

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $A = \left( \frac{\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}+8}{x\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{x^2-x\sqrt{x}+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ .

1. Rút gọn biểu thức  $A$ .
2. Tính giá trị của  $A$  khi  $x = 15 - 6\sqrt{6}$ .
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Cho hàm số  $y = (3m-1)x + 2m$ , đồ thị hàm số là đường thẳng ( $d$ ).

1. Tìm điều kiện của  $m$  để hàm số đã cho đồng biến.
2. Tìm  $m$  để đường thẳng ( $d$ ) cắt đường thẳng  $y = 4x - 3$  tại điểm có hoành độ bằng 2.
3. Tìm các giá trị  $m$  để đường thẳng ( $d$ ) tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

**Bài 3. (2,0 điểm).**

1. Tìm điều kiện xác định của biểu thức  $P = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 5x + 6}} + \sqrt{100 - x^2} + \sqrt{x - 4}$ .

2. Tính giá trị biểu thức  $Q = 4 \cdot \frac{\sin^3 65^\circ}{\cos^3 35^\circ} + 2 \sin^2 50^\circ - (1999 - 2 \sin^2 40^\circ)$ .

3. Rút gọn biểu thức  $M = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} - \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} - \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho tam giác  $ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $R$ , đường kính  $AK$ . Tam giác  $ABC$  có các đường cao  $AD, BE, CF$  và trực tâm  $H$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

1. Chứng minh  $AF \cdot AB = AE \cdot AC$  và bốn điểm  $B, F, E, C$  cùng thuộc một đường tròn.
2. Chứng minh ba điểm  $H, M, K$  thẳng hàng và  $AH = 2OM$ .
3. Tính tỉ số  $\frac{AE}{BE}$  nếu  $\sin \widehat{FCK} = \frac{3}{5}$ .
4. Trong trường hợp dây cung  $BC$  cố định, chứng minh bán kính đường tròn đi qua bốn điểm  $A, F, E, H$  không đổi khi  $A$  di chuyển trên cung lớn  $BC$ .

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $abc = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = \frac{1}{1+a^2+b^2} + \frac{1}{1+b^2+c^2} + \frac{1}{1+c^2+a^2}.$$

2. Giải phương trình  $\sqrt{x+4} = x+1 - \frac{18}{x+1}$ .

-----HẾT-----

**MÔN THI: TOÁN 9**

*Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)*

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $B = \left( \frac{1}{x+2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{1-\sqrt{x}}{x+4\sqrt{x}+4}$ .

1. Rút gọn biểu thức  $B$  và tìm  $x$  để  $2B^2 = 7B$ .
2. Tính giá trị của  $B$  khi  $x$  thỏa mãn  $2x - 5\sqrt{x} + 2 = 0$ .
3. Tìm tất cả các giá trị  $x$  để  $B$  nhận giá trị nguyên.

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng  $d: y = 2x + m - 5$ .

1. Tính diện tích tam giác tạo bởi đường thẳng  $d$  với hai trục tọa độ khi  $m = 4$ .
2. Tìm giá trị  $m$  để đường thẳng  $d$  song song với đường thẳng  $y = (m^2 + 1)x - 4$ .
3. Tìm giá trị  $m$  để đường thẳng  $d$  đồng quy với hai đường thẳng  $y = 4x - 3; y = 3x + 4$ .

**Bài 3. (2,0 điểm).**

1. Rút gọn biểu thức  $\frac{4}{\sqrt{5}-3} - \frac{2}{\sqrt{5}+2} + 1999\sqrt{29-12\sqrt{5}}$ .

2. Rút gọn biểu thức  $M = \frac{1}{x-y} \cdot \sqrt{(x-y)^2 x^2 y^4}$  với  $x > y$ .

3. Cho  $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ , tính  $\sin x \cos x$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , vẽ các nửa đường tròn đường kính  $AB$  và  $AC$  sao cho các nửa đường tròn này không có điểm nào nằm trong tam giác  $ABC$ . Đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  cắt các nửa đường tròn đường kính  $AB$  và  $AC$  theo thứ tự ở  $M$  và  $N$  (khác điểm  $A$ ). Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ .

