TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2018
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút
(50 câu trắc nghiệm)

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Mã đề thi 511

Họ, tên thí sinh: ……………………………………………….SBD:……………………………….

Câu 1: Tìm tất cả các giá trị của tham số *a* để hàm số có cực đại, cực tiểu và hoành độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số bằng 1.

A. **B.** **C.** **D.**

Câu 2: Phương trình $\cos 3x.\tan 5x = \sin 7x$ nhận những giá trị sau của *x* làm nghiệm

A. $x = 5\pi, x = \dfrac{\pi}{20}$ **B.** $x = 5\pi, x = \dfrac{\pi}{10}$ **C.** $x = \dfrac{\pi}{2}$ **D.** $x = 10\pi, x = \dfrac{\pi}{10}$

Câu 3: Khoảng cách từ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đến trục tung bằng

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 4

Câu 4: Cho hình hộp xiên $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng nhau và bằng *a*, $BAD = BAA' = DAA' = 60^o$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và BD bằng

A. $\dfrac{a}{2\sqrt{3}}$ **B.** $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$ **C.** a **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 5: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số *m* để đường thẳng $y = -2x + m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ là

A. $m \in \{7, -1\}$ **B.** $m = 6$ **C.** $m \in \{6, -1\}$ **D.** $m = -1$

Câu 6: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Hình nón có đỉnh *S* và có đường tròn đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác *ABC* gọi là hình nón nội tiếp hình chóp *S.ABC*, hình nón có đỉnh *S* và có đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* gọi là hình nón ngoại tiếp hình chóp *S.ABC*. Tỉ số thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp đã cho là

A. $\dfrac{1}{2}$ **B.** $\dfrac{1}{4}$ **C.** $\dfrac{1}{3}$ **D.** $\dfrac{2}{3}$

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $(x+2)\left[\sqrt{(x+2)^2+3}+1\right] + x\left(\sqrt{x^2+3}+1\right) > 0$ là

A. $(1, 2)$ **B.** $(-1, 2)$ **C.** $(-1, +\infty)$ **D.** $(1, +\infty)$

Câu 8: Một hộp đựng 7 quả cầu trắng và 3 quả cầu đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 quả cầu. Tính xác suất để trong 4 quả cầu được lấy có đúng 2 quả cầu đỏ.

A. $\dfrac{20}{71}$ **B.** $\dfrac{21}{71}$ **C.** $\dfrac{21}{70}$ **D.** $\dfrac{62}{211}$

Câu 9: Tích các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1}-36^x\right)=-2$ bằng

A. 1 **B.** 0 **C.** 5 **D.** $\log_6 5$

Câu 10: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\sin x+\cos 2x$ trên $[0;\pi]$ là

A. $\dfrac{5}{4}$ **B.** 1 **C.** 2 **D.** $\dfrac{9}{8}$

Câu 11: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=AC=a, AA'=2a$. Thể tích khối tứ diện $A'BB'C$ là

A. $2a^3$ **B.** a^3 **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$ **D.** $\dfrac{a^3}{3}$

Câu 12: Cho $f(x)=\dfrac{1}{2}.5^{2x+1}; g(x)=5^x+4x.\ln 5$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)>g'(x)$ là

A. $x>1$ **B.** $x>0$ **C.** $0<x<1$ **D.** $x<0$

Câu 13: Số nghiệm thuộc khoảng $\left[\dfrac{-4\pi}{3};\dfrac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\cos(\pi+x)+\sqrt{3}\sin x=\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{2}\right)$ là

A. 6 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$ và $A'(0;0;1)$. Khoảng cách giữa AC và $B'D$ là

A. $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$ **C.** 1 **D.** $\sqrt{2}$

Câu 15: Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}-\dfrac{x-1}{x-\sqrt{x}}\right)^{10}$ với $x>0, x\neq 1$. Tìm số hạng không chứa *x* trong khai triển nhị thức Newton của *P*.

A. 200 **B.** 100 **C.** 210 **D.** 160

Câu 16: Điểm thuộc đường thẳng $d: x-y-1=0$ cách đều hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ là

A. $(-1;2)$ **B.** $(0;-1)$ **C.** $(1;0)$ **D.** $(2;1)$

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số *a* để phương trình $\dfrac{a}{3^x+3^{-x}}=3^x-3^{-x}$ có nghiệm duy nhất

A. $-1<a<0$ **B.** không tồn tại *a* **C.** $a>0$ **D.** $a\in R$

Câu 18: Gọi A,B,C là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+4$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác *ABC* bằng

A. $\sqrt{2}$ **B.** 1 **C.** $\sqrt{2}-1$ **D.** $\sqrt{2}+1$

Câu 19: Cho tứ diện *ABCD*, hỏi có bao nhiêu véctơ khác véctơ $\vec{0}$ mà mỗi véctơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện *ABCD*

A. 4 **B.** 12 **C.** 10 **D.** 8

Câu 20: Tìm tất cả các giá trị của tham số *a* để hàm số $y=x^3+3\sqrt{3}ax$ có cực đại, cực tiểu và đường thẳng đi qua các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ

A. $a<0$ **B.** $a<-1$ **C.** $-1<a<0$ **D.** $a>0$

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh *a*, mặt bên *SAB* là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. a^3 **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 22: Cho $f(x)=2.3^{\log_{81}x}+3$. Tính $f'(1)$

A. $f'(1)=-1$ **B.** $f'(1)=\frac{1}{2}$ **C.** $f'(1)=1$ **D.** $f'(1)=\frac{-1}{2}$

Câu 23: Cho hình chóp *S.ABC* có đáy là tam giác vuông cân cạnh bằng *B*, cạnh bên *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB=BC=a$ và $SA=a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

A. 90^o **B.** 30^o **C.** 60^o **D.** 45^o

Câu 24: Cho hai phương trình $\cos 3x-1=0$ (1); $\cos 2x=\frac{-1}{2}$ (2). Tập các nghiệm của phương trình (1) đồng thời là nghiệm của phương trình (2) là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in Z$ **B.** $x=k2\pi, k\in Z$ **C.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in Z$ **D.** $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi, k\in Z$

Câu 25: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{5+x}-1}{x^2+4x}$

A. $x=0$ **B.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

C. $x=-4$ **D.** $x=0, x=-4$

Câu 26: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức Newton $\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$, biết tổng các hệ số của khai triển bằng 128

A. 37 **B.** 36 **C.** 35 **D.** 38

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}\dfrac{4x+6}{x}\geq 0$ là

A. $\left(-2,\dfrac{-3}{2}\right]$ **B.** $\left[-2,\dfrac{-3}{2}\right]$ **C.** $\left(-2;\dfrac{-3}{2}\right)$ **D.** $\left[-2,\dfrac{-3}{2}\right)$

Câu 28: Cho $f(x)=x.e^{-3x}$, tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)>0$ là

A. $(0,1)$ **B.** $\left(0,\dfrac{1}{3}\right)$ **C.** $\left(-\infty,\dfrac{1}{3}\right)$ **D.** $\left(\dfrac{1}{3},+\infty\right)$

Câu 29: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+1$ tại các điểm có tung độ bằng 5 là

A. $y=20x-35$ **B.** $y=-20x-35; y=20x+35$

C. $y=-20x+35$ **D.** $y=20x-35; y=-20x-35$

Câu 30: Số nghiệm thuộc khoảng $(0;3\pi)$ của phương trình $\cos^2 x+\dfrac{5}{2}\cos x+1=0$ là

A. 2 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 1

Câu 31: Tổng của n số hạng đầu tiên của một dãy số $(a_n), n\geq 1$ là $S_n=2n^2+3n$. Khi đó

A. (a_n) là cấp số cộng với công sai bằng 1 **B.** (a_n) là cấp số cộng với công sai bằng 4

C. (a_n) là cấp số nhân với công bội bằng 1 **D.** (a_n) là cấp số nhân với công bội bằng 4

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}}>3^{-x}$ là

A. $(1,2)$ **B.** $(2,+\infty)$ **C.** $[2,+\infty)$ **D.** $(1,2]$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại *B*, cạnh bên *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB=2a, BAC=60^o$ và $SA=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng *SB* và mặt phẳng *(SAC)* bằng

A. 45^o **B.** 30^o **C.** 60^o **D.** 90^o

Câu 34: Cho hình nón có đỉnh *S*, đáy là hình tròn tâm *O*, bán kính $R=3cm$, góc ở đỉnh của hình nón là $\varphi=120^o$. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng qua đỉnh *S* tạo thành tam giác đều *SAB*, trong đó *A*, *B* thuộc đường tròn đáy. Diện tích của tam giác *SAB* bằng

A. $3\sqrt{3}cm^2$ **B.** $6\sqrt{3}cm^2$ **C.** $6cm^2$ **D.** $3cm^2$

Câu 35: Tìm số đo ba góc của một tam giác cân, biết rằng số đo của một góc là nghiệm của phương trình $\cos 2x=\dfrac{-1}{2}$

A. $\left\{\dfrac{2\pi}{3},\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{6}\right\}$ **B.** $\left\{\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{3}\right\}$

C. $\left\{\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right\};\left\{\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right\}$ **D.** $\left\{\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right\};\left\{\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right\}$

Câu 36: Cho tứ diện *ABCD* có cạnh DA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $AB=3cm, AC=4cm, AD=\sqrt{6}cm, BC=5cm$. Khoảng cách từ *A* đến mặt phẳng *(BCD)* bằng

A. $\frac{12}{5}cm$ **B.** $\frac{12}{7}cm$ **C.** $\sqrt{6}cm$ **D.** $\frac{6}{\sqrt{10}}cm$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a=4\sqrt{2}cm$, cạnh bên SC vuông góc với đáy và $SC=2cm$. Gọi *M, N* là trung điểm của *AB* và *BC.* Góc giữa hai đường thẳng *SN* và *CM* là

A. 45^o **B.** 30^o **C.** 60^o **D.** 90^o

Câu 38: Cần đẽo thanh gỗ hình hộp có đáy là hình vuông thành hình trụ có cùng chiều cao. Tỉ lệ thể tích gỗ cần phải đẽo đi ít nhất (tính gần đúng) là

A. 21% **B.** 11% **C.** 50% **D.** 30%

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho $A(-3;0;0)$, $B(0;0;3)$, $C(0;-3;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Tìm trên (P) điểm *M* sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất

A. $M(3;3;-3)$ **B.** $M(-3;-3;3)$ **C.** $M(3;-3;3)$ **D.** $M(-3;3;3)$

Câu 40: Cho hình lăng trụ đứng *ABC.A'B'C'* có đáy là tam giác vuông cân tại *A*, $AB=AC=a, AA'=\sqrt{2}a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình tứ diện *AB'A'C* là

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$ **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$ **C.** $4\pi a^3$ **D.** πa^3

Câu 41: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{\sqrt{x+24}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+24}-\sqrt{x}}<\frac{27}{8}.\frac{12+x-\sqrt{x^2+24x}}{12+x+\sqrt{x^2+24x}}$ là

A. $0\le x\le 1$ **B.** $x\ge 0$ **C.** $0\le x<\frac{1}{2}$ **D.** $0\le x<1$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;0)$, $C(-2;0;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua *A*, trực tâm *H* của tam giác *ABC* và vuông góc với mặt phẳng *(ABC)* có phương trình là

A. $4x+2y-z+4=0$ **B.** $4x+2y+z-4=0$ **C.** $4x-2y-z+4=0$ **D.** $4x-2y+z+4=0$

Câu 43: Khoảng cách từ gốc tọa độ đến giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ bằng

