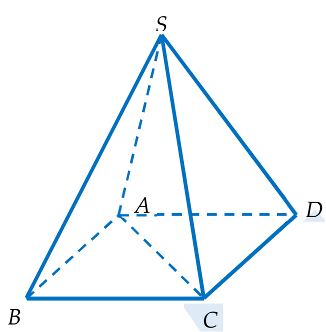
+) Lần quay thứ hai: chiếc kim có 6 khả năng.

+) Lần quay thứ ba: chiếc kim có 5 khả năng.

Do đó $|\Omega_A| = 7.6.5 = 210$

Vậy $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{210}{343} = \frac{30}{49}.$

Câu 45: Đáp án B.



Ta có (SAB) chứa SA và $CD // (SAB)$ nên ta có:

$d(SA;CD) = d(CD,(SAB)) = d(D,(SAB))$

Lại có:

$$V_{S.ABCD} = V_{D.SAB} + V_{C.SAB} = 2.V_{D.SAB} = 2.\frac{1}{3}d(D,(SAB)).S_{SAB}$$

$$\Rightarrow d(D,(SAB)) = \frac{3V}{2S_{SAB}} = \frac{3.2a^3}{2a^2} = 3a$$

Câu 46: Đáp án C.

Điều kiện: $\begin{cases} -2x > 0 \\ 0 < x+1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ -1 < x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 0$

Từ điều kiện ta có $x+1 < 1$ nên bất phương trình đã cho tương đương với:

$$-2x < (x+1)^2 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -2-\sqrt{3} \\ x > -2+\sqrt{3} \end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện, ta được $x \in (-2+\sqrt{3};0).$

Câu 47: Đáp án B.

Trải các tam giác SAB, SBC, SAC ra cùng một mặt phẳng $(A' \equiv A)$. Ta có $\Delta SAC = \Delta SA'C \Rightarrow AC' = A'C'$

Do đó chu vi tam giác $AB'C'$ là

$AB' + B'C' + C'A = AB' + B'C' + C'A' \geq AA'$

Dấu "=" xảy ra khi $B' \equiv E, C' \equiv F$ hay $SB' = SE$, $SC' = SF$. Tam giác SAA' có góc $S = 90°, SA = SA'$ nên là tam giác vuông cân tại S, do đó $\widehat{SAA'} = \widehat{SA'A} = 45°.$

Xét tam giác SAE có $\widehat{SEA} = 180° - 30° - 45° = 105°$. Áp dụng định lí hàm sin ta có:

$$\frac{SE}{\sin\widehat{SAE}} = \frac{SA}{\sin\widehat{SEA}} \Rightarrow \frac{SE}{\sin 45°} = \frac{a}{\sin 105°} \Rightarrow SE = \left(-1+\sqrt{3}\right)a$$

Khi đó $\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC} = \left(-1+\sqrt{3}\right)^2 = 4 - 2\sqrt{3} = k.$

Câu 48: Đáp án B.

Xét đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(-1) = f'(2) = 0.$

Tuy nhiên tại $x = -1$ thì $f'(x)$ không đổi dấu nên $x = -1$ không là điểm cực tri của hàm số $y = f(x).$

Với $x > 2$ thì $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$

Ta có: $g(x) = f(x^2 - 2) \Rightarrow g'(x) = 2x.f'(x^2-2)$ suy ra

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = 0 \\ f'(x^2-2) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 2 = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{array}\right.$$

Có bảng biến thiên sau của hàm số $y = g(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy mệnh đề B là sai.

Câu 49: Đáp án A.

$$y' = \frac{1-m}{(x+1)^2}$$

Trường hợp 1: $m = 1$ ta có $y = 1$ là hàm hằng nên loại.

Trường hợp 2: $m > 1$ thì $1 - m < 0$ khi đó hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định, do đó hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ tại $x = 1$. Khi đó:

$y(1) = \frac{1+m}{1+1} = 3 \Leftrightarrow m = 5$ (thỏa mãn).

Trường hợp 3: Làm tương tự, ta được $m = 3$ (loại).

Vậy $m = 5$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Đáp ánC.

Phương trình hoành độ tiếp giao điểm của đường thẳng $y = mx - m - 1$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x$ là: $x^3 - 3x^2 + x = mx - m - 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2x - 1 - m = 0\,(*) \end{array}\right.$

Đường thẳng cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt A, B, C khi và chỉ khi $\begin{cases} 1^2 - 2.1 - 1 - \mathrm{m} \neq 0 \\ \Delta'_{(*)} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2.$

Dựa vào các đáp án đầu bài ra, đến đây ta kết luận C đúng.