1. Chứng minh tứ giác  $BMNC$  là hình thang vuông.
2. Chứng minh  $IM = IN$ .
3. Giả sử đường thẳng  $d$  thay đổi nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện đề bài. Hãy xác định vị trí của đường thẳng  $d$  để chu vi tứ giác  $BMNC$  lớn nhất.

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Giải bất phương trình  $3\sqrt{x+1} > \frac{9x^2 + 34x + 19}{x+2}$ .

2. Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn  $x + y + z = xyz$ . Chứng minh

$$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+y^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+z^2}} \leq \frac{3}{2}.$$

**HẾT**

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: .....; Số báo danh: .....

MÔN THI: TOÁN 9

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $P = \frac{x\sqrt{x}+5}{x-2\sqrt{x}-3} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$  với  $x \geq 0; x \neq 9$ .

1. Rút gọn biểu thức  $P$ .
2. Tính giá trị của  $P$  khi  $x = 11 - 6\sqrt{2}$ .
3. Tìm điều kiện của  $x$  để  $P > 3$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Cho đường thẳng  $d$ :  $y = (m-3)x - m + 5$  ( $m$  là tham số).

1. Tìm điểm cố định mà đường thẳng  $d$  luôn đi qua với mọi giá trị  $m$ .
2. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng  $d$  khi  $m = 2$ .
3. Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt đường thẳng  $y = x + 4$  tại điểm có hoành độ lớn hơn 3.

**Bài 3. (2,0 điểm).**

1. Rút gọn biểu thức  $T = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$ .
2. Giải phương trình  $\sqrt{2x-1} = 3x-2$ .
3. Cho  $\tan x = 4$ , tính  $D = \frac{\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 4\cos^2 x}{\sin^2 x + 2\sin x \cos x + 3\cos^2 x}$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho nửa đường tròn  $(O;R)$ , đường kính  $AB$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $OB$ ,  $C$  là một điểm di động trên nửa đường tròn tâm O, C khác A và B. Tia  $CM$  cắt  $(O)$  tại  $D$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $CD$ .

1. Chứng minh  $H$  thuộc đường tròn đường kính  $OM$ .
2. Giả sử  $\widehat{COD} = 120^\circ$ , tính độ dài  $CD$  và  $OH$  theo  $R$ .
3. Gọi  $I$  là trực tâm tam giác  $ACD$ , chứng minh  $B, H, I$  thẳng hàng và điểm  $I$  luôn nằm trên một đường tròn cố định khi điểm  $C$  di động trên đường tròn  $(O)$ .

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Cho các số dương  $a, b, c$  có tích bằng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{(1+a)^2 + b^2 + 5}{ab + a + 4} + \frac{(1+b)^2 + c^2 + 5}{bc + b + 4} + \frac{(1+c)^2 + c^2 + 5}{ca + c + 4}.$$

2. Tìm tất cả các bộ số  $(x,y)$  thỏa mãn  $\begin{cases} xy + x + y = 7y, \\ x^2y^2 + xy + 1 = 13y^2. \end{cases}$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $Q = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} + \frac{7\sqrt{x}-3}{x-9} - \frac{3\sqrt{x}-x}{\sqrt{x}-3}$  với  $x > 0; x \neq 9$ .

1. Rút gọn  $Q$  và tính giá trị của  $Q$  khi  $x = \sqrt{4-2\sqrt{3}} + \frac{3\sqrt{3}-7}{\sqrt{3}-2}$ .
2. Tìm điều kiện của  $x$  sao cho  $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \cdot Q \geq 0$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

1. Tìm điều kiện của  $m$  để hàm số  $y = (m^2 - 3m)x + 4$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .
2. Viết phương trình đường thẳng  $d$  biết  $d$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 6 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2.
3. Tính chiều cao  $OH$  của tam giác  $OAB$  biết rằng  $A(1;5), B(3;7), O$  là gốc tọa độ.