A. $\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{5}$ **C.** 5 **D.** $\sqrt{3}$

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz* cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{14}}{4}$ **C.** $\frac{\sqrt{14}}{2}$ **D.** $\sqrt{14}$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho các điểm $A(0;0;-2),B(4;0;0)$. Mặt cầu *(S)* có bán kính nhỏ nhất, đi qua *O, A, B* có tâm là

A. $I(2;0;-1)$ **B.** $I(0;0;-1)$ **C.** $I(2;0;0)$ **D.** $I\left(\frac{4}{3};0;-\frac{2}{3}\right)$

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên *SA* vuông góc với đáy. Gọi *M, N* là trung điểm của *SA, SB.* Mặt phẳng *MNCD* chia hình chóp đã cho thành hai phần. Tỉ số thể tích hai phần *S.MNCD* và *MNABCD* là

A. $\frac{3}{4}$ **B.** $\frac{3}{5}$ **C.** $\frac{4}{5}$ **D.** 1

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz* cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(0;0;0),B(2;0;0),C(0;2;0),A'(0;0;2)$. Góc giữa BC' và $A'C$ bằng

A. 90^o **B.** 60^o **C.** 30^o **D.** 45^o

Câu 48: Tìm tất cả các giá trị của tham số *a* để phương trình sau có nghiệm duy nhất $\log_3 x^2+a\sqrt{\log_3 x^8}+a+1=0$

A. $a=1$ **B.** $a<-1$ **C.** không tồn tại *a* **D.** $a<1$

Câu 49: Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-2x+1$ bằng

A. $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ **B.** $\frac{10}{3}$ **C.** $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{10\sqrt{6}}{9}$

Câu 50: Một người làm vườn có 12 cây giống gồm 6 cây xoài, 4 cây mít và 2 cây ổi. Người đó muốn chọn ra 6 cây giống để trồng. Tính xác suất để 6 cây được chọn, mỗi loại có đúng 2 cây

A. $\frac{1}{8}$ **B.** $\frac{25}{154}$ **C.** $\frac{1}{10}$ **D.** $\frac{15}{154}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2018 – MÔN TOÁN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM – LẦN 1

Câu 1: Tìm tất cả các giá trị của tham số *a* để hàm số $y = 2x^3 + 9ax^2 + 12a^2x + 1$ có cực đại, cực tiểu và hoành độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số bằng 1.

A. $a = \frac{-1}{2}$ **B.** $a = -1$ **C.** $a = \frac{1}{2}$ **D.** $a = 1$

Kiến thức cần nắm vững: Xét hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$

- Hàm bậc ba có cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.
- Nếu $a > 0$, cực tiểu của hàm số tương ứng với nghiệm lớn hơn (và ngược lại)

Hướng dẫn:

Ta có: $y' = 6x^2 + 18ax + 12a^2 = 6(x+a)(x+2a)$. Điều kiện để hàm có cực trị là $a \neq 0$. Khi đó cực tiểu của hàm số là $x = -a$ hoặc $x = -2a$.

Giả thiết → Hoành độ của điểm cực tiểu của đồ thị hàm số bằng 1 → có 2 trường hợp

$\begin{cases} -a = 1 \\ -2a < 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} -2a = 1 \\ -a < 1 \end{cases}$ → $a = -\frac{1}{2}$ → Chọn **A**

–

Câu 2: Phương trình $\cos 3x.\tan 5x = \sin 7x$ nhận những giá trị sau của *x* làm nghiệm

A. $x = 5\pi, x = \frac{\pi}{20}$ **B.** $x = 5\pi, x = \frac{\pi}{10}$ **C.** $x = \frac{\pi}{2}$ **D.** $x = 10\pi, x = \frac{\pi}{10}$

Kiến thức cần nắm vững

- Kỹ năng sử dụng máy tính cầm tay (thay vào) → Chọn **A**

Lời giải nếu là bài toán tự luận

- Điều kiện: $\cos 5x \neq 0$
- Phương trình tương đương:

$$\cos 3x.\frac{\sin 5x}{\cos 5x} = \sin 7x \Leftrightarrow \cos 3x.\sin 5x = \cos 5x.\sin 7x \Leftrightarrow \frac{1}{2}(\sin 8x + \sin 2x) = \frac{1}{2}(\sin 12x + \sin 2x)$$

$$\Leftrightarrow \sin 8x = \sin 12x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 12x = 8x + k2\pi \\ 12x = \pi - 8x + k2\pi \end{array}\right.$$

Câu 3: Khoảng cách từ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đến trục tung bằng

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 4

Hướng dẫn: $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ cực tiểu $x = 2$, điểm cực tiểu $A(2;-2)$

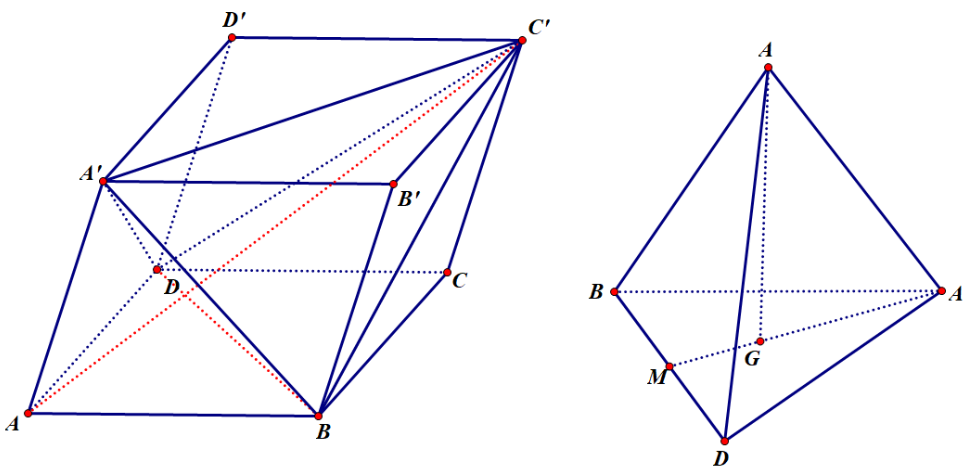
$\Rightarrow$ Chọn **B.**

Kiến thức cần nắm vững:

- Khoảng cách từ điểm $A(x_0;y_0)$ tới trục tung là $|y_0|$
- Nếu $a > 0$ và hàm số bậc ba có cực trị, cực tiểu của hàm số là nghiệm lớn của phương trình $y' = 0$

Câu 4: Cho hình hộp xiên $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng nhau và bằng *a*, $BAD = BAA' = DAA' = 60^o$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và BD bằng

A. $\frac{a}{2\sqrt{3}}$ **B.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$ **C.** a **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$



Lần lượt làm theo các bước:

- Tam giác A'BD là tam giác đều, gọi G là trọng tâm tam giác.
- Tứ diện A'BDA là tứ diện đều, do đó AG vuông góc với mặt phẳng A'BD.
- Tứ diện C'A'BD là hình chóp tam giác đều, do đó C'G vuông góc với mặt phẳng A'BD.
- Do đó, A, C', G thẳng hàng
- Trong tứ diện đều ABDA', xác định khoảng cách từ BD đến AG → Đáp án:

Câu 5: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số *m* để đường thẳng $y = -2x + m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là

A. $m \in \{7,-1\}$ **B.** $m = 6$ **C.** $m \in \{6,-1\}$ **D.** $m = -1$

Hướng dẫn

Cách 1: Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x+1}{x-1}=-2x+m\quad(1)$

Để đường thẳng $y=-2x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-1}$ thì (1) có nghiệm kép,

$\Leftrightarrow x+1=(x-1)(-2x+m)$ có nghiệm duy nhất

Ta có: $x+1=(x-1)(-2x+m)\Leftrightarrow x+1=-2x^2+mx+2x-m\Leftrightarrow 2x^2-(1+m)x+m+1=0\quad(2)$

(2) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta=0\Leftrightarrow(1+m)^2-8(1+m)=0\Leftrightarrow(1+m)(m-7)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=7\end{array}\right.$

Cách 2: $y=\frac{x+1}{x-1},\ y'=\frac{-2}{(x-1)^2}$. Gọi $A(x_0,y_0)$ là tiếp điểm $x_0\neq 1, y_0=\frac{x_0+1}{x_0-1}$

Để đường thẳng $y=-2x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-1}$ thì $y'(x_0)=-2$

$\Leftrightarrow\frac{-2}{(x_0-1)^2}=-2\Leftrightarrow(x_0-1)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=2\\x_0=0\end{array}\right.$

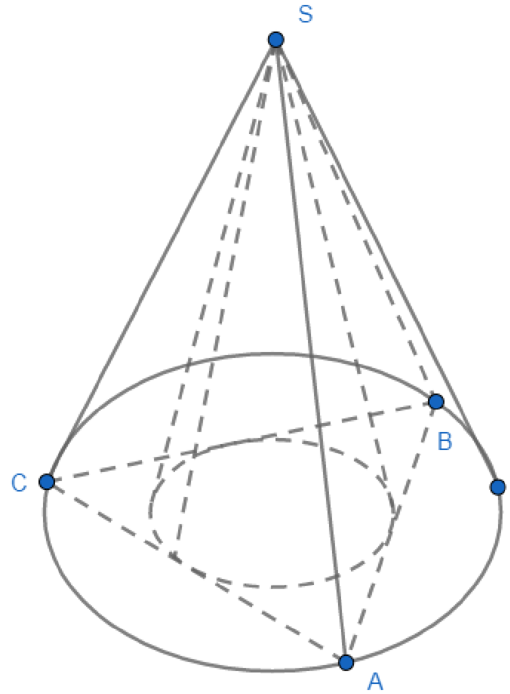
Với $x_0=2\Rightarrow y_0=3$, thay vào $y=-2x+m$, ta có $m=7$

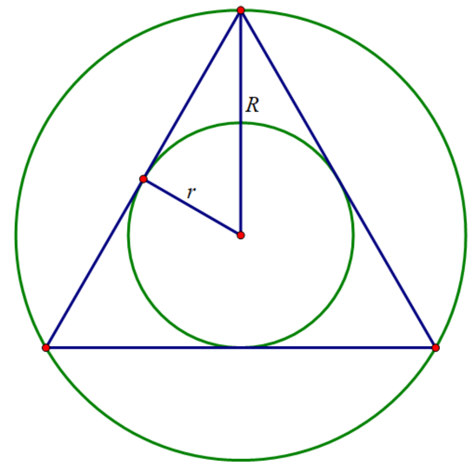
Với $x_0=0\Rightarrow y_0=-1$, thay vào $y=-2x+m$, ta có $m=-1$ $\Rightarrow$ Chọn **A.**

Câu 6: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Hình nón có đỉnh S và có đường tròn đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC gọi là hình nón nội tiếp hình chóp $S.ABC$, hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC gọi là hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tỉ số thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp đã cho là

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Hướng dẫn





$$\begin{cases} V_1 = \frac{1}{3}h.S_1 = \frac{1}{3}h.\pi r^2 \\ V_2 = \frac{1}{3}h.S_2 = \frac{1}{3}h.\pi R^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{r^2}{R^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $(x+2)\left[\sqrt{(x+2)^2+3}+1\right]+x\left(\sqrt{x^2+3}+1\right)>0$ là

A. $(1,2)$ **B.** $(-1,2)$ **C.** $(-1,+\infty)$ **D.** $(1,+\infty)$

Hướng dẫn

Đặt $f(t)=t\left(\sqrt{t^2+3}+1\right)$, bất phương trình đã cho tương đương với: $f(x+2)+f(x)>0$

Bất phương trình tương đương:

$$(x+2)\left[\sqrt{(x+2)^2+3}+1\right]>-x\left(\sqrt{x^2+3}+1\right)$$

$$\Leftrightarrow (x+2)\left[\sqrt{(x+2)^2+3}+1\right]>-x\left(\sqrt{(-x)^2+3}+1\right)$$

$$\Leftrightarrow f(x+2)>f(-x) \quad (1)$$

Có $f'(t)=\sqrt{t^2+3}+1+\dfrac{t^2}{\sqrt{t^2+3}}>0$ nên $f(t)$ đồng biến trên R. Do đó $(1) \Leftrightarrow x+2>-x \Leftrightarrow x>-1$

Chọn **C.**

Câu 8: Một hộp đựng 7 quả cầu trắng và 3 quả cầu đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 quả cầu. Tính xác suất để trong 4 quả cầu được lấy có đúng 2 quả cầu đỏ.

