TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

(Đề thi gồm 06 trang)

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2018 – LẦN 1
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi 485

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

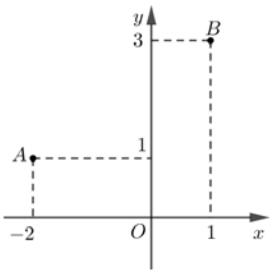
Câu 1: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là

A. $\sin 2x + C.$ **B.** $\frac{1}{2}\sin 2x + C.$ **C.** $-\frac{1}{2}\sin 2x + C.$ **D.** $2\sin 2x + C.$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz,$ một véctơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases}$ là

A. $\vec{m}(2;\, -1;\, 1).$ **B.** $\vec{v}(2;\, -1;\, 0).$ **C.** $\vec{u}(2;\, 1;\, 1).$ **D.** $\vec{n}(-2;\, -1;\, 0).$

Câu 3: Trong mặt phẳng $Oxy,$ cho các điểm $A,\, B$ như hình vẽ bên. Trung điểm của đoạn thẳng AB biểu diễn số phức



A. $-1 + 2i.$ **B.** $-\frac{1}{2} + 2i.$

C. $2 - i.$ **D.** $2 - \frac{1}{2}i.$

Câu 4: Phương trình $\ln\left(x^2 + 1\right).\ln\left(x^2 - 2018\right) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz,$ cho điểm $M(1;\, 2;\, 3).$ Hình chiếu của M lên trục Oy là điểm

A. $S(0;\, 0;\, 3).$ **B.** $R(1;\, 0;\, 0).$ **C.** $Q(0;\, 2;\, 0).$ **D.** $P(1;\, 0;\, 3).$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;\, 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.
Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đã cho?

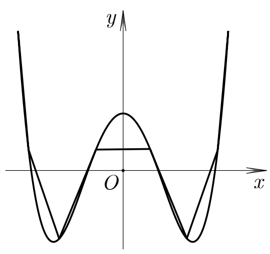
x	-2		0		1		3
$f'(x)$		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

A. Đạt cực tiểu tại $x = -2.$ **B.** Đạt cực tiểu tại $x = 3.$
C. Đạt cực đại tại $x = 0.$ **D.** Đạt cực đại tại $x = 1.$

Câu 7: Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x = 0,\, x = 1,\, y = 0$ và $y = \sqrt{2x+1}.$ Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V = \pi\int_0^1 \sqrt{2x+1}\,dx.$ **B.** $V = \pi\int_0^1 (2x+1)\,dx.$ **C.** $V = \int_0^1 \sqrt{2x+1}\,dx.$ **D.** $V = \int_0^1 (2x+1)\,dx.$

Câu 8: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^4 - 3x^2 + 1.$

B. $y = x^2 - 3x + 1.$

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

D. $y = -x^4 + 3x + 1.$

Câu 9: Giả sử $a,\, b$ là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log(10ab)^2 = 2(1+\log a+\log b)$. **B.** $\log(10ab)^2 = 2+2\log(ab)$.

C. $\log(10ab)^2 = (1+\log a+\log b)^2$. **D.** $\log(10ab)^2 = 2+\log(ab)^2$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z-1=0$ và $(\beta): 2x+4y-mz-2=0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

A. $m=1$. **B.** Không tồn tại m. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

Câu 11: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA'=h$ và diện tích của tam giác ABC bằng S. Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $V=\frac{1}{3}Sh$. **B.** $V=\frac{2}{3}Sh$. **C.** $V=Sh$. **D.** $V=2Sh$.

Câu 12: Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=|x|$. **B.** $y=\frac{x}{x+1}$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=\frac{x}{|x|+1}$.

Câu 13: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R, chiều cao bằng h. Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $h=\sqrt{2}R$. **B.** $h=2R$. **C.** $R=h$. **D.** $R=2h$.

Câu 14: Cho $k,\ n\ (k<n)$ là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $C_n^k=\frac{n!}{k!.(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=n!.C_n^k$. **C.** $A_n^k=k!.C_n^k$. **D.** $C_n^k=C_n^{n-k}$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

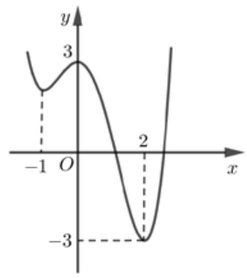
Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?

A. Nghịch biến trên khoảng $(-3;\,0)$.

B. Đồng biến trên khoảng $(0;\,2)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(-1;\,0)$.

D. Nghịch biến trên khoảng $(0;\,3)$.



Câu 16: Đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

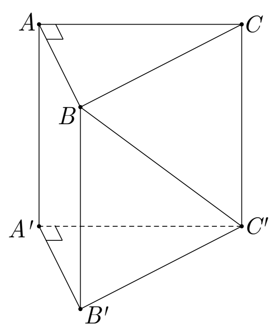
Câu 17: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Xác suất để phương trình $x^2+bx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;\,0;\,-1)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox có phương trình là

A. $x+z=0$. **B.** $y+z+1=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Câu 19: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=AA'=a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính tang của góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ABB'A')$.



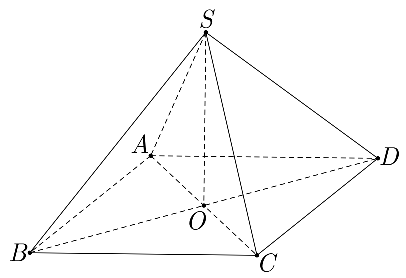
A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)=\log_3(2x+1)$. Giá trị của $f'(0)$ bằng

A. $\dfrac{2}{\ln 3}$. **B.** 2. **C.** $2\ln 3$. **D.** 0.

Câu 21: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, tâm O, $SO = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng



A. $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **B.** $\sqrt{3}a$.

C. $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a}{3}$.

Câu 22: Tích phân $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(0;\ 2)$. **B.** $(-2;\ 0)$. **C.** $(2;\ +\infty)$. **D.** $(-\infty;\ -2)$.

Câu 24: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + x + \dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[-3;\ -1]$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -4. **D.** -6.

Câu 25: Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Giá trị của $|z_1 - z_2|$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 3.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α), đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d?

A. $\Delta_3: \dfrac{x-5}{3} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-5}{1}$. **B.** $\Delta_1: \dfrac{x+2}{-3} = \dfrac{y+4}{2} = \dfrac{z+4}{-1}$.

C. $\Delta_2: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z-4}{3}$. **D.** $\Delta_4: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z}{1}$.

Câu 27: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2 = |z|^2 + \overline{z}$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-10;10)$ để hàm số $y = m^2x^4 - 2(4m-1)x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(1;\ +\infty)$?

A. 15. **B.** 7. **C.** 16. **D.** 6.

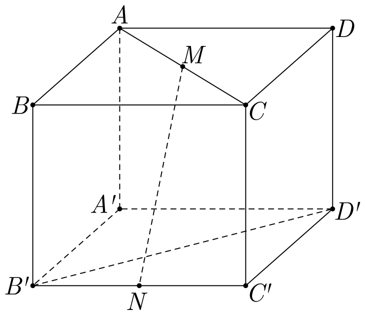
Câu 29: Cho khai triển $\left(3 - 2x + x^2\right)^9 = a_0x^{18} + a_1x^{17} + a_2x^{16} + \cdots + a_{18}$. Giá trị của a_{15} bằng

A. -804816. **B.** 218700. **C.** -174960. **D.** 489888.

Câu 30: Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16$, $\displaystyle\int_0^1 f(2x)dx = 2$. Tích phân $\displaystyle\int_0^2 xf'(x)dx$ bằng

A. 28. **B.** 30. **C.** 16. **D.** 36.

Câu 31: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và $B'C'$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ bằng



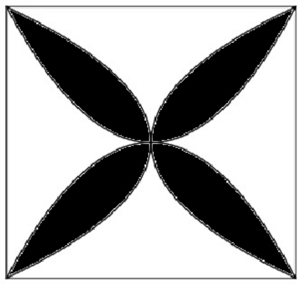
A. $\sqrt{5}a$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$.

