ĐỀ PHÁT TRIỂN MINH HỌA BGD

ĐỀ VIP 07 (DC4)

KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT

NĂM HỌC 2024-2025

MÔN THI: TOÁN

PHẦN I.Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3$ là

A. $4x^4+C$. **B.** $3x^2+C$. **C.** x^4+C. **D.** $\frac{1}{4}x^4+C$.

Câu 2. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x, y=0, x=0$ và $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi\int_0^1 e^{2x}dx$. **B.** $\pi\int_0^1 e^{x}dx$ **C.** $\int_0^1 e^{x}dx$. **D.** $\int_0^1 e^{2x}dx$.

Câu 3. Cho mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau

Nhóm	Tần số
$[25;35)$	10
$[35;45)$	7
$[45;55)$	5
$[65;75)$	9
$[75;85)$	9
	$n=40$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)là:

A. 15,1. **B.** 15,0. **C.** 14,8. **D.** 14,9.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua $A(-1;-1;1)$ và có một một vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;3)$ là:

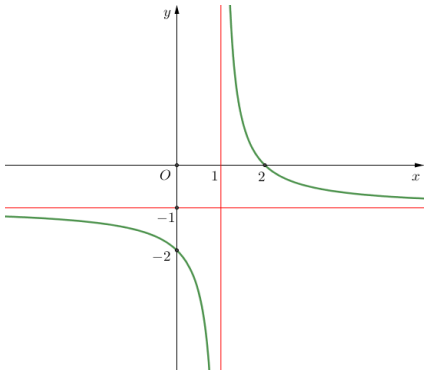
A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{3}$. **B.** $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{1}$.

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:



A. $y=1$. **B.** $x=-1$.

C. $x=1$. **D.** $y=-1$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1)<\log_5(x+2)$ là

A. $S=(3;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;3)$. **C.** $S=\left(\dfrac{1}{2};3\right)$. **D.** $S=(-2;3)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_4}=(-2;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(3;-1;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(-2;1;-1)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA\perp(ABCD)$. Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAB). **B.** (SBC). **C.** (SCD). **D.** (SBD).

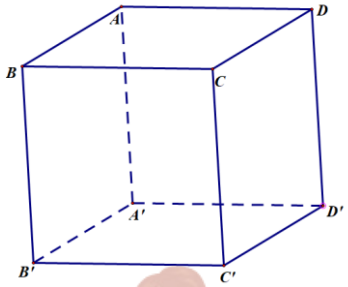
Câu 9. Nghiệm phương trình $\log_2 x=3$ là:

A. $x=3$. **B.** $x=6$. **C.** $x=8$. **D.** $x=5$.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2=3, u_3=5$. Công sai d của cấp số cộng là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau:



A. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$. **B.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x+1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{x^2+4}$.

a) $f(24)=\dfrac{9}{116}$.

b) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận ngang.

c) Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x=4$.

d) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a;b]$ thì $3a+4b=5$.

Câu 2: Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\dfrac{1}{100}t^2+\dfrac{13}{30}t\,(\text{m/s})$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng $a\,(\text{m/s}^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A.

e) $v_B(t)=at$

f) Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là $\dfrac{375}{2}m$.

g) Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là $\dfrac{225a}{2}m$.

h) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $25\,(\text{m/s})$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-6x+4y-2z+5=0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-3;2;-1)$ và bán kính $R=3$.

b) Gốc tọa độ $O(0;0;0)$ nằm trong mặt cầu (S).

c) Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là 1.

d) Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y-z=0$.

Câu 4: Ở huyện Đông Anh, Hà Nội, vào tháng 7, người ta đo được xác suất để có mưa vào thứ hai là x^2. Nếu trời có mưa vào thứ hai thì xác suất để có mưa vào thứ ba là $\dfrac{1}{4}x$. Nếu thứ hai không có mưa thì xác suất để có mưa vào thứ ba là x.

a) Biểu thức theo biến x cho biết xác suất để mưa sẽ rơi vào cả thứ hai và thứ ba là $2x^3$.

b) Khả năng trời sẽ có mưa vào cả thứ hai và thứ ba là 25% khi $x=0,5$.

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

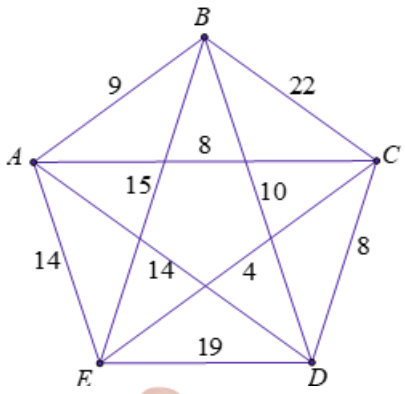
c) Biểu thức theo biến x, cho biết xác suất để trời sẽ mưa vào thứ ba là $x+x^2-\dfrac{3x^3}{4}$.