A. $\frac{20}{71}$ **B.** $\frac{21}{71}$ **C.** $\frac{21}{70}$ **D.** $\frac{62}{211}$

Hướng dẫn

Số khả năng lấy được 2 đỏ, 2 trắng: $C_4^2.C_7^2$

Không gian mẫu: C_{10}^4

Xác suất: $\frac{C_4^2.C_7^2}{C_{10}^4}=\frac{3}{10}$

Chọn **C.**

Câu 9: Tích các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1}-36^x\right)=-2$ bằng

A. 1 **B.** 0 **C.** 5 **D.** $\log_6 5$

Hướng dẫn:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2}=\left(5^{-\frac{1}{2}}\right)^{-2}=5^1=5$$

Phương trình tương đương:

$$6^{x+1}-36^x=5\Leftrightarrow 6.6^x-\left(6^x\right)^2=5\Leftrightarrow\left(6^x\right)^2-6.6^x+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}6^x=1\\6^x=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\log_6 5\end{array}\right.$$ → Chọn **B.**

Câu 10: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\sin x+\cos 2x$ trên $[0;\pi]$ là

A. $\frac{5}{4}$ **B.** 1 **C.** 2 **D.** $\frac{9}{8}$

Hướng dẫn

$f(x)=\sin x+1-2\sin^2 x=-2t^2+t+1$ (Đặt $t=\sin x$, $t\in[0;1]$)

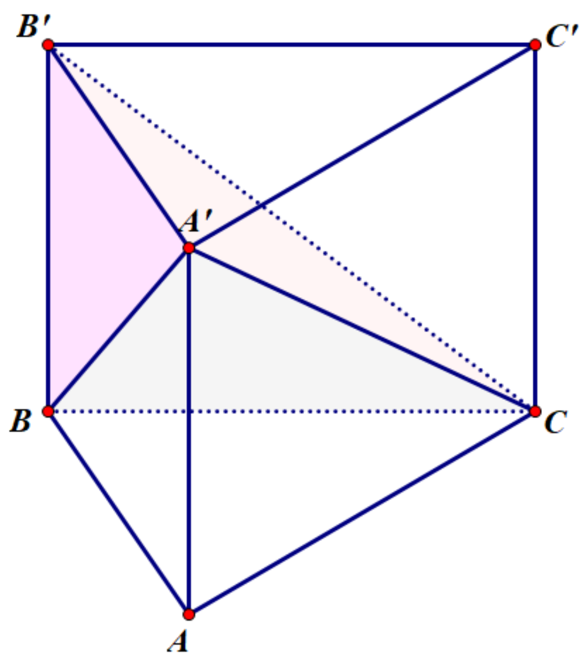
Đặt $g(t)=-2t^2+t+1$, bài toán đưa về tìm GLTN của $g(t)$ với $t\in[0;1]$

$g'(t)=-4t+1, g'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{4}$ → Chọn **D.**

Câu 11: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=AC=a, AA'=2a.$ Thể tích khối tứ diện $A'BB'C$ là

A. $2a^3$ **B.** a^3 **C.** $\frac{2a^3}{3}$ **D.** $\frac{a^3}{3}$

Hướng dẫn



Cách 1: Tính theo công thức tính thể tích khối chóp, diện tích đáy BB'C, chiều cao hạ từ A'

Cách 2: Trừ thể tích

Chọn **D.**

Câu 12: Cho $f(x)=\frac{1}{2}.5^{2x+1}; g(x)=5^x+4x.\ln 5$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)>g'(x)$ là

A. $x>1$ **B.** $x>0$ **C.** $0<x<1$ **D.** $x<0$

Hướng dẫn giải

$f'(x)>g'(x)\Leftrightarrow 5^{2x+1}.\ln 5>5^x.\ln 5+4.\ln 5\Leftrightarrow 5^{2x+1}>5^x+4$

$\Leftrightarrow 5.\left(5^x\right)^2-5^x-4>0\Leftrightarrow\left(5^x-1\right)\left(5.5^x+4\right)>0\Leftrightarrow 5^x>1\Leftrightarrow x>0$, Chọn **B.**

Câu 13: Số nghiệm thuộc khoảng $\left[\frac{-4\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\cos\left(\pi+x\right)+\sqrt{3}\sin x=\sin\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)$ là

A. 6 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3

Chú ý:

$\cos\left(\pi+x\right)=-\cos\left(\pi-\pi-x\right)$ (sin bù)
$=-\cos(-x)=-\cos x$ (cos đối)

$\sin\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{2}-3x\right)$ (sin bù)
$=-\cos 3x$ (phụ chéo)

Biến đổi: Phương trình tương đương:

$-\cos x+\sqrt{3}\sin x=-\cos 3x \Leftrightarrow \cos 3x=\cos x-\sqrt{3}\sin x$ (1)

Hướng 1: (1)

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos 3x=\frac{1}{2}\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos 3x=\cos x.\cos\frac{\pi}{3}-\sin x.\sin\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \frac{\cos 3x}{2}=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

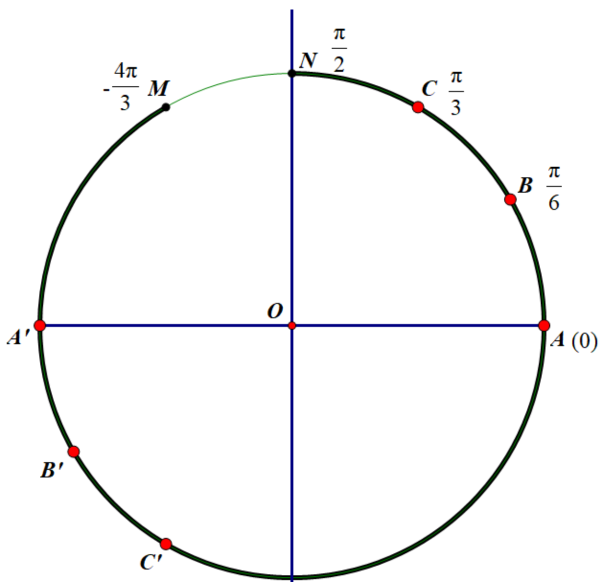
Hướng 2:

(1) $\Leftrightarrow \cos 3x-\cos x+\sqrt{3}\sin x=0 \Leftrightarrow -2\sin 2x.\sin x+\sqrt{3}\sin x=0 \Leftrightarrow \sin x\left(-2\sin 2x+\sqrt{3}\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{array}\right.$

$\sin x=0 \Leftrightarrow x=k\pi$;

$\sin 2x=\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ 2x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$;



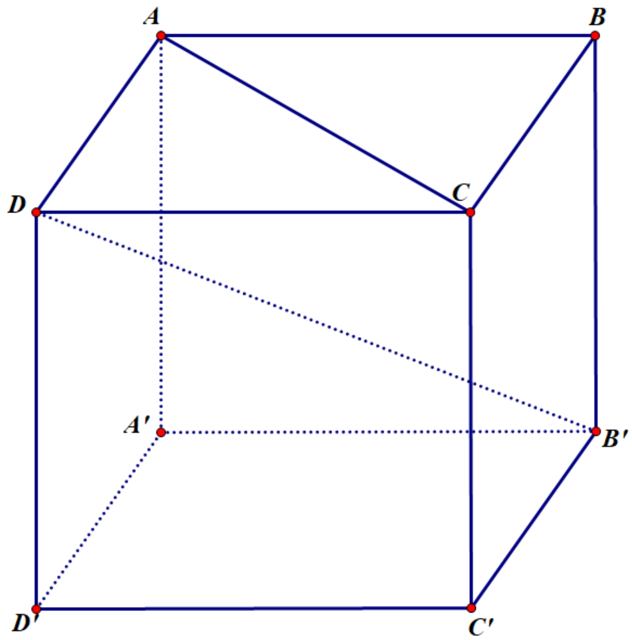
Chọn A

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$ và $A'(0;0;1)$. Khoảng cách giữa AC và $B'D$ là

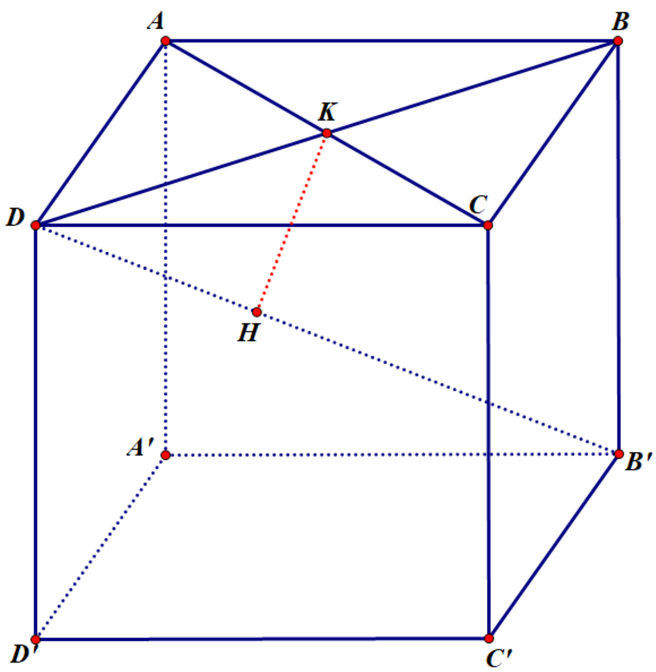
A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **B.** $\frac{1}{\sqrt{6}}$ **C.** 1 **D.** $\sqrt{2}$

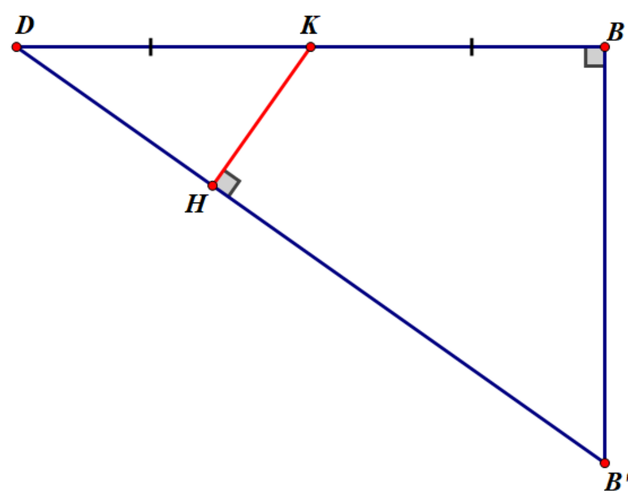
Hướng dẫn

Dễ thấy $AB=1$, hình lập phương này có cạnh bằng 1.