C. $3a$. **D.** $\dfrac{a}{3}$.

Câu 32: Cho $(P): y = x^2$ và $A\left(-2; \dfrac{1}{2}\right)$. Gọi M là một điểm bất kì thuộc (P). Khoảng cách MA bé nhất là

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

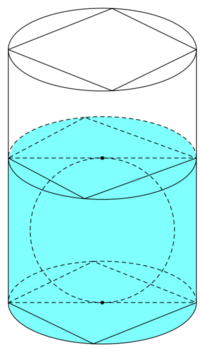
Câu 33: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh $40\,\text{cm}$. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm của viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên). Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng



A. $\dfrac{800}{3}\text{cm}^2$. **B.** $\dfrac{400}{3}\text{cm}^2$.

C. 250cm^2. **D.** 800cm^2.

Câu 34: Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn $4,5\,\text{cm}$ vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng $5,4\,\text{cm}$ và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng $4,5\,\text{cm}$. Bán kính của viên billiards đó bằng



A. $4,2\,\text{cm}$. **B.** $3,6\,\text{cm}$.

C. $2,6\,\text{cm}$. **D.** $2,7\,\text{cm}$.

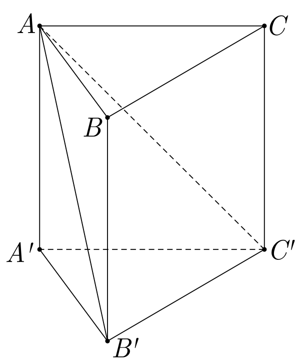
Câu 35: Biết rằng a là số thực dương để bất phương trình $a^x \ge 9x + 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a \in \left[10^4; +\infty\right)$. **B.** $a \in \left(10^3; 10^4\right]$. **C.** $a \in \left(0; 10^2\right]$. **D.** $a \in \left(10^2; 10^3\right]$.

Câu 36: Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a\ln\left(x^2 - x + 1\right) \ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a \in (6;7]$. **B.** $a \in (2;3]$. **C.** $a \in (-6;-5]$. **D.** $a \in (8;+\infty)$.

Câu 37: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60^0 (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối chóp $B'.ACC'A'$ bằng



A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{6}$.

C. $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 38: Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $\left|iz+\sqrt{2}-i\right|=1$ và $\left|z_1-z_2\right|=2$. Giá trị lớn nhất của $\left|z_1\right|+\left|z_2\right|$ bằng

A. 3. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 4.

Câu 39: Cho đồ thị $(C): y=x^3-3x^2$. Có bao nhiêu số nguyên $b\in(-10;10)$ để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0;b)$?

A. 17. **B.** 9. **C.** 2. **D.** 16.

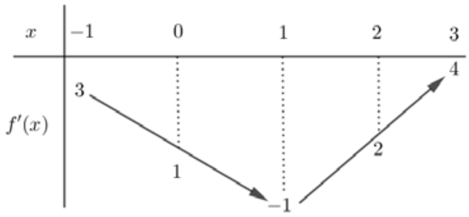
Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\left(f'(x)\right)^2+f(x).f''(x)=15x^4+12x, \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=f'(0)=1$. Giá trị của $f^2(1)$ bằng

A. 8. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** 10. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-z-3=0$ và điểm $M(1;1;1)$. Gọi A là điểm thuộc tia Oz, B là hình chiếu của A lên (α). Biết rằng tam giác MAB cân tại M. Diện tích của tam giác MAB bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{123}}{2}$. **B.** $6\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y=f\left(1-\dfrac{x}{2}\right)+x$ nghịch biến trên khoảng

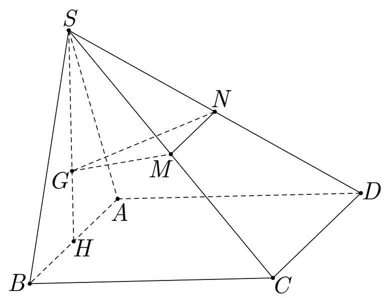


A. $(2;4)$. **B.** $(-4;-2)$.
C. $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(0)+f(1)=0$. Biết $\int_0^1 f^2(x)dx=\dfrac{1}{2}$, $\int_0^1 f'(x)\cos\pi x dx=\dfrac{\pi}{2}$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

A. $\dfrac{3\pi}{2}$. **B.** $\dfrac{2}{\pi}$. **C.** π. **D.** $\dfrac{1}{\pi}$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.



A. $\dfrac{2\sqrt{39}}{39}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{13}}{13}$.
C. $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{39}}{13}$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x^2-2x)$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 16. **B.** 17. **C.** 15. **D.** 18.

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của a để đồ thị hàm số $y=x^3+(a+10)x^2-x+1$ cắt trục hoành tại đúng một điểm?

A. 9. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 47: Giả sử a,b là các số thực sao cho $x^3+y^3=a.10^{3z}+b.10^{2z}$ đúng với mọi các số thực dương x,y,z thỏa mãn $\log(x+y)=z$ và $\log(x^2+y^2)=z+1$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. $-\dfrac{31}{2}$. **B.** $-\dfrac{25}{2}$. **C.** $\dfrac{31}{2}$. **D.** $\dfrac{29}{2}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(10;6;-2)$, $B(5;10;-9)$ và mặt phẳng $(\alpha):2x+2y+z-12=0$. Điểm M di động trên mặt phẳng (α) sao cho MA, MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn (ω) cố định. Hoành độ của tâm đường tròn (ω) bằng

A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** 2. **C.** 10. **D.** -4.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+y-2z-2=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{2}$ và điểm $A\left(\dfrac{1}{2};1;1\right)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α), song song với d đồng thời cách d một khoảng bằng 3. Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{21}}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 50: Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật $OMNP$ với $M(0;10), N(100;10)$ và $P(100;0)$. Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $A(x;y)$, $(x,y\in\mathbb{Z})$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của $OMNP$. Lấy ngẫu nhiên một điểm $A(x;y)\in S$. Xác suất để $x+y\le 90$ bằng

A. $\dfrac{845}{1111}$. **B.** $\dfrac{473}{500}$. **C.** $\dfrac{169}{200}$. **D.** $\dfrac{86}{101}$.

----------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN MÃ ĐỀ 485

1	**B**	11	**D**	21	**A**	31	**D**	41	**C**
2	**D**	12	**B**	22	**B**	32	**C**	42	**B**
3		13	**C**	23	**A**	33	**B**	43	**B**
4	**D**	14	**B**	24	**C**	34	**D**	44	**D**
5	**C**	15	**C**	25	**A**	35	**B**	45	**C**
6	**C**	16	**D**	26	**A**	36	**A**	46	**D**
7	**B**	17	**D**	27	**C**	37	**A**	47	**D**
8	**A**	18	**C**	28	**C**	38	**D**	48	**B**
9	**C**	19	**B**	29	**A**	39	**A**	49	**B**
10	**B**	20	**A**	30	**A**	40	**A**	50	**D**

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2018 – LẦN 1

TRƯỜNG THPT CHUYÊN - ĐẠI HỌC VINH

Câu 1: Đáp án B

Phương pháp: Sử dụng công thức nguyên hàm cơ bản: $\int \cos nxdx = \frac{1}{n}\sin nx + C$

Cách giải: Ta có: $\int f\left(x\right)dx = \int \cos 2xdx = \frac{1}{2}\sin 2x + C$

Câu 2: Đáp án D

Phương pháp:

+ Cho phương trình đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$. Khi đó ta biết đường thẳng Δ đi qua điểm $M\left(x_0; y_0\right)$ và có vVTCP $\vec{u} = \left(a;b;c\right)$.

+ Chú ý: Véc tơ là một VTCP của Δ thì $k\vec{u}\left(k \in \mathbb{Z}\right)$ cũng là một VTCP của Δ.

Cách giải:

Ta có VTCP của Δ là: $\vec{u} = \left(2;1;0\right) \Rightarrow \vec{n} = \left(-2;-1;0\right)$ cũng là một VTCP của Δ

Câu 3: Đáp án B

Phương pháp:

+ Số phức $z = a + bi\left(a, b \in \mathbb{Z}\right)$ được biểu diễn bởi điểm $M\left(a;b\right)$ trên mặt phẳng xOy.