**Bài 3. (2,0 điểm).**

1. Giải phương trình  $\sqrt{9x-9} + \sqrt{25x-25} = \sqrt{\frac{x-1}{9}} + 1$ .
2. Tìm tất cả các giá trị nguyên  $x$  để biểu thức  $M = \frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$  nhận giá trị nguyên.
3. Cho  $\tan x = 2$ , tính giá trị biểu thức  $P = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} + 4$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , vẽ đường cao  $AH$ , biết  $BC = 25cm, AB = 15cm$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

1. Tính  $BH, AH, \widehat{ABC}$  và diện tích tam giác  $AHM$ .
2. Trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $K$  tùy ý khác  $A$  và  $C$ . Gọi  $D$  là hình chiếu của  $A$  trên  $BK$ . Chứng minh  $BD \cdot BK = BH \cdot BC$ .
3. Chứng minh đẳng thức  $25 \cdot S_{BHD} = 9S_{BKC} \cos^2 \widehat{ABD}$ .

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Giải phương trình  $x^2 + 6x - \frac{2}{x} - 1 = 2x\sqrt{3x-2} + 2\sqrt{3x-\frac{2}{x}}$ .
2. Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a+b+c=2$ . Chứng minh
$$\frac{ab}{\sqrt{ab+2c}} + \frac{bc}{\sqrt{bc+2a}} + \frac{ca}{\sqrt{ca+2b}} \leq \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$$
.

-----HẾT-----

**Bài 1. (2,0 điểm).**

1. Rút gọn biểu thức  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{5}{\sqrt{x}+1} - \frac{8\sqrt{x}-6}{x-1}$  với  $0 \leq x \neq 1$ .
2. Cho biểu thức  $C = \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$ . Tìm  $x$  sao cho giá trị của  $C$  lớn hơn 7.
3. Giải phương trình  $\sqrt{x} + \sqrt{2-x} = 1$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng  $d: y = (2m-1)x + m - 5$ ,  $m$  là tham số.

1. Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt đường thẳng tại điểm  $y = (2m-5)x + 2m - 7$  có hoành độ dương.
2. Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt đường thẳng  $y = x + 2$  tại điểm  $M(x; y)$  thỏa mãn đồng thời
  - $M$  thuộc góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
  - Biểu thức  $T = x^3 - 3y + 2019$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 3. (2,0 điểm).**

1. Rút gọn biểu thức  $M = \sqrt{8-2\sqrt{15}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$ .
2. Tìm điều kiện xác định của biểu thức  $N = \frac{1}{\sqrt{x^2-6x+9}} + \sqrt{16-x^2} + \sqrt{2x-1}$ .
3. Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn, các đường cao  $BE$  và  $AD$ . Gọi  $H$  và  $G$  lần lượt là trực tâm và trọng tâm tam giác  $ABC$ . Chứng minh rằng nếu  $HG$  song song với  $BC$  thì  $\tan B \cdot \tan C = 3$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho hình vuông  $ABCD$ ,  $M$  là điểm nằm giữa  $B$  và  $C$ . Đường tròn đường kính  $AM$  cắt đường tròn đường kính  $BC$  tại  $N$  và cắt cạnh  $AD$  tại  $E$ .

1. Chứng minh 5 điểm  $A, E, B, M, N$  cùng thuộc một đường tròn. Tìm tâm đường tròn đó.
2. Chứng minh ba điểm  $E, N, C$  thẳng hàng và  $BE = AM$ .
3.  $BN$  cắt  $DC$  tại  $F$ , chứng minh  $CF = DE$  và  $MF$  vuông góc với  $AC$ .

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Tìm điều kiện của số thực dương  $m$  để bất phương trình sau có nghiệm

$$(x-2\sqrt{x}+m^2+5)(x+3-4\sqrt{x+3}+m+10) \leq m^3 + 16m + 18.$$

2. Cho  $a, b, c, d$  là bốn số thực thỏa mãn  $abc + bcd + cda + dab = a + b + c + d + \sqrt{2012}$ .  
Chứng minh  $(a^2+1)(b^2+1)(c^2+1)(d^2+1) \geq 2012$ .

-----HẾT-----

**MÔN THI: TOÁN 9**

*Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)*

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $P = \frac{a}{\sqrt{ab} + b} + \frac{b}{\sqrt{ab} - a} - \frac{a+b}{\sqrt{ab}}$  với  $a > 0, b > 0, a \neq b$ .

1. Rút gọn biểu thức  $P$ .
2. Tính giá trị của  $P$  khi  $a = \sqrt{4+2\sqrt{3}}, b = \sqrt{4-2\sqrt{3}}$ .
3. Chứng minh rằng nếu  $\frac{a}{b} = \frac{a+1}{b+5}$  thì  $P$  có giá trị không đổi.