Tìm đường vuông góc chung





Gọi K là giao điểm của AC và BD. Gọi H là hình chiếu của K lên B'D. Ta chứng minh KH là đường vuông góc chung của 2 đường thẳng AC và B'D. Thật vậy

- $KH \perp B'D$ (theo cách dựng)
- AC vuông góc với mặt phẳng BB'D nên AC vuông góc với KH

Việc còn lại là tính KH: $\frac{KH}{KD} = \frac{BB'}{B'D} \Rightarrow \frac{KH}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow KH = \frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$, chọn **B**.

Câu 15: Cho biểu thức $P=\left(\frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}-\frac{x-1}{x-\sqrt{x}}\right)^{10}$ với $x>0, x\neq 1$. Tìm số hạng không chứa *x* trong khai triển nhị thức Newton của *P*.

A. 200 **B.** 100 **C.** 210 **D.** 160

Hướng dẫn giải

Chú ý rằng $\frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}=\frac{\left(\sqrt[3]{x}\right)^3+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}=\sqrt[3]{x}+1$; $\frac{x-1}{x-\sqrt{x}}=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

Do đó $P=\left(\sqrt[3]{x}+1-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}\right)^{10}=\left(\sqrt[3]{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}=\left(x^{\frac{1}{3}}-x^{-\frac{1}{2}}\right)^{10}$

Chú ý: $(a-b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}(-1)^k b^k$, do đó: $P=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^{10-k}(-1)^k\left(x^{-\frac{1}{2}}\right)^k$

Số hạng tổng quát: $C_{10}^k x^{\frac{10-k}{3}}.x^{-\frac{k}{2}}.(-1)^k=C_{10}^k.x^{\frac{20-5k}{6}}.(-1)^k$

$20-5k=0\Leftrightarrow k=4$, do đó số hạng không chứa *x* là $C_{10}^4.(-1)^4=C_{10}^4=210$, chọn **C.**

Câu 16: Điểm thuộc đường thẳng $d: x-y-1=0$ cách đều hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ là

A. $(-1;2)$ **B.** $(0;-1)$ **C.** $(1;0)$ **D.** $(2;1)$

Hướng dẫn giải

Dễ dàng tìm được 2 điểm cực trị: $A(0;2)$ và $B(2;-2)$.

Trung điểm của AB (điểm uốn) là điểm $I(1;0)$, $\overrightarrow{AB}=(2;-4)$, Phương trình đường trung trực của AB:

$d':(x-1)-2y=0\Leftrightarrow x-2y-1=0$

Điểm cần tìm là giao điểm của 2 đường thẳng d và d', đó là điểm có tọa độ $(1;0)$.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số *a* để phương trình $\frac{a}{3^x+3^{-x}}=3^x-3^{-x}$ có nghiệm duy nhất

A. $-1<a<0$ **B.** không tồn tại *a* **C.** $a>0$ **D.** $a\in R$

Hướng dẫn giải

Phương trình tương đương với: $a=\left(3^x+3^{-x}\right)\left(3^x-3^{-x}\right)\Leftrightarrow a=9^x-9^{-x}$.

Đặt $9^x = t$ $(t > 0)$, ta có $9^{-x} = \frac{1}{t}$, phương trình tương đương với: $a = t - \frac{1}{t} \Leftrightarrow t^2 - at - 1 = 0$. Phương trình này luôn có 2 nghiệm trái dấu do $(-1).1 = -1 < 0$, do đó luôn có 1 nghiệm dương duy nhất. Ứng với mỗi nghiệm dương t đó ta tìm được 1 nghiệm dương x duy nhất nên với mọi $a \in R$ đều thỏa mãn điều kiện đề bài.

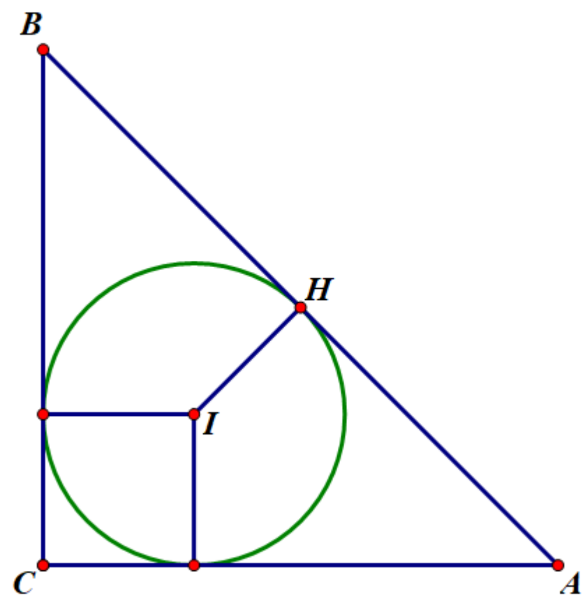
Câu 18: Gọi A, B, C là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác *ABC* bằng

A. $\sqrt{2}$ **B.** 1 **C.** $\sqrt{2} - 1$ **D.** $\sqrt{2} + 1$

Hướng dẫn giải

Dễ dàng tìm được các điểm cực trị là $A(-1;3), B(1;3), C(0;4)$; $AC^2 = BC^2 = 2$; $AB^2 = 4$

Do đó tam giác ABC vuông cân tại C.



Cách 1: Sử dụng công thức: $r = \frac{S}{p}$, có $S = \frac{1}{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2} = 1$, $p = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2} + 2}{2} = 1 + \sqrt{2}$

Do đó $r = \frac{S}{p} = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$, chọn **C.**

Cách 2: $IH + IC = CH$, mà $IH = r, IC = r\sqrt{2}, CH = \frac{1}{2}BC = 1$ nên $r\left(1 + \sqrt{2}\right) = 1$

Câu 19: Cho tứ diện *ABCD*, hỏi có bao nhiêu véctơ khác véctơ $\vec{0}$ mà mỗi véctơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện *ABCD*

A. 4 **B.** 12 **C.** 10 **D.** 8

Hướng dẫn giải

Mỗi cạnh của tứ diện tạo thành 2 véctơ thỏa mãn điều kiện đề bài

Do đó có 6.2=12 véctơ

Câu 20: Tìm tất cả các giá trị của tham số *a* để hàm số $y = x^3 + 3\sqrt{3}ax$ có cực đại, cực tiểu và đường thẳng đi qua các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ

A. $a < 0$ **B.** $a < -1$ **C.** $-1 < a < 0$ **D.** $a > 0$

Hướng dẫn giải

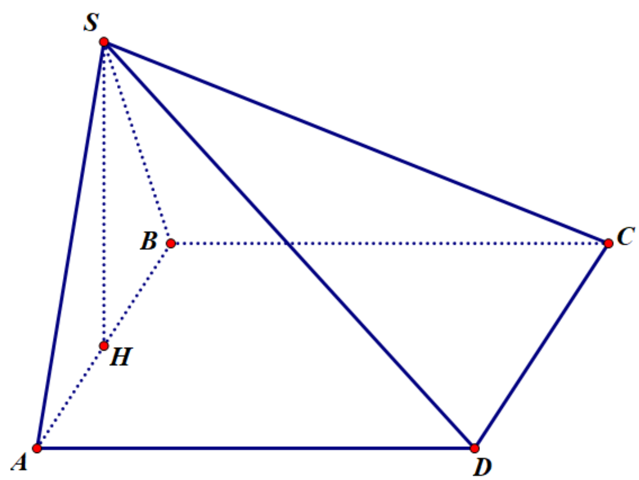
$y' = 3x^2 + 3\sqrt{3}a$. Hàm số có cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow a < 0$.

Chú ý rằng hàm số là hàm lẻ, vì thế đồ thị hàm số có tâm đối xứng là gốc tọa độ, do đó đường thẳng nối cực đại, cực tiểu luôn đi qua gốc tọa độ. Chọn **A.**

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh *a*, mặt bên *SAB* là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. a^3 **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Hướng dẫn giải



Diện tích đáy: $S = a^2$; chiều cao: $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, thể tích: $V = \dfrac{1}{3}S.h = \dfrac{1}{3}a^2.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$, chọn **D.**

Câu 22: Cho $f(x) = 2.3^{\log_{81} x} + 3$. Tính $f'(1)$

A. $f'(1) = -1$ **B.** $f'(1) = \dfrac{1}{2}$ **C.** $f'(1) = 1$ **D.** $f'(1) = \dfrac{-1}{2}$

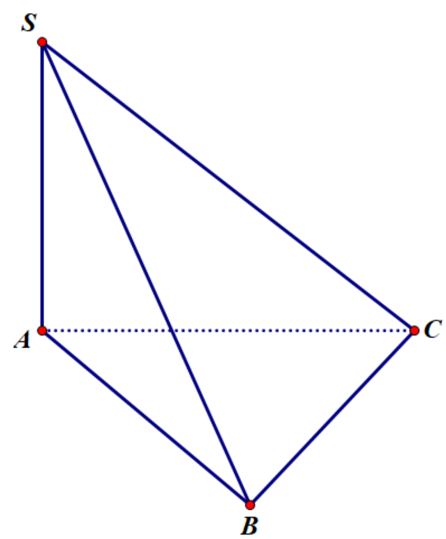
Hướng dẫn giải

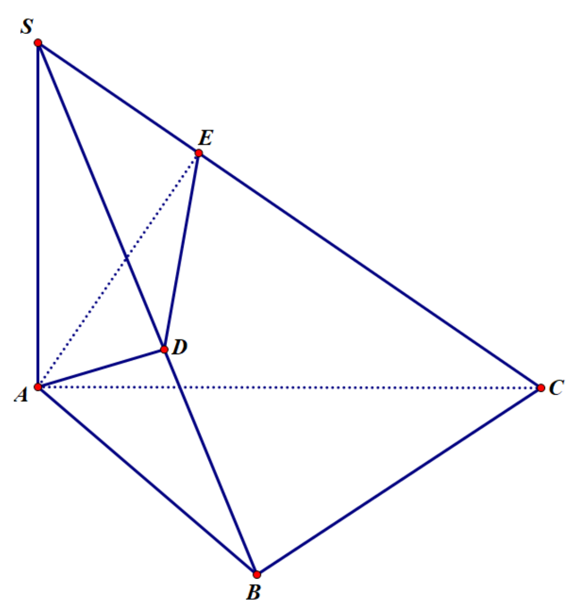
$f'(x) = 2.3^{\log_{81} x}.\ln 3.\dfrac{1}{x\ln 81} = \dfrac{3^{\log_{81} x}}{2x}$, từ đó $f'(1) = \dfrac{1}{2}$, chọn **B.**

Câu 23: Cho hình chóp *S.ABC* có đáy là tam giác vuông cân cạnh bằng *B*, cạnh bên *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = BC = a$ và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và $\left(SBC\right)$ bằng

A. 90^o **B.** 30^o **C.** 60^o **D.** 45^o

Hướng dẫn giải





Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của A lên SB và SC. Ta chỉ ra góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SAC) là góc AED. Thật vậy

Có CB vuông góc với AB và SA nên CB vuông góc với mặt phẳng (SAB), do đó CB vuông góc với AD.

Lại có AD vuông góc với SB nên AD vuông góc với mặt phẳng (SBC) nên AD vuông góc với SC.

Lại có SC vuông góc với AE nên SC vuông góc với mặt phẳng ADE, nên SC vuông góc với DE

Giao tuyến SC vuông góc với ED và EA nên góc tạo bởi 2 mặt phẳng này là góc AED.