+ Tọa độ trung điểm I của AB là: $\begin{cases} x_1 = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ x_2 = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$

Cách giải:

Dựa vào hình vẽ ta thấy: $A\left(-2;1\right), B\left(1;3\right) \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2};2\right) \Rightarrow z = -\frac{1}{2} + 2i$

Câu 4: Đáp án D

Phương pháp:

+ Giải phương trình tích: $f\left(x\right)g\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right) = 0 \\ g\left(x\right) = 0 \end{array}\right.$

+ Giải phương trình logarit: $\log_a f\left(x\right) = b \Leftrightarrow \begin{cases} f\left(x\right) > 0 \\ f\left(x\right) = a^b \end{cases}$

Cách giải:

Điều kiện: $x^2-2018>0\Leftrightarrow x^2>2018\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>\sqrt{2018}\\x<-\sqrt{2018}\end{array}\right.$

Ta có: $\ln\left(x^2+1\right)\ln\left(x^2-2018\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\ln\left(x^2+1\right)=0\\\ln\left(x^2-2018\right)=0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+1=1\\x^2-2018=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=0(l)\\x^2=2019(tm)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{2019}\\x=-\sqrt{2019}\end{array}\right.$ nên phương trình có 2 nghiệm.

Câu 5: Đáp án C

Phương pháp: Điểm $M(a;b;c)$ có hình chiếu trên trục Ox, Oy, Oz lần lượt là: $M_1(a;0;0), M_2(0;b;0)$ và $M_3(0;0;c)$.

Cách giải: Hình chiếu của M lên trục Oy là $Q(0;2;0)$

Câu 6: Đáp án C

Phương pháp:

+ Dựa vào bảng biến thiên để nhận xét.

+ Điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là nghiệm của phương trình $y'=0$.

+ Điểm $x=x_0$ là điểm cực đại của hàm số nếu qua điểm đó hàm số đổi dấu từ dương sang âm.

+ Điểm $x=x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số nếu qua điểm đó hàm số đổi âm từ dương sang dương.

Cách giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra đồ thị hàm số đạt cực đại tại $x=0$, đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 7: Đáp án B

Phương pháp: Quay hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x); y=g(x)$ và các đường thẳng $x=a; x=b\,(a<b)$ quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích được tính theo công thức: $V=\pi\int_a^b\left|f^2(x)-g^2(x)\right|dx$

Cách giải: Ta có $V=\pi\int_0^1\left(\sqrt{2x+1}\right)^2dx=\pi\int_0^1(2x+1)dx$

Câu 8: Đáp án A

Phương pháp:

+ Dựa vào đồ thị hàm số để đưa ra nhận xét và chọn hàm số hợp lý.

Cách giải: Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt, có 3 cực trị và nhận trục tung làm trục đối xứng nên đồ thị của hàm số là đồ thị của hàm trùng phương.

Câu 9: Đáp án C

Phương pháp:

+ Sử dụng các công thức cơ bản của hàm logarit.

Cách giải:

Ta có: $\log\left(10ab\right)^2 = 2\log\left(10ab\right) = 2\left(1+\log a+\log b\right) \Rightarrow$ đáp án A đúng.

$\log\left(10ab\right)^2 = 2\left(\log 10+\log\left(ab\right)\right) = 2+2\log\left(ab\right) \Rightarrow$ đáp án B đúng.

$\log\left(10ab\right)^2 = 2\left(\log 10+\log a+\log b\right) = 2\left(1+\log a+\log b\right) \Rightarrow$ đáp án C sai.

Câu 10: Đáp án B

Phương pháp:

Cho hai mặt phẳng: $\begin{cases}\left(\alpha\right): a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0\\ \left(\beta\right): a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0\end{cases}$. Khi đó $\left(\alpha\right)//\left(\beta\right) \Leftrightarrow \dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}=\dfrac{c_1}{c_2}\neq\dfrac{d_1}{d_2}$

Cách giải:

Để $\left(\alpha\right)//\left(\beta\right)$ thì $\dfrac{2}{1}=\dfrac{4}{2}=\dfrac{-m}{-1}\neq\dfrac{-2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases}m=2\\ m\neq 2\end{cases} \Rightarrow m\in\varnothing$

Câu 11: Đáp án D

Phương pháp:

+ Công thức tính thể tích hình hộp chữ nhật là: $V = S_d.h$

Cách giải:

Ta có: $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2S \Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = 2Sh$

Câu 12: Đáp án B

Phương pháp:

Dựa vào tính chất liên tục của hàm số.

Cách giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ không liên tục tại điểm $x=-1$.

Câu 13: Đáp án C

Phương pháp:

+ Công thức diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ là:

$S_{xq} = 2\pi Rl; S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$

Cách giải:

Ta có: $S_{tp} = 2S_{xq} \Leftrightarrow 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 4\pi Rh \Leftrightarrow R = h$

Câu 14: Đáp án B

Phương pháp:

+ Công thức chỉnh hợp: $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}(n \ge 1; 0 \le k \le n; n \in \mathbb{Z})$

+ Công thức tổ hợp: $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}(n \ge 1; 0 \le k \le n; n \in \mathbb{Z})$

Cách giải:

Ta có: $A_n^k = k!.C_n^k$ nên đáp án B sai.

Câu 15: Đáp án C

Phương pháp:

+ Dựa vào đồ thị hàm số nhận xét những đặc điểm của đồ thì và chọn kết luận đúng.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra đồ thị hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(2;+\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(0;2)$.

Câu 16: Đáp án D

Phương pháp:

+ Đường thẳng $x = a$ được gọi là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu: $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty$

+ Đường thẳng $y = b$ được gọi là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = b$

Cách giải:

TXĐ: $D = (-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{1}} = 1 \Rightarrow$ tiệm cận ngang $y = 1$.

Lại có $\lim\limits_{x \to -\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = \dfrac{1}{-\sqrt{1}} = -1 \Rightarrow$ tiệm cận ngang $y = -1$.

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ có tất cả 3 cận đứng và tiệm cận ngang.

Câu 17: Đáp án D

Phương pháp:

+ Phương trình $ax^2+bx+c=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta>0$

Cách giải:

Phương trình $x^2+bx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta=b^2-8>0$

Vì b là số chấm của con súc sắc nên $1\le b\le 6, b\in\mathbb{N}^* \Rightarrow b\in\{3;4;5;6\}$

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

Câu 18: Đáp án C

Phương pháp:

+ Phương trình đường thẳng đi điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có VTPT $\vec{n}=(a;b;c)$ có phương trình:

$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0.$

+ Hai vecto $\vec{u};\vec{v}$ cùng thuộc một mặt phẳng thì mặt phẳng đó có VTPT là: $\vec{n}=\left[\vec{u},\vec{v}\right]$

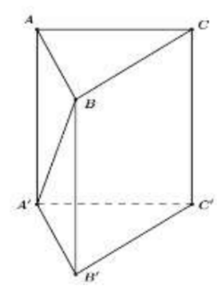
Cách giải:

Mặt phẳng (α) chưa điểm M và trục Ox nên nhận $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{OM};\overrightarrow{u_{Ox}}\right]$ là một VTPT.

Mà $\begin{cases}\overrightarrow{OM}=(1;0;-1)\\ \overrightarrow{u_{Ox}}=(1;0;0)\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{OM};\overrightarrow{u_{Ox}}\right]=\left(\begin{vmatrix}0&-1\\0&0\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-1&1\\0&1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1&0\\1&0\end{vmatrix}\right)=(0;-1;0)$

Kết hợp với (α) đi qua điểm $M(1;0;-1)\Rightarrow(\alpha):-y-(y-0)=0\Leftrightarrow y=0$

Câu 19: Đáp án B



Phương pháp:

+ Xác định góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ABB'A')$ sau đó dựa vào các tam giác vuông để tìm tan của góc đó.