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ Oxy cho hai điểm  $A(-2;3)$  và  $B(1;5)$ , đường thẳng  $\Delta$  đi qua hai điểm  $A, B$ .

1. Viết phương trình  $\Delta$  và tính diện tích tam giác tạo bởi  $\Delta$  với hai trục tọa độ.
2. Viết phương trình đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(2;7)$  và song song với đường thẳng  $\Delta$ .
3. Tìm bán kính  $R$  của đường tròn có tâm là gốc tọa độ và tiếp xúc với  $d$ .

**Bài 3. (2,0 điểm).**

1. Giải phương trình  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = (x-2)^5$ .
2. Rút gọn biểu thức  $M = \frac{4}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3}-2} - \frac{6}{\sqrt{12-6\sqrt{3}}}$ .
3. Cho góc nhọn  $x$  thỏa mãn  $\tan x = 2$ . Tính  $\sin x \cos x$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho hình vuông  $ABCD$  có độ dài cạnh bằng  $a$ ,  $E$  là một điểm nằm giữa  $A$  và  $B$ . Tia  $DE$  và tia  $CB$  cắt nhau ở  $F$ . Kép đường thẳng qua  $D$  vuông góc với  $DE$ , đường thẳng này cắt đường thẳng  $BC$  tại  $G$ .

1. Chứng minh tam giác  $DEG$  cân và bốn điểm  $D, E, B, G$  cùng thuộc một đường tròn.
2. Chứng minh  $\frac{1}{DE^2} + \frac{1}{DF^2}$  không đổi khi  $E$  di chuyển trên đoạn thẳng  $AB$ .
3. Một đường thẳng  $Ax$  thay đổi đi qua  $A$  sao cho  $Ax$  cắt đoạn  $DC$  tại  $M$  và cắt đường thẳng  $BC$  tại  $N$ . Chứng minh  $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$  không đổi.

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Giải phương trình

$$2x^2 - 4x + 18 - 6\sqrt{x-1} - 6\sqrt[3]{2x+4} = 0.$$

2. Cho các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{1}{2}(x+y+z)^2 + 4(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx).$$

-----HẾT-----

## MÔN THI: TOÁN 9

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

**Bài 1. (2,0 điểm).**

1. Rút gọn biểu thức  $B = \frac{4\sqrt{6} - 2\sqrt{10}}{2\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} + 3\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$ .
2. Giải phương trình  $(3x+1)\sqrt{x+2} = 4\sqrt{x(x+2)}$ .
3. Tìm điều kiện xác định của biểu thức  $K = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} + \frac{\sqrt{x-1}+2}{\sqrt[3]{x^2-4x+3}}$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $A = \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{5\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ .

1. Rút gọn  $A$ .
2. Tìm tất cả các giá trị  $x$  để biểu thức  $\frac{A}{3}$  nhận giá trị nguyên.

**Bài 3. (2,0 điểm).**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng  $d: y = (m-1)x + 3m - 2$ ,  $m$  là tham số.

1. Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $M(1;5)$ .
2. Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  vuông góc với đường thẳng  $x + 2y = 5$ .
3. Tìm  $m$  để  $d$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông có góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho đường tròn tâm  $O$  đường kính  $BC$ , lấy điểm  $A$  bất kỳ trên đường tròn ( $O$ ),  $A$  khác  $B$  và  $C$ . Kẻ  $OE$  vuông góc với  $AB$  tại  $E$  và kẻ  $OF$  vuông góc với  $AC$  tại  $F$ , tiếp tuyến tại  $B$  của đường tròn ( $O$ ) cắt  $CA$  tại  $D$ . Tia  $OE$  cắt  $BD$  tại  $M$ , gọi  $I$  là giao điểm của  $BF$  và  $AO$ , gọi  $K$  là giao điểm của  $IC$  và  $OF$ .

1. Chứng minh  $OEAF$  là hình chữ nhật và  $DB^2 = DA \cdot DC$ .
2. Chứng minh  $MA$  là tiếp tuyến của đường tròn ( $O$ ).
3. Chứng minh  $K$  là trung điểm của  $OF$ .