Tam giác ADE vuông tại D, dễ dàng tính được $AD=\frac{a}{\sqrt{2}};AE=\frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}}$, $\sin AED=\frac{AD}{AE}=\frac{a}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Do đó góc AED bằng 30°. Chọn **B.**

Câu 24: Cho hai phương trình $\cos 3x-1=0$ (1); $\cos 2x=\frac{-1}{2}$ (2). Tập các nghiệm của phương trình (1) đồng thời là nghiệm của phương trình (2) là

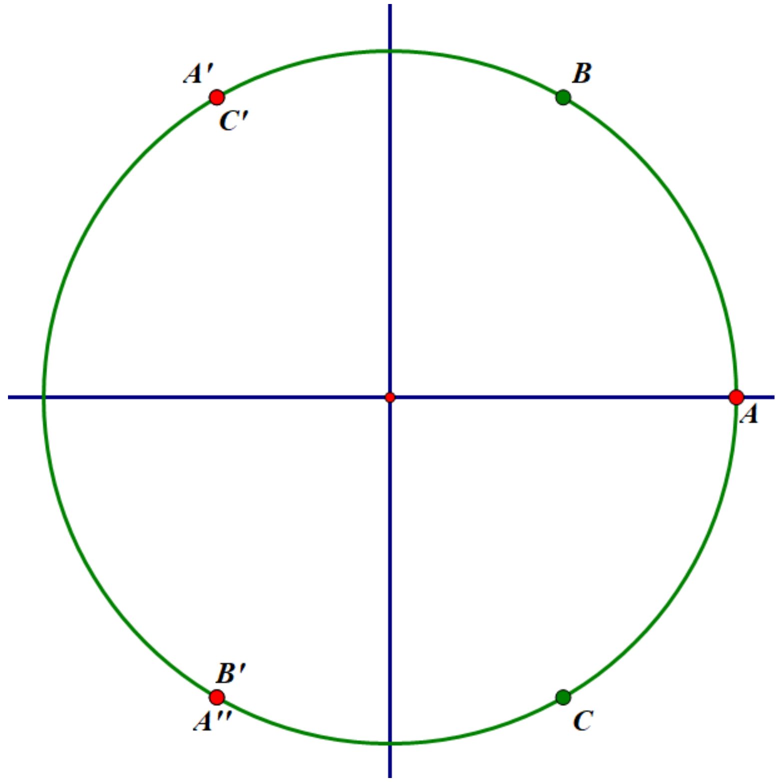
A. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in Z$ **B.** $x=k2\pi,k\in Z$ **C.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in Z$ **D.** $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in Z$

Hướng dẫn giải

Nhận xét: Đây là bài toán kết hợp nghiệm của phương trình lượng giác.

$(1)\Leftrightarrow \cos 3x=1\Leftrightarrow 3x=2k\pi\Leftrightarrow x=k.\frac{2\pi}{3}$;

$$(2)\Leftrightarrow \cos 2x=\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\frac{2\pi}{3}+2k\pi\\2x=-\frac{2\pi}{3}+2k\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k\pi\\x=-\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.$$



Đường tròn đơn vị cho thấy đáp án là **D.**

Câu 25: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{5+x}-1}{x^2+4x}$

A. $x=0$ **B.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

C. $x=-4$ **D.** $x=0, x=-4$

Hướng dẫn giải

Kiến thức cơ bản cần nắm vững:

Đường thẳng $x=x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu có ít nhất một trong 4 điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x\to x_0^-} f(x)=+\infty; \lim_{x\to x_0^+} f(x)=+\infty$$
$$\lim_{x\to x_0^-} f(x)=-\infty; \lim_{x\to x_0^+} f(x)=-\infty$$

Chú ý rằng: Nếu đồ thị có tiệm cận đứng thì tiệm cận đó chỉ có thể là $x=0$ hoặc $x=-4$.

Dễ thấy $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{\sqrt{5+x}-1}{x(x+4)}=\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{\frac{5+x-1}{\sqrt{5+x}+1}}{x(x+4)}=\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{x+4}{x(x+4)\left(\sqrt{5+x}+1\right)}=\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{1}{x\left(\sqrt{5+x}+1\right)}=\dfrac{-1}{8}$

Chọn A.

Câu 26: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức Newton $\left(x\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$, biết tổng các hệ số của khai triển bằng 128

A. 37 **B.** 36 **C.** 35 **D.** 38

Hướng dẫn giải

Chú ý: $(a+b)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k$

$$\left(x^{\frac{3}{2}}+x^{-\frac{1}{3}}\right)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k\left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{n-k}.\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k=\sum_{k=0}^{n}C_n^k.x^{\frac{3}{2}(n-k)-\frac{1}{3}k}=\sum_{k=0}^{n}C_n^k.x^{\frac{9n-11k}{6}}$$

Theo đề bài, tổng các hệ số của khai triển bằng 128 $\Rightarrow\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k=128$.

Chú ý rằng $(1+1)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k.1^{n-k}.1^k=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k$, do đó $2^n=128\Rightarrow n=7$.

Ta có: $\dfrac{9n-11k}{6}=5\Leftrightarrow\dfrac{9.7-11k}{6}=5\Leftrightarrow k=3$

Do đó hệ số của x^5 là $C_7^3=35$, chọn **C.**

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}\dfrac{4x+6}{x}\ge 0$ là

A. $\left(-2,\dfrac{-3}{2}\right]$ **B.** $\left[-2,\dfrac{-3}{2}\right]$ **C.** $\left(-2;\dfrac{-3}{2}\right)$ **D.** $\left[-2,\dfrac{-3}{2}\right)$

Hướng dẫn giải

Bất phương trình tương đương với: $\log_{\frac{1}{5}}\dfrac{4x+6}{x}\ge\log_{\frac{1}{5}}1\Leftrightarrow 0<\dfrac{4x+6}{x}\le 1\Leftrightarrow -4<\dfrac{6}{x}\le -3$

$\Leftrightarrow -2\le x<-\dfrac{3}{2}$, chọn **D.**

Chú ý: Nếu a,b là 2 số thỏa mãn $a>0,a\ne 1$ và $b>0$, ta có $\begin{cases}\log_a b\ge 0\Leftrightarrow(a-1)(b-1)\ge 0\\ \log_a b\le 0\Leftrightarrow(a-1)(b-1)\le 0\end{cases}$

Câu 28: Cho $f(x)=x.e^{-3x}$, tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)>0$ là

A. $(0,1)$ **B.** $\left(0,\dfrac{1}{3}\right)$ **C.** $\left(-\infty,\dfrac{1}{3}\right)$ **D.** $\left(\dfrac{1}{3},+\infty\right)$

Hướng dẫn giải

TXĐ: R

Ta có: $f'(x)=e^{-3x}+e^{-3x}.(-3).x=e^{-3x}(1-3x)$, $f'(x)>0\Leftrightarrow 1-3x>0\Leftrightarrow x<\frac{1}{3}$, chọn **C.**

Câu 29: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+1$ tại các điểm có tung độ bằng 5 là

A. $y=20x-35$ 　　**B.** $y=-20x-35; y=20x+35$

C. $y=-20x+35$ 　　**D.** $y=20x-35; y=-20x-35$

Hướng dẫn giải

$$y=5\Leftrightarrow x^4-3x^2+1=5\Leftrightarrow x^4-3x^2-4=0\Leftrightarrow (x^2+1)(x^2-4)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$$

Kiến thức cần nhớ: Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại $x=x_0$, tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại x_0 có phương trình $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.

$y'=4x^3-6x$

$x_0=2$, ta có tiếp tuyến: $y=y'(2)(x-2)+y(2)=20(x-2)+5=20x-35$

$x_0=-2$, ta có tiếp tuyến: $y=y'(-2)(x+2)+y(-2)=-20(x+2)+5=-20x-35$

Chọn **D.**

Câu 30: Số nghiệm thuộc khoảng $(0;3\pi)$ của phương trình $\cos^2 x+\frac{5}{2}\cos x+1=0$ là

A. 2 　　**B.** 4 　　**C.** 3 　　**D.** 1

Hướng dẫn giải

Phương trình tương đương với: $(2\cos x+1)(\cos x+2)=0\Leftrightarrow \cos x=-\frac{1}{2}$

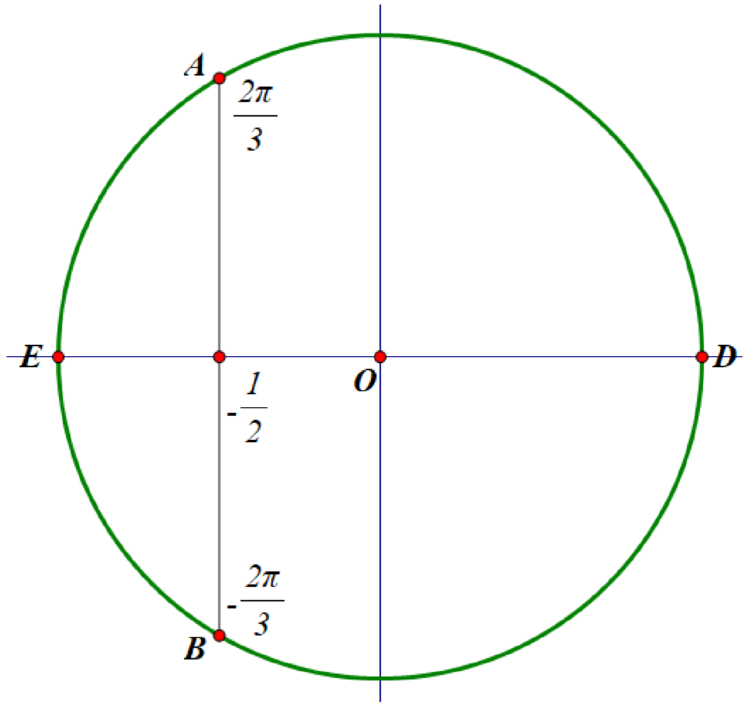
Hướng 1: $\cos x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow \cos x=\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right., k\in Z$

+) $x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi$, ta có: $0<\frac{2\pi}{3}+k2\pi<3\pi\Leftrightarrow -\frac{1}{3}<k<\frac{7}{6}\Leftrightarrow k\in\{0;1\}$

+) $x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi$, ta có: $0<-\frac{2\pi}{3}+k2\pi<3\pi\Leftrightarrow \frac{1}{3}<k<\frac{11}{6}\Leftrightarrow k=1$

Do đó trong khoảng $(0;3\pi)$, phương trình có 3 nghiệm. Chọn **C.**

Hướng 2:



Câu 31: Tổng của n số hạng đầu tiên của một dãy số $(a_n), n \ge 1$ là $S_n = 2n^2 + 3n$. Khi đó

A. (a_n) là cấp số cộng với công sai bằng 1

B. (a_n) là cấp số cộng với công sai bằng 4

C. (a_n) là cấp số nhân với công bội bằng 1

D. (a_n) là cấp số nhân với công bội bằng 4

Hướng dẫn giải

Nhắc lại kiến thức cơ bản

- Cấp số cộng (a_n) có công sai d, phần tử đầu là a_1 thì số hạng tổng quát: $a_n = a_1 + (n-1)d$

  Tổng của n số hạng đầu của cấp số cộng: $S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$
- Cấp số nhân (a_n) có công bội q, phần tử đầu là a_1 thì số hạng tổng quát là $a_n = a_1.q^{n-1}$

  Tổng của n số hạng đầu của cấp số nhân: $S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n = \frac{a_1(1-q^{n+1})}{1-q}$

Trở lại bài toán

Dễ thấy (a_n) phải là cấp số cộng. Ta có: $\frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} = 2n^2 + 3n \Leftrightarrow n(nd + 2a_1 - d) = n(4n+6)$