Cách giải:

Ta có: $\begin{cases}C'A'\perp A'B'\\ C'A'\perp A'A\end{cases}\Rightarrow C'A'\perp(ABB'A')\Rightarrow(BC''(ABB'A'))=C'BA'$

$\Rightarrow \tan(BC';(ABB'A'))=\tan C'BA'=\frac{A'C'}{A'B}=\frac{a}{\sqrt{A'B'^2+BB'^2}}=\frac{a}{\sqrt{a^2+a^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 20: Đáp án A

+ Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm số: $(\log_a f(x))'=\frac{f'(x)}{f(x).\ln a}$.

Cách giải:

Ta có $f'(x)=\dfrac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 3}=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 3}\Rightarrow f'(0)=\dfrac{2}{\ln 3}$

Câu 21: Đáp án A

Phương pháp:

+ Tính khoảng cách từ O đến (SCD) sau đó sử dụng các công thức tính nhanh để tính.

Cách giải:

Xét tứ diện SOCD ta có: SO, OC, OD đôi một vuông góc với nhau

$\Rightarrow \dfrac{1}{d^2}=\dfrac{1}{SO^2}+\dfrac{1}{OC^2}+\dfrac{1}{OD^2}$ với $d(O;(SCD))$.

Có $BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{2.4a^2}=2a\sqrt{2}$

Cạnh $OC=OD=\dfrac{BD}{2}=a\sqrt{2}\Rightarrow \dfrac{1}{d^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{2a^2}+\dfrac{1}{2a^2}\Rightarrow d=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22: Đáp án B

Phương pháp:

+ Đổi biến và đổi cận để đơn giản biểu thức cần tính tích phân.

+ Sử dụng công thức tính tích phân của các hàm cơ bản để tính.

Cách giải:

Đặt $\sqrt{3x+1}=t\Rightarrow t^2=3x+1\Rightarrow 2tdt=3dx$

Đổi cận: $\begin{cases} x=0\Rightarrow t=1 \\ x=1\Rightarrow t=2 \end{cases}\Rightarrow \int_0^1 \dfrac{dx}{\sqrt{3x+1}}=\int_1^2 \dfrac{1}{t}.\dfrac{2t}{3}dt\int_1^2 \dfrac{2}{3}dt=\dfrac{2}{3}t\Big|_1^2=\dfrac{2}{3}$

Câu 23: Đáp án A

Phương pháp:

+ Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\ge 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

Cách giải:

Ta có: $y'=-2f'(x)>0\Leftrightarrow f'(x)<0\Leftrightarrow x^2-2x<0\Leftrightarrow 0<x<2$

Câu 24: Đáp án C

Phương pháp:

+ Giải phương trình $y'=0$ để tìm các nghiệm $x=x_i$

+ Ta tính các giá trị $y(a);y(x_i);y(b)$ và kết luận giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[a;b]$

Cách giải:

Hàm số đã xác định và liên tục trên $[-3;-1]$.

Ta có: $y' = 1 - \frac{4}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2\ (\in [-3;-1]) \\ x = 2\ (\notin [-3;-1]) \end{array}\right.$

Tính $y(-3) = -\frac{10}{3} l y(-1) = -4; y(-2) = -3 \Rightarrow \min\limits_{[-3;-1]} y = -4$

Câu 25: Đáp án A

Phương pháp:

+ Giải phương trình bậc hai ẩn z trên tập số phức.

+ Cho số phức $z = a + bi(a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Cách giải:

Ta có $z^2 - 8z + 25 = 0 \Leftrightarrow (z-4)^2 = -9 = 9i^2$

$\Leftrightarrow |z-4| = 3i \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 4 + 3i \\ z_2 = 4 - 3i \end{array}\right. \Rightarrow |z_1 - z_2| = |6i| = 6$

Câu 26: Đáp án A

Phương pháp:

Gọi đường thẳng cần tìm là d’

Gọi $A = d \cap (\alpha) \Rightarrow A \in d'$. Tìm tọa độ điểm A.

$\overrightarrow{n_{d'}} = \left[\overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right]$ là 1 VTCP của đường phẳng d’

Cách giải:

Gọi d’ là đường thẳng cần tìm, gọi $A = d \cap (\alpha) \Rightarrow A \in d'$

Ta có $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + t \end{cases} \Rightarrow A(t+1; 2t+2; t+3)$

Mà $A \in (\alpha) \Rightarrow (t+1) + (2t+2) - (t+3) - 2 = 0 \Rightarrow A(2;4;4)$

Lại có $\begin{cases} \overrightarrow{u_d} = (1;2;1) \\ \overrightarrow{n_{(\alpha)}} = (1;1;-1) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right] = (-3;2;-1)$ là một VTCP của d’

Kết hợp với d’ qua $A(2;4;4) \Rightarrow d: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-4}{-1} \Leftrightarrow \frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$

Câu 27: Đáp án C

Phương pháp:

Gọi $z = x + yi$, thay vào giải thiết và so sánh hai số phức $a + bi = a' + bi' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$

Cách giải:

Giả sử $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow\left(x+yi\right)^2=\left(x^2+y^2\right)+\left(x-yi\right)$

$$\Leftrightarrow x^2-y^2+2xyi=x^2+y^2+x-yi\Leftrightarrow\begin{cases}2xy=-y\\x^2-y^2=x^2+y^2+x\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}y=0\\x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\\2y^2+x=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=0\\x=0\end{cases}\\\begin{cases}x=-\dfrac{1}{2}\\2y^2-\dfrac{1}{2}=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y=0\\\begin{cases}x=-\dfrac{1}{2}\\y=\pm\dfrac{1}{2}\end{cases}\end{array}\right.$$

Do đó có 3 số phức z thỏa mãn bài toán.

Câu 28: Đáp án C

Phương pháp:

Để hàm số đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)\Rightarrow y'\ge 0\forall x\in\left(1;+\infty\right)$ và $y'=0$ tại hữu hạn điểm thuộc $\left(1;+\infty\right)$

Cách giải:

Ta có $y'=4m^2x^3-4\left(4m-1\right)x=4x\left(m^2x^2-4m+1\right)$

Để hàm số đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in\left(1;+\infty\right)\Leftrightarrow m^2x^2-4m+1\ge 0,\forall x\in\left(1;+\infty\right)\qquad(1)$

Rõ ràng $m=0$ thỏa mãn (1).

Với $m\ne 0$ thì

$$\left(1\right)\Leftrightarrow x^2\ge\frac{4m-1}{m^2}\forall x\in\left(1;+\infty\right)\Leftrightarrow\frac{4m-1}{m^2}\le 1\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 0\\m^2-4m+1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 0\\\left[\begin{array}{l}m\ge 2+\sqrt{3}\\m\le 2-\sqrt{3}\end{array}\right.\end{cases}$$

Kết hợp với $\begin{cases}m\in\left(-10;10\right)\\m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow m\in\left\{4;5;6;7;8;9;-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1\right\}$.

Vậy có 16 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 29: Đáp án A

Phương pháp:

Sử dụng khai triển nhị thức Newton $\left(a+b\right)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^ka^{n-k}b^k$

Hệ số a_{15} là hệ số của số hạng chứa x^3. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3.

Cách giải:

Ta có: $\left(3-2x+x^2\right)^9=\sum\limits_{k=0}^{9}C_9^k.3^{9-k}.\left(x^2-2x\right)^k$

Hệ số a_{15} thuộc số hạng $a_{15}x^3$ nên với $k \ge 4$ thì sẽ không thỏa mãn.

Với $k = 2 \Rightarrow C_9^k.3^{9-k}.\left(x^2 - 2x\right)^k = 78732\left(x^2 - 2x\right)^2 = 78732\left(x^4 - 4x^3 + 4x^2\right)$

Với $k = 3 \Rightarrow C_9^k.3^{9-k}.\left(x^2 - 2k\right)^k = 61236\left(x^2 - 2x\right)^3 = 61236\left(x^6 - 3x^4.2x + 3x^2.(2x)^2 - 8x^3\right)$

Do đó $a_{15} = 78732.(-4) + 61236.(-8) = -804816$

Câu 30: Đáp án A

Phương pháp:

+ Đặt ẩn phụ $t = 2x$ tính $\int_0^2 f(x)dx$

+ Sử dụng phương pháp tích phân từng phần tính $\int_0^2 x.f'(x)dx$.