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Giải phương trình  $\sqrt{x^2+x+1} + \sqrt{x^2-x+1} = \sqrt{\frac{3x^2+4x+8}{x^2+x+2}}$ .
2. Cho bốn số thực dương  $a, b, c$  lớn hơn 1 thỏa mãn  $\frac{1}{a^2-1} + \frac{1}{b^2-1} + \frac{1}{c^2-1} = 1$ .

Chứng minh  $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} \leq 1$ .

**HẾT**

**Bài 1. (2,0 điểm).**

Cho biểu thức  $M = \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1} \right)$ .

1. Rút gọn biểu thức  $M$ .
2. Tính giá trị của  $M$  khi  $a = 3 - 2\sqrt{2}$ .
3. Tìm  $a$  sao cho  $M$  nhận giá trị âm.

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Cho hàm số  $y = (2a-5)x + a - 2$ , đồ thị là đường thẳng  $d$ .

1. Tìm  $a$  để hàm số đã cho nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .
2. Tìm  $a$  để đường thẳng  $d$  cắt tia  $Oy$ .
3. Tìm  $a$  để đường thẳng  $d$  song song với đường thẳng đi qua hai điểm  $A(1;4), B(2;5)$ .

**Bài 3. (2,0 điểm).**

1. Rút gọn biểu thức  $Q = \sqrt{9-4\sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{5}-2} + \frac{8}{\sqrt{14-6\sqrt{5}}}$ .

2. Giải phương trình  $\sqrt[3]{x^3 + 4x^2 + x + 2} = x + 1$ .
3. Cho góc nhọn  $\alpha$  thỏa mãn  $4\sin\alpha = 3\cos\alpha$ . Tính  $3\tan\alpha + 4\cot\alpha$ .

**Bài 4. (2,0 điểm).**

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ ,  $D$  đối xứng với  $H$  qua  $AB$ ,  $E$  đối xứng với  $H$  qua  $AC$ .  $DH$  cắt  $AB$  tại  $M$ ,  $EH$  cắt  $AC$  tại  $N$ .

1. Chứng minh hai tam giác  $AMN, ACB$  đồng dạng theo hai cách.
2. Chứng minh  $DE$  là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $DHE$  và  $BDEC$  là hình thang vuông.
3. Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ ,  $AI$  cắt  $MN$  tại  $F$ , tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $MFH$ .
4. Chứng minh  $AH^2 + MN^2 = \frac{3}{2}AM \cdot AB + \frac{1}{2}AN \cdot AC$

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Giải phương trình  $12x^3 - 18x^2 - 18x + 6 = (4x^3 - 21)\sqrt{\frac{4}{3}x^3 - 7}$ .
2. Cho các số thực  $a, b, c$ . Chứng minh  $(a^2 + 2)(b^2 + 2)(c^2 + 2) \geq 3(a + b + c)^2$ .

**HẾT**

**MÔN THI: TOÁN 9**

*Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)*

**Bài 1. (2,0 điểm).**

1. Rút gọn biểu thức  $A = \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} - \sqrt{37-20\sqrt{3}}$ .
2. Tìm điều kiện xác định của biểu thức  $B = \sqrt{x^2-3x} + \sqrt{\frac{x-5}{x-1}} - \sqrt[3]{2x-1}$ .
3. Tìm điều kiện tham số  $m$  để tồn tại  $x$  thỏa mãn  $\sqrt{x}+4=m(\sqrt{x}+5)$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng  $d: y = 4x - 3m + 2$ ,  $m$  là tham số, O là gốc tọa độ.

1. Cho điểm  $H(0;5)$ . Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  và đoạn thẳng  $OH$  có điểm chung.
2. Đường thẳng  $d$  cắt đường thẳng  $y = 2x + m - 5$  tại điểm  $M(x;y)$ .
  - a) Chứng minh  $M$  luôn thuộc một đường thẳng cố định khi  $m$  thay đổi.
  - b) Tìm  $m$  sao cho  $x+y < m^2 - 15,5$ .

**Bài 3. (2,0 điểm).**

1. Giải phương trình  $\sqrt{x} + \sqrt{3x-2} = 2$ .
2. Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 3cm$ ,  $AC = 4cm$ ,  $BC = 5cm$  và chiều cao  $AH$ . Tính giá trị của biểu thức  $\cos \widehat{BAH} + 3 \sin \widehat{BAH}$ .
3. Rút gọn biểu thức  $C = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$ .