Đồng nhất hệ số: $\begin{cases} d = 4 \\ 2a_1 - d = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 4 \\ a_1 = 5 \end{cases}$, **Chọn B.**

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > 3^{-x}$ là

A. $(1,2)$ **B.** $(2,+\infty)$ **C.** $[2,+\infty)$ **D.** $(1,2]$

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x \geq -2$

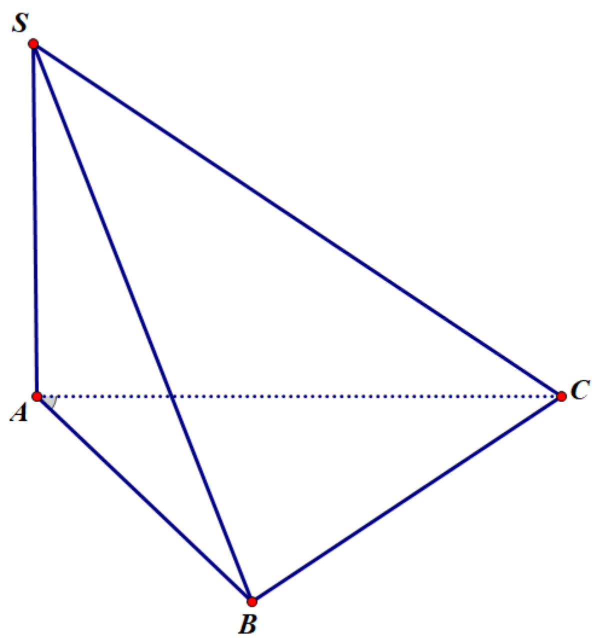
Bất phương trình tương đương với: $3^{-\sqrt{x+2}} > 3^{-x} \Leftrightarrow -\sqrt{x+2} > -x \Leftrightarrow \sqrt{x+2} < x \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x+2 < x^2 \end{cases}$

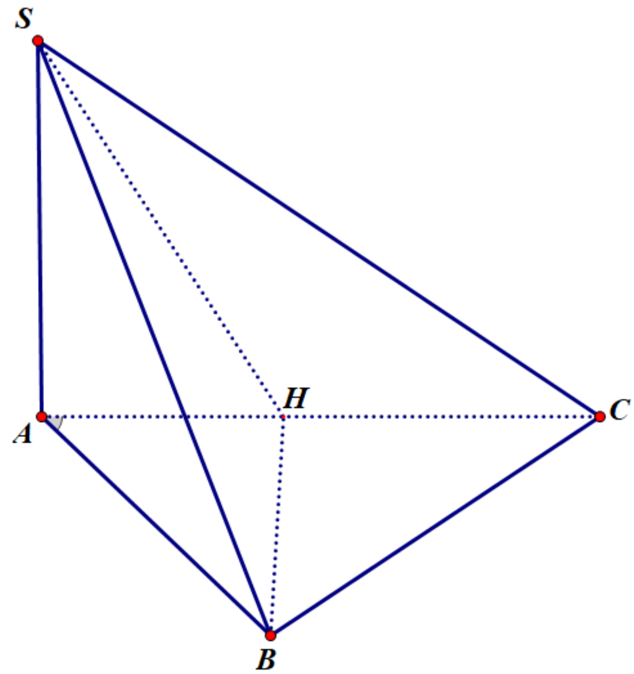
$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (x+1)(x-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$, chọn đáp án **B.**

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại *B*, cạnh bên *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = 2a, BAC = 60^o$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng *SB* và mặt phẳng *(SAC)* bằng

A. 45^o **B.** 30^o **C.** 60^o **D.** 90^o

Hướng dẫn giải





Gọi H là hình chiếu của B lên AC, dễ dàng chứng minh BH vuông góc với mặt phẳng (SAC), do đó góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) là góc BSH.

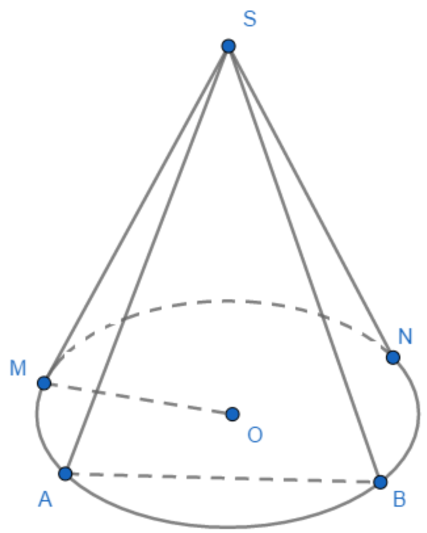
Tam giác ABH vuông tại H, $BH = AB.\sin 60^o = 2a.\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}a$; $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{2a^2 + 4a^2} = \sqrt{6}a$

Tam giác SBH vuông tại H, $\sin HSB = \frac{BH}{SB} = \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{6}a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow HSB = 45^o$, **Chọn A.**

Câu 34: Cho hình nón có đỉnh *S*, đáy là hình tròn tâm *O*, bán kính $R = 3cm$, góc ở đỉnh của hình nón là $\varphi = 120^o$. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng qua đỉnh *S* tạo thành tam giác đều *SAB*, trong đó *A*, *B* thuộc đường tròn đáy. Diện tích của tam giác *SAB* bằng

A. $3\sqrt{3}cm^2$ **B.** $6\sqrt{3}cm^2$ **C.** $6cm^2$ **D.** $3cm^2$

Hướng dẫn giải



Theo đề bài, góc ở đỉnh hình nón bằng 120^o và bán kính đáy bằng $3cm$ nên ta tính được độ dài đường sinh: $SA = \dfrac{R}{\sin 60^o} = 3.\dfrac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$. Tam giác SAB là tam giác đều nên $S = \dfrac{\sqrt{3}}{4}SA^2 = \dfrac{\sqrt{3}}{4}.\left(2\sqrt{3}\right)^2 = 3\sqrt{3}$

Chọn A.

Câu 35: Tìm số đo ba góc của một tam giác cân, biết rằng số đo của một góc là nghiệm của phương trình $\cos 2x = \dfrac{-1}{2}$

A. $\left\{\dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{6}\right\}$

B. $\left\{\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}\right\}$

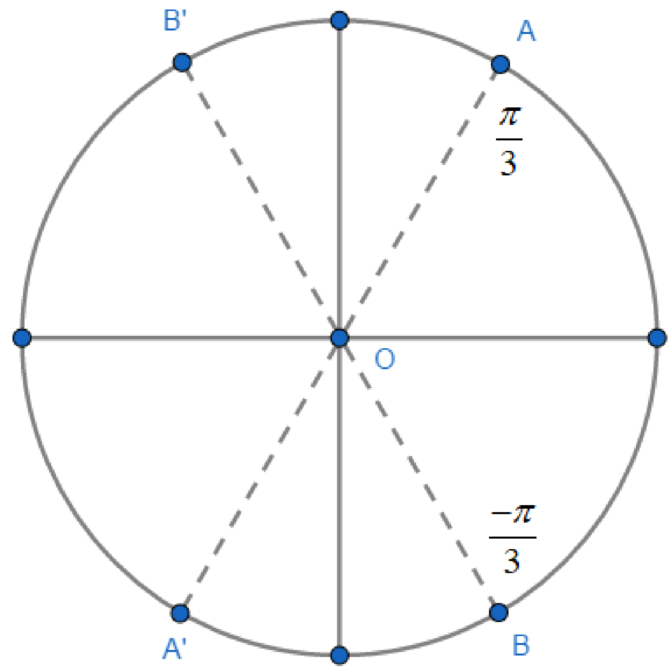
C. $\left\{\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}\right\}; \left\{\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{2}\right\}$

D. $\left\{\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}\right\}; \left\{\dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{6}\right\}$

Hướng dẫn giải

Ta có: $\cos 2x = \cos\dfrac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.$

Biểu diễn nghiệm trên đường tròn đơn vị, chú ý rằng x là số đo góc trong một tam giác nên $0 < x < \pi$.

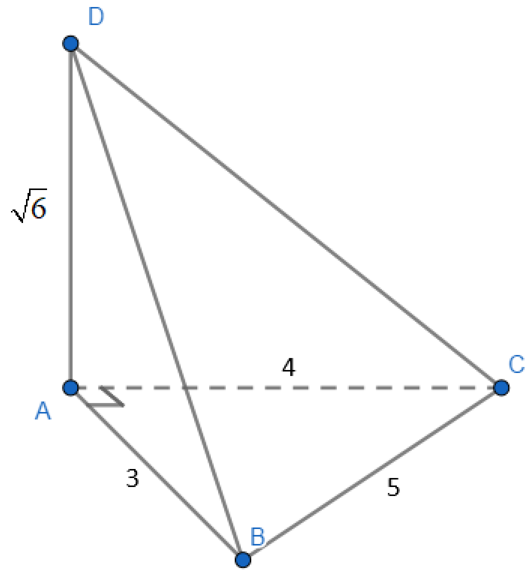


Dễ thấy $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} \end{array}\right.$, tam giác ABC cân nên **Chọn D.**

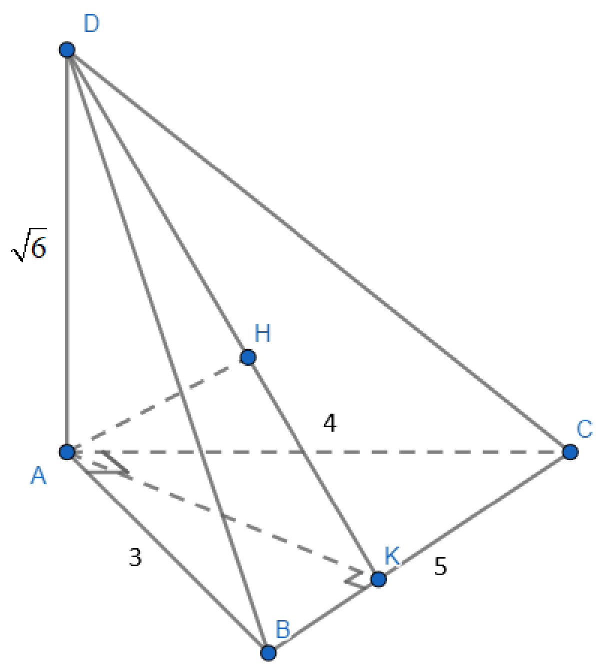
Câu 36: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh DA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $AB = 3cm, AC = 4cm, AD = \sqrt{6}cm, BC = 5cm$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng

A. $\frac{12}{5}cm$ **B.** $\frac{12}{7}cm$ **C.** $\sqrt{6}cm$ **D.** $\frac{6}{\sqrt{10}}cm$

Hướng dẫn giải



Chú ý: *Nếu 3 đường thẳng AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau tại A thì khoảng cách từ A tới mặt phẳng BCD tính theo công thức:* $\dfrac{1}{h^2}=\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{AC^2}+\dfrac{1}{AD^2}$

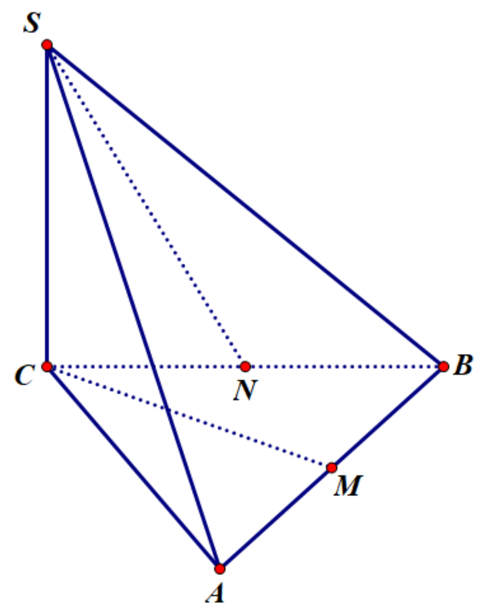


Do đó: $\dfrac{1}{h^2}=\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{AC^2}+\dfrac{1}{AD^2}=\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{4^2}+\dfrac{1}{6}=\left(\dfrac{7}{12}\right)^2 \Rightarrow h=\dfrac{12}{7}$, **Chọn B.**