Cách giải:

Xét $\int_0^1 f(2x) = 2,$ đặt $2x = t \Leftrightarrow 2dx = dt \Leftrightarrow dx = \dfrac{dt}{2}.$ Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow 2 = \dfrac{1}{2}\int_0^2 f(t)dt \Rightarrow \int_0^2 f(x)dx = 4$

Đặt

$\begin{cases} u = x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases} \Rightarrow \int_0^2 x.f(x)dx = x.f(x)\Big|_0^2 - \int_0^2 f(x)dx = 2f(2) - 4 = 2.16 - 4 = 28$

Câu 31: Đáp án

Phương pháp:

Cách 1: Gắn hệ trục tọa độ Oxyz sao cho $A'(0;0;0),\ B'(1;0;0); D'(0;1;0);\ A(0;0;1)$. Xác định tọa độ các điểm M, N.

Sử dụng công thức tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

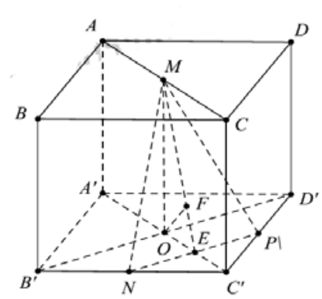
$$d(MN; B'D') = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{B'D'}; \overrightarrow{MN}\right].\overrightarrow{NB'}\right|}{\left|\overrightarrow{B'D'}; \overrightarrow{MN}\right|}$$

Cách 2: Xác định mặt phẳng (P) chứa B’D’ và song song với MN, khi đó $d(MN; B'D') = d(B'D'; (P)) = d(O; (P))$ (với O là trung điểm của B'D').

Cách giải:

Cách 1: Chọn hệ trục tọa độ với $A'(0;0;0)$

$B'(1;0;0); D'(0;1;0); A(0;0;1),\ C(1;1;1);\ C'(1;1;0);$
$B(1;0;1); D(0;1;1)$



Ta có: $M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};1\right); N\left(1;\frac{1}{2};0\right)$

Khi đó $\overrightarrow{B'D'}=(-1;1;0); \overrightarrow{MN}=\left(\frac{1}{2};0;-1\right)$

Suy ra $\left[\overrightarrow{B'D'};\overrightarrow{MN}\right]=\left(-1;-1;\frac{-1}{2}\right)$

$\overrightarrow{NB'}=\left(0;\frac{1}{2};0\right)\Rightarrow\left[\overrightarrow{B'D'};\overrightarrow{MN}\right].\overrightarrow{NB'}=-\frac{1}{2}\Rightarrow d(MN;B'D')=\frac{\left|\left[\overrightarrow{B'D'};\overrightarrow{MN}\right].\overrightarrow{NB'}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{B'D'};\overrightarrow{MN}\right]\right|}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{1}{3}$

Cách 2: Gọi P là trung điểm của C' D' suy ra $d=d(O;(MNP))$

Dựng $OE\perp NP; OF\perp ME\Rightarrow d=OF=\frac{MO.OE}{\sqrt{MO^2+OE^2}}$ trong đó $MO=a; OE=\frac{a\sqrt{2}}{4}\Rightarrow d=\frac{a}{3}$

Câu 32: Đáp án C

Phương pháp:

Gọi $M(a;a^2)(P)$, tính MA^2 theo a và tìm GTNN của MA^2

Cách giải:

Gọi $M(a;a^2)\Rightarrow MA^2=(a+2)^2+\left(a^2-\frac{1}{2}\right)^2=f(a)$

Khi đó $f'(a)=2(a+2)+2\left(a^2-\frac{1}{2}\right).2a=4a^3+4=0\Leftrightarrow a=-1$

Lại có: $\lim\limits_{x\to\infty} f(a)=+\infty\Rightarrow \underset{\mathbb{R}}{\text{Min}}\, f(a)=f(-1)=\frac{5}{4}\Rightarrow MA_{min}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

Câu 33: Đáp án B

Phương pháp:

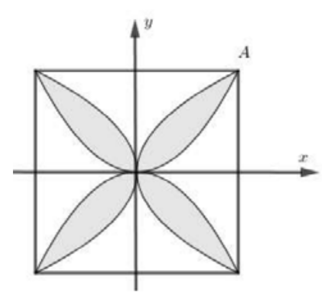
+ Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho tâm O trùng với tâm của viên gạch hình vuông. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông.

+ Tính diện tích của một cánh hoa ở góc phần tư thứ nhất. Xác định các phương trình parabol tạo nên cánh hoa đó.

+ Sử dụng công thức ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng.

Cách giải:

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Với $A(\ 20;20)$, xét hình phẳng ở góc phân tư thứ nhất.

Hai Parabol có phương trình lần lượt là: $y=a\,x^2\,(P_1)$ và $x=ay^2\,(P_2)$

Do Parabol $\left(P_1\right)$ qua điểm $A\left(20;20\right) \Rightarrow a = \frac{20}{20^2} = \frac{1}{20} \Rightarrow y = \frac{x^2}{20}$

Do Parabol $\left(P_2\right)$ qua điểm $A\left(20;20\right)$

$\Rightarrow a = \frac{20}{20^2} = \frac{1}{20} \Rightarrow y = \frac{y^2}{20} \Leftrightarrow y = \sqrt{20x}$

$S = \int_0^{20}\left(\sqrt{20x} - \frac{x^2}{20}\right)dx = \left(\frac{2}{3}\sqrt{20x^3} - \frac{x^3}{60}\right)\Bigg|_0^{20} = \frac{400}{3}$

Câu 34: Đáp án D

Phương pháp:

+ Tính thể tích của mực nước ban đầu V_1

+ Gọi R là bán kính của viên billiards hình cầu, tính thể tích khối cầu V_2

+ Tính thể tích mực nước lúc sau V

+ Từ giả thiết ta có phương trình $V = V_1 + V_2$, tìm R.

Cách giải:

Thể tích mực nước ban đầu là: $V_1 = \pi r_1^2 h_1 = \pi.5,4^2.4,5$

Gọi R là bán kính của viên bi ta có sau khi thả viên bi vào cốc, chiều cao của mực nước bằng 2R, do đó tổng thể tích của nước và bi sau khi thả viên bi vào trong cốc là:

$V = \pi r_1^2.\left(2R\right) = \pi.5,4^2.2R$

Thể tích của quả cầu là: $V_{(C)} = \frac{4}{3}\pi R^3$

Ta có: $V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow 5,4^2.4,5 + \frac{4}{3}R^3 = 5,4^2.2R$

Giải phương trình trên với điều kiện $R < 4,5 \Rightarrow R = 2,7cm$

Câu 35: Đáp án B

Phương pháp:

Chuyển vế, đưa phương trình về dạng $f\left(x\right) \ge 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \min\limits_{\mathbb{R}} f\left(x\right) \ge 0$

Cách giải:

Xét hàm số $f\left(x\right) = a^x - 9x - 1\left(x \in \mathbb{R}\right)$

Ta có: $f\left(0\right) = 0; f'\left(x\right) = a^x \ln a - 9$

Để $f\left(x\right) \ge 0\left(\forall x \in \mathbb{R}\right)$ thì $\operatorname{Min}\limits_{\mathbb{R}} f\left(x\right) = 0 = f\left(0\right) \Rightarrow f\left(x\right)$ là hàm đồng biến trên $\left[0;+\infty\right)$ và nghịch biến trên $\left(-\infty;0\right]$ suy ra $f'\left(0\right) = 0 \Leftrightarrow a^0 \ln a = 9 \Leftrightarrow a = e^9 \approx 8103$. Vậy $a \in \left(10^3;10^4\right]$.

Câu 36: Đáp án A

Phương pháp:

Đặt $t = x^2 - x + 1$, tìm khoảng giá trị của t.