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho đường tròn  $(O;R)$ , từ điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến  $AB, AC$ ; trong đó  $B$  và  $C$  là hai tiếp điểm. Vẽ  $CH$  vuông góc với  $AB$  tại  $H$ ,  $CH$  cắt đường tròn tâm  $O$  tại  $E$  và cắt  $OA$  tại  $D$ .

1. Chứng minh  $CO = CD$ .
2. Chứng minh tứ giác  $OBDC$  là hình thoi.
3. Gọi  $M$  là trung điểm của  $CE$ ,  $BM$  cắt  $OH$  tại  $I$ . Chứng minh  $I$  là trung điểm của  $HO$ .
4. Tiếp tuyến tại  $E$  với đường tròn tâm  $O$  cắt  $AC$  tại  $K$ . Chứng minh ba điểm  $O, M, K$  thẳng hàng.

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Tìm tất cả các cặp số  $(x;y)$  thỏa mãn đồng thời

$$x^2 + y^2 + \frac{8xy}{x+y} = 16 \text{ và } 2x^2 - 5x + 2\sqrt{x+y} - \sqrt{3x-2} = 0,$$

2. Giải phương trình  $6x^2 - 10x + 5 = (4x-1)\sqrt{6x^2 - 6x + 5}$ .

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: .....; Số báo danh: .....

**Bài 1. (2,0 điểm).**

1. Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x+2}}{5\sqrt{x}-1}$ . Tìm  $x$  để  $A > \frac{3}{4}$ .
2. Rút gọn biểu thức  $B = \frac{2}{3+2\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt[4]{17-12\sqrt{2}}}$ .
3. Tìm điều kiện xác định của biểu thức  $A = \frac{1+\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x^2-4x+4}} - \sqrt{\frac{x^2+1}{x^2-4x}}$ .

**Bài 2. (2,0 điểm).**

Trong hệ tọa độ Oxy cho ba điểm  $A(0;6), B(8;0), C(4;3)$ ; O là gốc tọa độ.

1. Viết phương trình đường thẳng  $AB$  và tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OAB$ .
2. Chứng minh đường thẳng  $OC$  chia tam giác  $OAB$  thành hai phần có diện tích bằng nhau.
3. Tìm tọa độ điểm  $D$  thuộc trực hoành sao cho  $S_{AOC} = 5S_{AOD}$ .

**Bài 3. (2,0 điểm).**

1. Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 2a, AD = 5a, M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Tính  $\cos \widehat{BAC} : \sin \widehat{ADM}$ .
2. Giải phương trình  $\sqrt{4x^2 - 2x + 1999} = \sqrt{14x^2 - 6x + 2019}$ .
3. Tìm  $m$  để đường thẳng  $y = (m-1)x + 5$  vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai của mặt phẳng tọa độ.

**Bài 4. (3,5 điểm).**

Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Kẻ  $BH$  vuông góc với  $AC$ ,  $M$  là trung điểm của  $AH$ ,  $K$  là trung điểm của  $CD$ ,  $N$  là trung điểm của  $BH$ .

1. Chứng minh  $MNCK$  là hình bình hành và  $N$  là trực tâm tam giác  $BCM$ .
2. Chứng minh bốn điểm  $B, M, K, C$  cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.
3.  $CN$  cắt  $BM$  tại  $Q$ . Giả sử  $\tan \widehat{NMH} = 0,75$  và  $AD = 6cm$ . Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $MQNH$ .

**Bài 5. (0,5 điểm). Thí sinh chỉ được lựa chọn một trong hai ý (5.1 hoặc 5.2).**

1. Tìm tất cả các bộ ba số  $(x;y;z)$  thỏa mãn

$$\begin{cases} \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{2-y} = x^2 - 2y + 3, \\ \sqrt[4]{y} + \sqrt[4]{2-z} = y^2 - 2z + 3, \\ \sqrt[4]{z} + \sqrt[4]{2-x} = z^2 - 2x + 3. \end{cases}$$

2. Giải phương trình  $2x+14+2\sqrt{x^2-1}-3\sqrt{x-1}-11\sqrt{x+1}=0$ .

HẾT