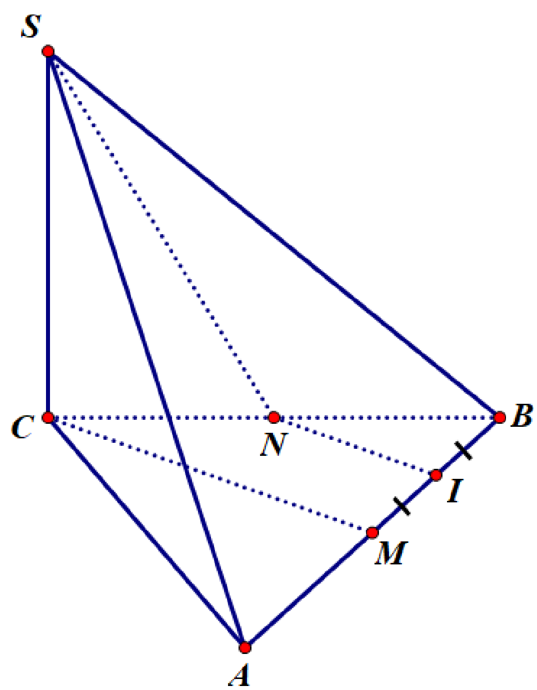
Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a=4\sqrt{2}cm$, cạnh bên SC vuông góc với đáy và $SC=2cm$. Gọi *M, N* là trung điểm của *AB* và *BC.* Góc giữa hai đường thẳng *SN* và *CM* là

A. 45^o	**B.** 30^o	**C.** 60^o	**D.** 90^o

Hướng dẫn giải



Dựng hình:



Gọi I là trung điểm của BM, khi đó NI//CM nên góc giữa SN và CM là góc giữa 2 đường thẳng SN và NI.

Ta có: $SN^2 = SC^2 + CN^2 = 4 + 8 = 12$; $NI^2 = \frac{1}{4}CM^2 = \frac{1}{4}.\frac{3}{4}CB^2 = 6$;

$$SI^2 = SM^2 + MI^2 = SA^2 - AM^2 + \frac{1}{4}AM^2 = SC^2 + CA^2 - \frac{3}{4}AM^2 = 4 + 32 - \frac{3}{4}.8 = 30$$

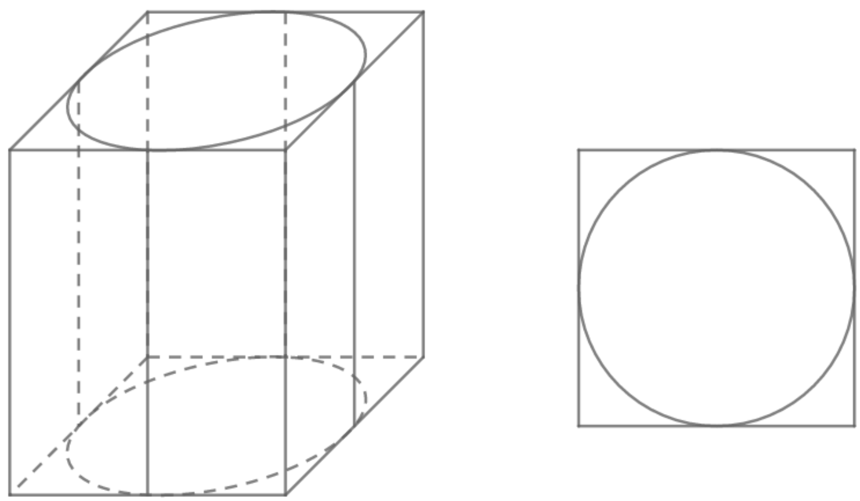
Áp dụng định lý hàm số cos vào tam giác SNI: $\cos SNI = \dfrac{SN^2 + NI^2 - SI^2}{2SN.NI} = \dfrac{12+6-30}{2.\sqrt{12.6}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Do đó $SNI = 135^o \Rightarrow$ góc tạo bởi đường thẳng SN và CM là 45°. **Chọn A.**

Câu 38: Cần đẽo thanh gỗ hình hộp có đáy là hình vuông thành hình trụ có cùng chiều cao. Tỉ lệ thể tích gỗ cần phải đẽo đi ít nhất (tính gần đúng) là

A. 21% **B.** 11% **C.** 50% **D.** 30%

Hướng dẫn giải



Để lượng gỗ cần đẽo ít nhất thì hình tròn đáy hình trụ phải có diện tích lớn nhất, điều này xảy ra khi đường tròn này tiếp xúc với các cạnh của hình vuông đáy hình hộp. $\Leftrightarrow R = \dfrac{a}{2}$.

Diện tích đáy hình trụ: $S_1 = \pi R^2$. Diện tích đáy hình hộp: $S_2 = a^2 = 4R^2$

Chiều cao bằng nhau nên tỉ lệ thể tích: $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{\pi}{4}$.

Tỉ lệ thể tích cần đẽo ít nhất: $1 - \dfrac{\pi}{4}$, xấp xỉ 21%. **Chọn A.**

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(-3;0;0)$, $B(0;0;3)$, $C(0;-3;0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Tìm trên (P) điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất

A. $M(3;3;-3)$ **B.** $M(-3;-3;3)$ **C.** $M(3;-3;3)$ **D.** $M(-3;3;3)$

Hướng dẫn giải

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Khi đó:

$$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)=\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{MI}$$

Do đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MI}\right|=MI$.

- Bước 1: Tìm tọa độ điểm I.
- Bước 2: Tìm chân đường vuông góc hạ từ I xuống mặt phẳng *(P)*, điểm đó là điểm cần tìm.

Bước 1: Gọi $I\left(a,b,c\right)$. Ta có: $\overrightarrow{IA}=\left(-3-a,-b,-c\right)$, $\overrightarrow{IB}=\left(-a,-b,3-c\right)$, $\overrightarrow{IC}=\left(-a,-3-b,-c\right)$

Do đó: $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\left(-3-a,3-b,3-c\right)$

$$\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}-3-a=0\\3-b=0\\3-c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-3\\b=3\\c=3\end{cases}\Rightarrow I\left(-3;3;3\right)$$

Bước 2: Đường thẳng qua *I* vuông góc với mặt phẳng *(P)* có véctơ chỉ phương $\left(1;1;1\right)$ nên có phương trình tham số: $\begin{cases}x=-3+t\\y=3+t\\z=3+t\end{cases}$. Giao điểm của đường thẳng này và *(P)* là điểm M cần tìm.

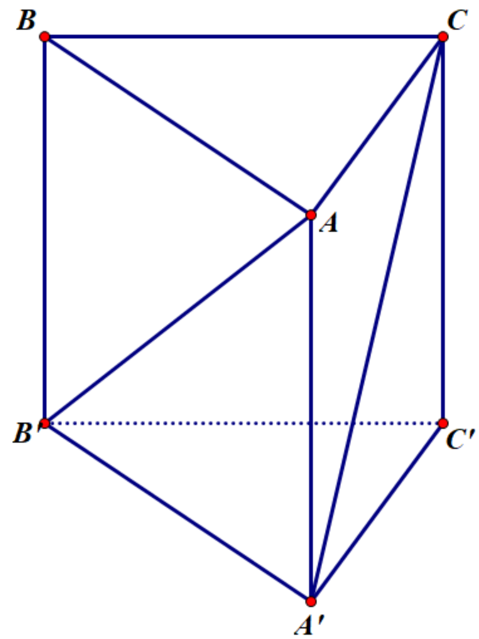
$-3+t+3+t+3+t-3=0\Leftrightarrow 3t=0\Leftrightarrow t=0$, do đó $M\left(-3;3;3\right)$, trùng với điểm *I*.

Giá trị nhỏ nhất bằng 0, **Chọn D.**

Câu 40: Cho hình lăng trụ đứng *ABC.A'B'C'* có đáy là tam giác vuông cân tại *A*, $AB=AC=a, AA'=\sqrt{2}a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình tứ diện *AB'A'C* là

A. $\dfrac{4\pi a^3}{3}$ **B.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$ **C.** $4\pi a^3$ **D.** πa^3

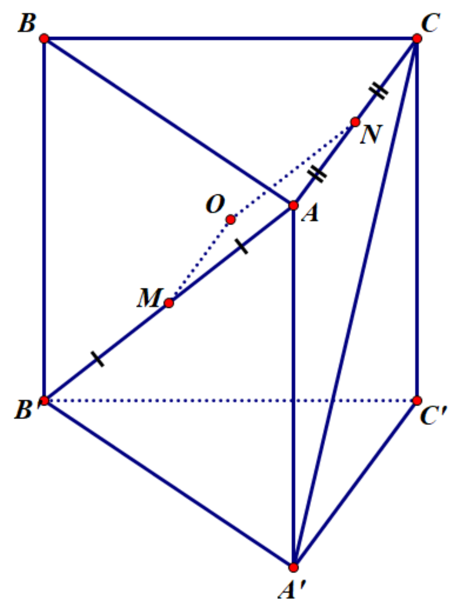
Hướng dẫn giải



Nhận xét: Tứ diện $AB'A'C$ có đáy $AA'B'$ là tam giác vuông tại A', $AA'=\sqrt{2}a, A'B'=a$.

$CA\perp(AA'B'), CA=a$

Cách xác định bán kính hình cầu ngoại tiếp tứ diện S.ABC



- Bước 1: Xác định tâm I đường tròn ngoại tiếp tam giác đáy ABC
- Bước 2: Xác định đường thẳng đi qua I, vuông góc với đáy ABC
- Bước 3: Mặt phẳng trung trực của đường thẳng SA (hoặc SB, SC) cắt đường thẳng này tại đâu thì đó là tâm O của khối cầu ngoại tiếp tứ diện.

Bước 1: Tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác vuông AA'B' là điểm M là trung điểm của AB'

Bước 2: Đường thẳng qua M vuông góc với mặt phẳng (AA'B') là đường thẳng qua M song song với AC

Bước 3: Mặt phẳng trung trực của AC cắt đường thẳng này tại O. Bán kính của khối cầu ngoại tiếp hình chóp là độ dài đoạn OA.