Xét bất phương trình $f(t) \ge 0$ trên khoảng vừa tìm được $\Leftrightarrow M(t) \ge 0$

Cách giải:

Đặt $t = x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \ge \frac{3}{4}$

Khi đó BPT trở thành $f(t) = t + 1 + a\ln t \ge 0 \left(t \in \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)\right)$

Ta có: $f'(t) = 1 + \frac{a}{t} = 0 \Leftrightarrow t = -a$

Mặt khác $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = +\infty; f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{7}{4} + a\ln\frac{3}{4}$

Với $a > 0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$

$\Rightarrow f(t) \ge 0 \left(\forall t \in \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)\right) \Leftrightarrow \underset{\left[\frac{3}{4}; +\infty\right)}{\text{Min}} f(t) = \frac{7}{4} + a\ln\frac{3}{4} \ge 0$

$\Leftrightarrow a\ln\frac{3}{4} \ge \frac{-7}{4} \Leftrightarrow a \le \dfrac{\frac{-7}{4}}{\ln\frac{3}{4}} \approx 6,08.$ Vì đề bài yêu cầu tìm số thực lớn nhất nên suy ra $a \in (6;7]$.

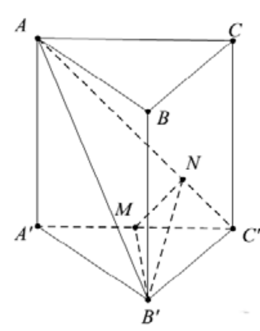
Câu 37: Đáp án A

Phương pháp:

$V_{B'.ACC'A'} = V - V_{B'.BAC} = \frac{2}{3}V$, với V là thể tích khối lăng trụ.

Tính thể tích khối lăng trụ.

Cách giải:



Dựng $B'M \perp A'C' \Rightarrow B'M \perp (ACC'A')$

Dựng $MN \perp AC' \Rightarrow AC' \perp (MNB')$

Khi đó $((AB'C');(AC'A')) = MNB' = 60^\circ$

Ta có: $B'M = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow MN = \frac{B'M}{\tan MNB'} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$

Mặt khác $\tan AC'A' = \frac{MN}{C'N} = \frac{AA'}{A'C'}$

Trong đó $MN = \frac{a\sqrt{6}}{6}; MC' = \frac{a\sqrt{2}}{3} \Rightarrow C'N = \sqrt{C'M^2 - MN^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Suy ra $AA'=a$

Thể tích lăng trụ $V=\frac{AB^2}{2}.AA\frac{a^3}{2}\Rightarrow V_{B'.ACC'A'}=V-V_{B'.BAC}=V-\frac{V}{3}=\frac{2}{3}V=\frac{a^3}{3}$

Câu 38: Đáp án D

Phương pháp:

+ Từ giả thiết $\left|iz+\sqrt{2}-i\right|=1$, tìm ra đường biểu diễn (C) của các số phức z.

+ Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của $z_1;z_2\Rightarrow\left|z_1-z_2\right|=AB\Rightarrow$ vị trí của AB đối với đường tròn (C).

$\Rightarrow\left|z_1\right|+\left|z_2\right|=OA+OB$

+ Sử dụng công thức trung tuyến tính OA^2+OB^2

+ Sử dụng BĐT Bunhiascopsky tìm GTLN của $OA+OB$

Cách giải:

Ta có: $\left|iz+\sqrt{2}-i\right|=1\Leftrightarrow\left|i(x+yi)+\sqrt{2}-i\right|=1$ với ($z=x+yi\left(x;y\in\mathbb{R}\right)$)

$\Leftrightarrow(x-1)^2+\left(y-\sqrt{2}\right)^2=1\Rightarrow M(x;y)$ biểu diễn z thuộc đường tròn tâm $I\left(1;\sqrt{2}\right)$ bán kính $R=1$.

Lại có: $\left|z_1\right|+\left|z_2\right|=OA+OB$

Mặt khác theo công thức trung tuyến ta có: $OI^2=\frac{OA^2+OB^2}{2}-\frac{AB^2}{4}\Rightarrow OA^2+OB^2=8$

Theo BĐT Bunhiascopsky ta có: $2\left(OA^2+OB^2\right)\ge(OA+OB)^2\Rightarrow OA+OB\le 4$

Câu 39: Đáp án

Phương pháp:

+ Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_0: y-y'(x_0)(x-x_0)+y_0$

+ Thay tọa độ điểm B vào phương trình tiếp tuyến, suy ra phương trình có dạng $b=f(x_0)$ tìm điều kiện của b để phương trình đó có nghiệm duy nhất.

+ Phương trình $b=f(x_0)$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi đường thẳng $y=b$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x_0)$ tại một điểm duy nhất. Lập BBT của đồ thị hàm số $y=f(x_0)$ và kết luận.

Cách giải:

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M\left(x_0;x_0^3-3x_0^2\right)$ có dạng:

$y=\left(3x_0^2-6x_0\right)(x-x_0)+x_0^3-3x_0^2$

Do tiếp tuyến đi qua điểm $(0;b) \Rightarrow b = \left(3x_0^2 - 6x_0\right)\left(-x_0\right) + x_0^3 - 3x_0^2 = -2x_0^3 + 3x_0^2$

Để có đúng một tiếp của (C) đi qua $B(0;b)$ thì phương trình $b = -2x_0^3 + 3x_0^2$ có duy nhất một nghiệm.

Xét hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 \Rightarrow y' = -6x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = 1 \Rightarrow y = 1 \end{array}\right.$

BBT:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào BBT của đồ thị hàm số suy ra PT có 1 nghiệm khi $\left[\begin{array}{l} b > 1 \\ b < 0 \end{array}\right.$

Với $b \in (-10;10) \Rightarrow b \in \{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;2;3;4;5;6;7;8;9\} \Rightarrow$ có 17 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bào toán.

Câu 40: Đáp án A

Phương pháp:

+ Nhận xét $VT = \left[f(x).f'(x)\right]'$

+ Lấy nguyên hàm hai vế hai lần.

Cách giải:

Ta có: $\left[f(x).f'(x)\right]' = \left[f'(x)\right]^2 + f(x).f''(x) = 15x^4 + 12x$

Nguyên hàm 2 vế ta được $f(x).f'(x) = 3x^5 + 6x^2 + C$

Do $f(0) = f'(0) = 1 \Rightarrow C = 1$

Tiếp tục nguyên hàm 2 vế ta được: $\int f(x)df(x) = \int\left(3x^5 + 6x^2 + 1\right)dx$

$$\Rightarrow \frac{f^2(x)}{2} = \frac{3x^6}{6} + \frac{6x^3}{3} + x + D = \frac{1}{2}x^6 + 2x^3 + x + D$$

Do $f(0) = 1 \Rightarrow D = \frac{1}{2} \Rightarrow f^2(x) = \frac{1}{2}x^6 + 2x^3 + x + \frac{1}{2} \Rightarrow f^2(1) = 4$

Câu 41: Đáp án C

Phương pháp:

+ Gọi $A(0;0;a), (a > 0)$ viết phương trình đường thẳng AB đi qua A và vuông góc với (α)

+ $B = AB \cap (\alpha)$ tìm tọa độ điểm B theo a.

+ Tam giác MAB cân tại $M \Rightarrow MA = MB$, tìm a.

+ Sử dụng công thức tính diện tích $S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}\right]\right|$

Cách giải:

Gọi $A(0;0;a)(a>0)$, vì $AB \perp mp(\alpha) \Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $(AB):\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = a - t \end{cases}$

Mà $B = AB \cap (\alpha) \Rightarrow B(t;0;a-t)$ và $B \in mp(\alpha) \Rightarrow t = (a-t) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{a+3}{2}$

Khi đó $B\left(\frac{a+3}{2};0;\frac{a-3}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (1;1;;1-a) \\ \overrightarrow{BM} = \left(-\frac{a+1}{2};1;\frac{5-a}{2}\right) \end{cases}$

$AM = BM \Leftrightarrow AM^2 = BM^2 \Leftrightarrow 2 + (1-a)^2 = 1 + \frac{(a+1)^2 + (5-a)^2}{4}$

$\Leftrightarrow a^2 - 2a + 2 = \frac{2a^2 - 8a + 26}{4}$

$\Leftrightarrow 2a^2 = 18 \Leftrightarrow a^2 = 9 \Leftrightarrow a = 3(a>0)$

$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (1;1;-2) \\ \overrightarrow{BM} = (-2;1;1) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BM}\right] = (3;3;3)$

Vậy diện tích tam giác MAB là $S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}\right| = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

Câu 42: Đáp án B

Phương pháp:

Tính $g'(x)$, giải bất phương trình $g'(x) < 0$

Cách giải:

Ta có $g(x) = f\left(1-\frac{x}{2}\right) + x \Rightarrow g'(x) = -\frac{1}{2}.f'\left(1-\frac{x}{2}\right) + 1; \forall x \in \mathbb{R}$

Xét bất phương trình $g'(x) < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}.f'\left(1-\frac{x}{2}\right) + 1 < 0 \Leftrightarrow f'\left(1-\frac{x}{2}\right) > 2 \quad (*)$

Thử lần lượt từng đáp án

Đáp án A: $x \in (2;4) \Leftrightarrow 1 - \frac{x}{2} \in (-1;0) \Rightarrow f'\left(1-\frac{x}{2}\right) > 1 \Rightarrow$ đáp án A sai

Đáp án B: $x \in (-4;-2) \Leftrightarrow 1 - \frac{x}{2} \in (2;3) \Rightarrow f'\left(1-\frac{x}{2}\right) > 2 \Rightarrow$ B đúng.

Đáp án C: $x\in(-2;0)\Leftrightarrow 1-\frac{x}{2}\in(1;2)\Rightarrow -1<f'\left(1-\frac{x}{2}\right)<2\Rightarrow$ C sai

Đáp án D: $x\in(0;2)\Leftrightarrow 1-\frac{x}{2}\in(0;1)\Rightarrow -1<f'\left(1-\frac{x}{2}\right)<1\Rightarrow$ D sai.

Câu 43: Đáp án B

Phương pháp:

+ Sử dụng phương pháp từng phần đối với tích phân $\int_0^1 f'(x).\cos\pi x dx$.

+ Sử dụng kết quả $\int_0^1\left[f(x)+k.\sin\pi x\right]^2dx=0$ tính $f(x)$

+ Lấy tích phân từ 0 đến 1 cả 2 vế tính $\int_0^1 f(x)dx$

Cách giải:

Đặt $\begin{cases}u=\cos\pi x\\ dv=f'(x)dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=-\pi\sin\pi x dx\\ v=f(x)\end{cases}$

Ta có $\int_0^1 f'(x).\cos\pi x dx=f(x).\cos\pi x\Big|_0^1+\pi\int_0^1 f(x).\sin\pi x dx$

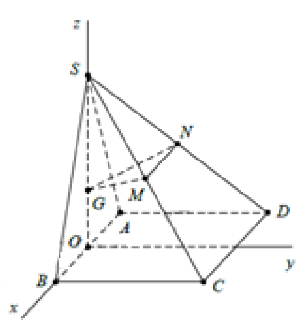
$=-\left[f(1)+f(0)\right]+\pi\int_0^1 f(x).\sin\pi x dx=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\int_0^1 f(x).\sin\pi dx=\frac{1}{2}$

Xét $\int_0^1\left[f(x)+k.\sin\pi x\right]^2dx=0\Leftrightarrow\int_0^1 f^2(x)dx+2k.\int_0^1 f(x).\sin\pi x dx+k^2.\int_0^1\sin^2(\pi x)dx=0$

$\Leftrightarrow\frac{1}{2}k^2+2k.\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=0\Leftrightarrow(k+1)^2=0\Leftrightarrow k=-1$. Suy ra $\int_0^1\left[f(x)-\sin\pi x\right]^2dx=0$

Vậy $f(x)=\sin\pi x\Rightarrow\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\sin\pi x dx=-\frac{\cos\pi x}{x}\Big|_0^1=\frac{1}{\pi}+\frac{1}{\pi}=\frac{2}{\pi}$

Câu 44: Đáp án D



Phương pháp:

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Gắn hệ tọa độ Oxyz, với $H(0;0;0), S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right), A\left(-\frac{1}{2};0;0\right); B\left(\frac{1}{2};0;0\right); C\left(\frac{1}{2};1;0\right), D\left(-\frac{1}{2};1;0\right)$

Gọi $\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}$ lần lượt là VTPT của mặt phẳng $(GMN);(ABCD) \Rightarrow \cos((GMN);(ABCD)) = \frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|.|\overrightarrow{n_2}|}$

Cách giải:

Gọi H là trung điểm của AB.Vì $(SAD) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Gắn hệ tọa độ Oxyz, với

$H(0;0;0), S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right), A\left(-\frac{1}{2};0;0\right); B\left(\frac{1}{2};0;0\right); C\left(\frac{1}{2};1;0\right), D\left(-\frac{1}{2};1;0\right)$

Khi đó $G\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{6}\right), M\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{4}\right), N\left(-\frac{1}{4};\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{GM} = \left(\frac{1}{4};\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{12}\right); \overrightarrow{MN} = \left(-\frac{1}{2};0;0\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{n_1} = \vec{n}_{(GMN)} = \left[\overrightarrow{GM};\overrightarrow{MN}\right] = \left(0;-\frac{\sqrt{3}}{24};\frac{1}{4}\right)$

Và mặt phẳng $(ABCD)$ có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2} = \vec{n}_{(ABCD)} = \vec{k} = (0;0;1)$

Vậy cosin góc giữa hai mặt phẳng $(GMN),(ABCD)$ $\cos\alpha = \frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|.|\overrightarrow{n_2}|} = \frac{2\sqrt{39}}{13}$

Câu 45: Đáp án C

Phương pháp:

Đặt $g(x) = f(x^2 = 8x + m)$, tính $g'(x)$ và giải phương trình $g'(x) = 0$, tìm điều kiện để phương trình có 5 nghiệm phân biệt và qua các nghiệm đó $g'(x)$ đổi dấu.

Cách giải:

Ta có $g'(x) = (2x-8)f'(x^2-8x+m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ f'(x^2-8x+m) = 0 \quad (*) \end{array}\right. (I).$

Mà $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x) = (x-1)^2.x(x-2); \forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra $(*) \Leftrightarrow \left(x^2-8x+m-1\right)^2\left(x^2-8x+m\right)\left(x^2-8x+m-2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2-8x+m-1=0 & (1) \\ x^2-8x+m=0 & (2) \\ x^2-8x+m-2=0 & (3) \end{array}\right.$

Qua các nghiệm của phương trình (1) (nếu có) thì $g'(x)$ đều không đổi dấu. Do đó ta không xét phương trình (1).

Để hàm số đã cho có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình (2); (3) có 2 nghiệm phân biệt khác 4.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16-m>0 \\ 16-m+2>0 \\ -16+m\neq 0 \\ -18+m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m<16$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z}^* \Rightarrow$ có 15 giá trị m cần tìm.

Câu 46: Đáp án D

Phương pháp:

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3+(a+10)x^2-x+1=0$, cô lập a, đưa phương trình về dạng $a=f(x)$, phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ đường thẳng y = a cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại một điểm duy nhất, lập BBT và kết luận.

Cách giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và OX là $x^3+(a+10)x^2-x+1=0 \quad (*)$

Dễ thấy $x=0$ không là nghiệm của phương trình (*). Khi đó $(*) \Leftrightarrow -a-10=\dfrac{x^3-x+1}{x^2}$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x^3-x+1}{x^2}=x-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}$, có $f'(x)=\dfrac{x^3+x-2}{x^3}=0 \Leftrightarrow x=1$

Tính $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty; \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty; \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=-\infty; \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty; f(1)=1.$

BBT:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-	||	-	0	+	
y	$+\infty$ ↘	$-\infty$	||	$+\infty$ ↘	1	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f(x)=-a-10$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow -a-10<1 \Leftrightarrow a>-11$

Câu 47: Đáp án D

Phương pháp:

$$\begin{cases}\log(x+y)=z\\ \log(x^2+y^2)=z+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=10^z\\ x^2+y^2=10^{z+1}=10.10^z\end{cases}\Rightarrow x^2+y^2=10(x+y)$$

Thay $10^z=x+y$ vào $x^3+y^3=a.10^{3x}+b.10^{2x}$, biến đổi, thế và đồng nhất hệ số.