Dễ thấy tứ giác $ANOM$ là hình chữ nhật. Có $AN=\frac{1}{2}AC=\frac{a}{2}$,

$$AM=\frac{1}{2}AB'=\frac{1}{2}\sqrt{AA'^2+A'B'^2}=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+a^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

Do đó: $OA=MN=\sqrt{AM^2+AN^2}=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{3a^2}{4}}=a$

Do đó: $V=\frac{4}{3}\pi.R^3=\frac{4}{3}\pi.a^3$, **Chọn A.**

Câu 41: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{\sqrt{x+24}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+24}-\sqrt{x}}<\frac{27}{8}.\frac{12+x-\sqrt{x^2+24x}}{12+x+\sqrt{x^2+24x}}$ là

A. $0\le x\le 1$ **B.** $x\ge 0$ **C.** $0\le x<\frac{1}{2}$ **D.** $0\le x<1$

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x\ge 0$

Bất phương trình tương đương với: $\frac{x+12+\sqrt{x^2+24x}}{12}<\frac{27}{8}.\frac{x+12-\sqrt{x^2+24x}}{x+12+\sqrt{x^2+24x}}$

$$\Leftrightarrow\left(x+12+\sqrt{x^2+24x}\right)^2<\frac{81}{2}\left(x+12-\sqrt{x^2+24x}\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(x+12+\sqrt{x^2+24x}\right)^3<\frac{81}{2}\left[\left(x+12\right)^2-\left(x^2+24x\right)\right]$$

$$\Leftrightarrow\left(x+12+\sqrt{x^2+24x}\right)^3<\frac{81}{2}.144$$

$$\Leftrightarrow x+12+\sqrt{x^2+24x}<18$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{x^2+24x}<6-x$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+24x<(6-x)^2\\0\le x<6\end{cases}\Leftrightarrow 0\le x<1$$, **Chọn D.**

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;0)$, $C(-2;0;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $4x+2y-z+4=0$ **B.** $4x+2y+z-4=0$ **C.** $4x-2y-z+4=0$ **D.** $4x-2y+z+4=0$

Hướng dẫn giải

Giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng *(ABC)* là đường thẳng *AH*.

Mà *BC* vuông góc với *AH* nên *BC* vuông góc với mặt phẳng *(P)*.

Do đó mặt phẳng *(P)* có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{BC}=(-4,2,1)$ và qua $A(0;1;2)$ nên phương trình mặt phẳng *(P)*: $-4x+2(y-1)+(z-2)=0 \Leftrightarrow 4x-2y-z+4=0$, **Chọn C.**

Câu 43: Khoảng cách từ gốc tọa độ đến giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ bằng

A. $\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{5}$ **C.** 5 **D.** $\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

Tiệm cận đứng: $x=-1$, tiệm cận ngang: $y=2$

Giao điểm của 2 đường tiệm cận: $(-1;2)$

Khoảng cách từ O đến giao điểm 2 đường tiệm cận: $OI=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$, **Chọn B.**

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz* cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\dfrac{\sqrt{14}}{3}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{14}}{4}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$ **D.** $\sqrt{14}$

Hướng dẫn giải

Công thức nên nhớ:

Cho tứ diện *OABC* có *OA, OB, OC* đôi một vuông góc. Khi đó, bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện *OABC* là: $R=\dfrac{\sqrt{OA^2+OB^2+OC^2}}{2}$.

Áp dụng: Dễ thấy $OA=1, OB=2, OC=3$ và OA, OB, OC đôi một vuông góc nên

$R=\dfrac{\sqrt{OA^2+OB^2+OC^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{1^2+2^2+3^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$, **Chọn C.**

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho các điểm $A(0;0;-2), B(4;0;0)$. Mặt cầu *(S)* có bán kính nhỏ nhất, đi qua *O, A, B* có tâm là

A. $I(2;0;-1)$ **B.** $I(0;0;-1)$ **C.** $I(2;0;0)$ **D.** $I\left(\dfrac{4}{3};0;-\dfrac{2}{3}\right)$

Hướng dẫn giải

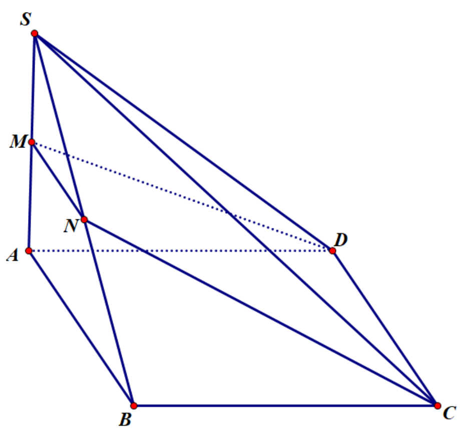
Kiến thức nên nhớ: Trong không gian cho 3 điểm *A, B, C* không thẳng hàng. Mặt cầu *(S)* có bán kính nhỏ nhất, đi qua 3 điểm *A, B, C* có tâm trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC.*

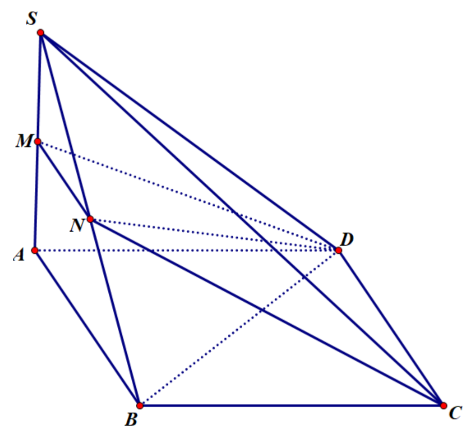
Tam giác *OAB* là tam giác vuông tại *O*, do đó tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác này là trung điểm của *AB*, là điểm $I(2;0;-1)$. **Chọn A.**

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên *SA* vuông góc với đáy. Gọi *M, N* là trung điểm của *SA, SB.* Mặt phẳng *MNCD* chia hình chóp đã cho thành hai phần. Tỉ số thể tích hai phần *S.MNCD* và *MNABCD* là

A. $\frac{3}{4}$ **B.** $\frac{3}{5}$ **C.** $\frac{4}{5}$ **D.** 1

Hướng dẫn giải





Ta có: $\frac{V_{S.MND}}{V_{S.ABD}}=\frac{SM.SN.SD}{SA.SB.SD}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{S.MND}=\frac{1}{4}V_{S.ABD}=\frac{1}{8}V_{S.ABCD}$

Lại có: $\frac{V_{S.NDC}}{V_{S.BDC}}=\frac{SC.SN.SD}{SC.SB.SD}=\frac{1}{2}\Rightarrow V_{S.NDC}=\frac{1}{2}V_{S.BDC}=\frac{1}{4}V_{S.ABCD}$

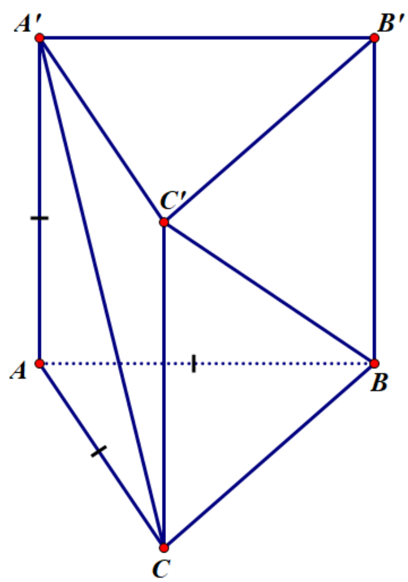
Do đó: $V_{S.MNCD}=V_{S.MND}+V_{S.NDC}=\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{4}\right)V_{S.ABCD}=\frac{3}{8}V_{S.ABCD}$, $V_{MNABCD}=\frac{5}{8}V_{S.ABCD}$

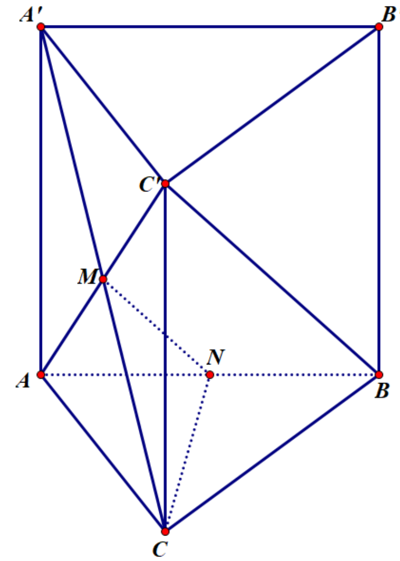
Do đó $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{5}$, **Chọn B.**

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz* cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(0;0;0), B(2;0;0), C(0;2;0), A'(0;0;2)$. Góc giữa BC' và $A'C$ bằng

A. 90^o **B.** 60^o **C.** 30^o **D.** 45^o

Hướng dẫn giải





Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AC' và AB.

Dễ thấy MN là đường trung bình của tam giác ABC' nên $MN // BC'$.

Cần tính góc CMN. Có $CM = \frac{1}{2}CA' = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 + AA'^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2}$

$CN = \sqrt{AC^2 + AN^2} = \sqrt{2^2 + \frac{AB^2}{4}} = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}$,

$MN = \frac{1}{2}BC' = \frac{1}{2}\sqrt{BC^2 + CC'^2} = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 + AB^2 + AA'^2} = \frac{1}{2}\sqrt{3.2^2} = \sqrt{3}$

Do đó tam giác CMN vuông tại M (theo định lý Pitago đảo) nên góc CMN bằng 90^o, **Chọn A.**

Câu 48: Tìm tất cả các giá trị của tham số *a* để phương trình sau có nghiệm duy nhất

$\log_3 x^2 + a\sqrt{\log_3 x^8} + a + 1 = 0$

A. $a = 1$ **B.** $a < -1$ **C.** không tồn tại *a* **D.** $a < 1$

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x^8 \geq 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{array}\right.$

Nhận thấy nếu phương trình có nghiệm x_0 thì phương trình cũng có nghiệm $-x_0$. Mà $x_0 \neq 0$ nên x_0 và $-x_0$ là 2 nghiệm phân biệt. Do đó phương trình không thể có nghiệm duy nhất. **Chọn C.**

Câu 49: Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 1$ bằng

A. $\dfrac{10\sqrt{6}}{3}$	**B.** $\dfrac{10}{3}$	**C.** $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$	**D.** $\dfrac{10\sqrt{6}}{9}$

Hướng dẫn giải

Ta có: $y'=3x^2-2=3\left(x-\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)\left(x+\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)$

Với $x=\sqrt{\dfrac{2}{3}}, y=\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{2}{3}}-2\sqrt{\dfrac{2}{3}}+1=1-\dfrac{4}{3}\sqrt{\dfrac{2}{3}}$, ta có điểm $A\left(\sqrt{\dfrac{2}{3}};1-\dfrac{4}{3}\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)$

Điểm uốn: $y''=6x=0\Leftrightarrow x=0$, khi đó $y=1$, điểm $I(0;1)$

Khoảng cách 2 điểm cực trị là $2AI=2.\sqrt{\dfrac{2}{3}+\left(-\dfrac{4}{3}\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)^2}=\dfrac{10\sqrt{6}}{9}$, **Chọn D.**

Câu 50: Một người làm vườn có 12 cây giống gồm 6 cây xoài, 4 cây mít và 2 cây ổi. Người đó muốn chọn ra 6 cây giống để trồng. Tính xác suất để 6 cây được chọn, mỗi loại có đúng 2 cây

A. $\dfrac{1}{8}$	**B.** $\dfrac{25}{154}$	**C.** $\dfrac{1}{10}$	**D.** $\dfrac{15}{154}$

Hướng dẫn giải

Số cách chọn 2 xoài, 2 mít và 2 ổi: $C_6^2.C_4^2.C_2^2=90$

Không gian mẫu: $C_{12}^6=924$

Xác suất: $\dfrac{90}{924}=\dfrac{15}{154}$, **Chọn D.**

VIDEO CHỮA ĐỀ

- Phần 1 (từ câu 1 tới câu 10) tại đây: https://goo.gl/gxoVMQ
- Phần 2 (từ câu 11 tới câu 20) tại đây: https://goo.gl/HY7ij8
- Phần 3 (từ câu 21 tới câu 35) tại đây: https://goo.gl/9auNmB
- Phần 4 (từ câu 36 tới câu 50) tại đây: https://youtu.be/MWtKNkXY4A0