Cách giải:

Ta có $\begin{cases}\log(x+y)=z\\ \log(x^2+y^2)=z+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=10^z\\ x^2+y^2=10^{z+1}=10.10^z\end{cases}\Rightarrow x^2+y^2=10(x+y)$

Khi đó $x^3+y^3=a.10^{3z}+b.10^{2z}\Leftrightarrow(x+y)(x^2-xy+y^2)=a.(10^z)^3+b.(10^z)^2$

$\Leftrightarrow(x+y)(x^2-xy+y^2)=a.(x+y)^3+b.(x+y)^2\Leftrightarrow x^2-xy+y^2=a.(x+y)^2+b.(x+y)$

$\Leftrightarrow x^2-xy+y^2=a.(x^2+2xy+y^2)+\frac{b}{10}.(x^2+y^2)\Leftrightarrow x^2+y^2-xy=\left(a+\frac{b}{10}\right).(x^2+y^2)+2a.xy$

Đồng nhất hệ số, ta được $\begin{cases}a+\frac{b}{10}=1\\ 2a=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-\frac{1}{2}\\ b=15\end{cases}$. Vậy $a+b=\frac{29}{2}$

Câu 48: Đáp án B

Phương pháp:

+ Gọi $M(x;y;z)\Rightarrow$ tọa độ các véc tơ $\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BM}$

+ Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, B lên (α), có $AMH=BMK$

+ Tính sin các góc $AMH;BMHK$ và suy ra đẳng thức. Tìm quỹ tích điểm M là một đường tròn.

+ Tính tâm của đường tròn quỹ tích đó.

Cách giải:

Gọi $M(x;y;z)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(x-10;y-6;z+2);\overrightarrow{BM}=(x-5;y-10;z+9)$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, B lên (α), có $AMH=BMK$

$$AH=d(A;(P))=\frac{|2.10+2.6-2-12|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=6;BK=d(B;(P))=\frac{|2.5+2.10-9-12|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}$$

Khi đó $\begin{cases}\sin AMH=\frac{AH}{MA}\\ \sin BMK=\frac{BK}{MB}\end{cases}\Rightarrow\frac{AH}{MA}=\frac{BK}{MB}\Rightarrow MA=2MB\Leftrightarrow MA^2=4MB^2$

Suy ra $(x-10)^2+(y-6)^2+(z+2)^2=4\left[(x-5)^2+(y-10)^2+(z+9)^2\right]$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-\frac{20}{3}x-\frac{68}{3}y+\frac{68}{3}z+228=0 \Leftrightarrow (S):\left(x-\frac{10}{3}\right)^2+\left(y-\frac{34}{3}\right)^2+\left(z+\frac{34}{3}\right)^2=40$ có tâm $I\left(\frac{10}{3};\frac{34}{3};\frac{-34}{3}\right)$

Vậy $M\in(C)$ là giao tuyến của (α) và $(S)\Rightarrow$ Tâm K của (C) là hình chiếu của $I\left(\frac{10}{3};\frac{34}{3};\frac{-34}{3}\right)$ trên mặt phẳng (α).

Phương trình đương thẳng đi qua I và vuông góc với (α) có dạng $\begin{cases} x=\frac{10}{3}+2t \\ y=\frac{34}{3}+2t \\ z=-\frac{34}{3}+t \end{cases}$

$\Rightarrow K\left(\frac{10}{3}+2t;\frac{34}{3}+2t'-\frac{34}{3}+t\right), K\in(\alpha)\Rightarrow 2\left(\frac{10}{3}+2t\right)+2\left(\frac{34}{3}+2t\right)+\left(-\frac{34}{3}+t\right)-12=0$

$\Leftrightarrow 9t+6=0 \Leftrightarrow t=-\frac{2}{3}\Rightarrow K(2;10;-12)\Rightarrow x_K=2$

Câu 49: Đáp án B

Phương pháp:

+ Kiểm tra $d\subset(\alpha)$

+ Gọi $B=\Delta\cap(Oxy)\Rightarrow B(a;b;0)\Rightarrow B\in(\alpha)$, thay tọa độ điểm B vào phương trình $(\alpha)\Rightarrow 1$ phương trình 2 ẩn a, b.

+ $d//\Delta\Rightarrow d((d);(\Delta))=d(B;(d))=3$. Sử dụng công thức tính khoảng cách $d(B;(d))=\frac{\left|\left[\overrightarrow{BM};\overrightarrow{u_d}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|}$, lập được 1 phương trình 2 ẩn chứa a, b.

+ Giải hệ phương trình tìm a, b => Toạn độ điểm B => Độ dài AB.

Dế thấy $d\perp(\alpha)$ và $(-1;-2;-3)\in(\alpha)\Rightarrow d\subset(\alpha)$

Ta có $B=\Delta\cap(Oxy)\Rightarrow B(a;b;0)$ mà $B\in\Delta\subset(\alpha)\Rightarrow 2a+b-2=0\Rightarrow b=2-2a$

Lại có $d//\Delta\Rightarrow d((d);(\Delta))=d(B;(d))=3$. Đường thẳng d đi qua $M(0;0;-1)$, có $\overrightarrow{u_d}=(1;2;2)$

$\overrightarrow{BM}=(-a;-b;-1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{BM};\vec{u}\right]=(-2b+2;-1+2a;-2a+b)$

Do đó

$$d\left(B;(d)\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{BM};\overrightarrow{u_d}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|}=\frac{\sqrt{(2b-2)^2+(1-2a)^2+(2a-b)^2}}{3}=3$$

$$\Leftrightarrow (2b-2)^2+(1-2a)^2+(2a-b)^2=81 \Leftrightarrow (2-4a)^2+(1-2a)^2+(4a-2)^2=81$$

$$\Leftrightarrow (1-2a)^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1-2a=3\\1-2a=-3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=-1\\a=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=-1\\b=4\end{cases}\Rightarrow B(-1;4;0)\\\begin{cases}a=2\\b=-2\end{cases}\Rightarrow B(2;-2;0)\end{array}\right.$$

Vậy $AB=\frac{7}{2}$

Câu 50: Đáp án

Phương pháp:

Điểm A $(x;y)$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của OMNP $\Rightarrow 0\le x\le 100; 0\le y\le 10$, tính số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)$

Gọi X là biến cố: "Các điểm A $(x;y)$ thỏa mãn $x+y\le 90$". Tính số phần tử của biến cố X $n(X)$.

Tính xác suất của biến cố X: $P(X)=\frac{n(X)}{n(\Omega)}$

Cách giải:

Điểm A $(x;y)$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của OMNP $\Rightarrow 0\le x\le 100;\ 0\le y\le 10$

Có 101 cách chọn x, 11 cách chọn y. Do đó số phần tử của không gian mẫu tập hợp các điểm có tọa độ

nguyên nằm trên hình chữ nhật OMNP là $n(\Omega)=101 \text{ x } 11$.

Gọi X là biến cố: "Các điểm A $(x;y)$ thỏa mãn $x+y\le 90$".

$$\text{Vì } x\in[0;100]; y\in[0;10] \text{ và } x+y\le 90 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}y=0\to x=\{0;1;2;...;90\}\\ \text{...........}\\ y=1\to x=\{0;1;2;...;89\}\end{array}\right.$$

Khi đó có $91+90+...+81=\frac{(81+91).11}{2}=946$ cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Vậy xác suất cần tính là $P=\frac{n(X)}{n(\Omega)}=\frac{946}{101 \text{ x } 11}=\frac{86}{101}$