d) Xác suất để có mưa vào thứ hai với điều kiện của biến x thỏa mãn xác suất trời sẽ mưa vào thứ ba lớn nhất bằng $\dfrac{1}{6}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Ông An muốn thiết kế một mái che giếng trời hình chóp di động để có thể tùy thích lấy ánh sáng cho ngôi nhà của mình. Biết rằng đáy hình chóp là hình chữ nhật có độ dài hai cạnh đáy là $3m$ và $2m$; các cạnh bên bằng nhau (như hình vẽ minh họa). Ông An mong muốn góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy là α thỏa mãn $30^0 \le \alpha \le 45^0$, đồng thời khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SBC) là lớn nhất, tính khoảng cách lớn nhất đó. (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

Câu 2: Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A,B,C,D,E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



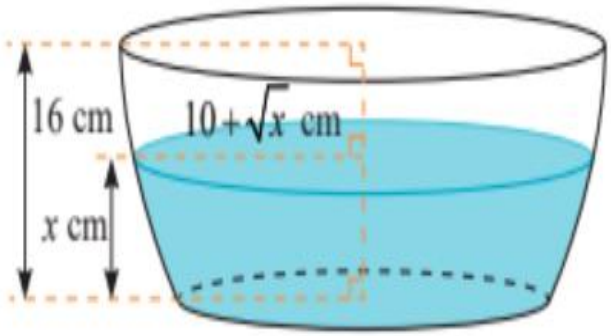
Câu 3. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh – Khánh Hòa ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang chuyển động theo

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

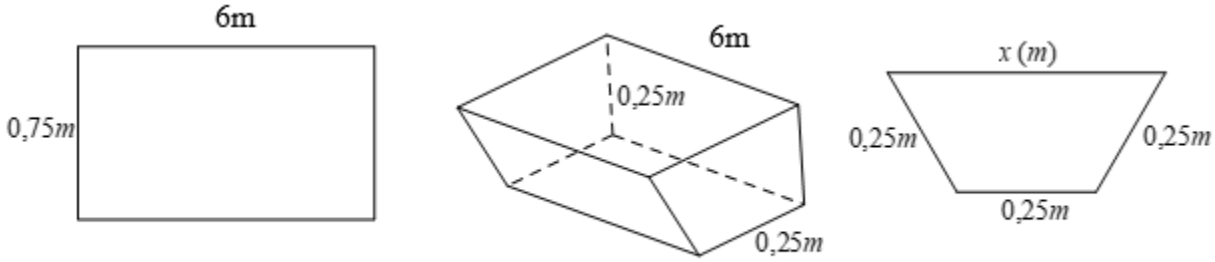
đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \left(t \in \mathbb{R}\right) \\ z = 10 \end{cases}$ và hướng về đài kiểm soát không lưu. Xác định quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu. *(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị km).*

Câu 4: Nếu cắt chậu nước có hình dạng như Hình 4 bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy $x(cm)$ $(0 \le x \le 16)$ thì mặt cắt là hình tròn có bán kính $(10+\sqrt{x})(cm)$. Hỏi chậu nước chứa được tối đa bao nhiêu lit nước? *(Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)*



Hình 4

Câu 5. Để làm một máng xối nước có dạng hình lăng trụ, từ một tấm tôn kích thước $0,75m \times 6m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới. Biết mặt cắt của máng xối (được cắt bởi mặt phẳng song song với hai đầu máng xối) là một hình thang cân có đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng $0,25m$; còn đáy lớn có độ dài bằng x (m). Tìm thể tích lớn nhất máng xối được tạo thành? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị m^3).



(a) Tấm tôn (b) Máng xối (c) Mặt cắt

Câu 6. Có hai lô hàng. Lô 1: Có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2: Có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm. Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản phẩm lấy được lấy ra lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất một chính phẩm. *(viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).*

HẾT

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

ĐỀ PHÁT TRIỂN MINH HỌA BGD

ĐỀ VIP 07 (DC4)

KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT

NĂM HỌC 2024-2025

MÔN THI: TOÁN

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I.Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3$ là

A. $4x^4+C$. **B.** $3x^2+C$. **C.** x^4+C. **D.** $\frac{1}{4}x^4+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int x^3 dx=\frac{x^4}{4}+C$.

Câu 2. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x, y=0, x=0$ và $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi\int_0^1 e^{2x}dx$. **B.** $\pi\int_0^1 e^x dx$ **C.** $\int_0^1 e^x dx$. **D.** $\int_0^1 e^{2x}dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3. Cho mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau

Nhóm	Tần số
$[25;35)$	10
$[35;45)$	7
$[45;55)$	5
$[65;75)$	9
$[75;85)$	9
	$n=40$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)là:

A. 15,1. **B.** 15,0. **C.** 14,8. **D.** 14,9.

Lời giải

Chọn D

Ta có bảng thống kê sau:

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[25;35)$	30	9
$[35;45)$	40	7
$[45;55)$	50	5
$[65;75)$	60	10
$[75;85)$	70	9
		$n=40$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\overline{x}=\frac{30.9+40.7+50.5+60.10+70.9}{40}=50,75$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s^2=\frac{9.(30-50,75)^2+7.(40-50,75)^2+5.(50-50,75)^2+10.(60-50,75)^2+9.(70-50,75)^2}{40}$$

$$=221,9375$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là: $s=\sqrt{221,9375}\approx 14,9$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua $A(-1;-1;1)$ và có một một vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;3)$ là:

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{3}$.

B. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+3}{1}$.

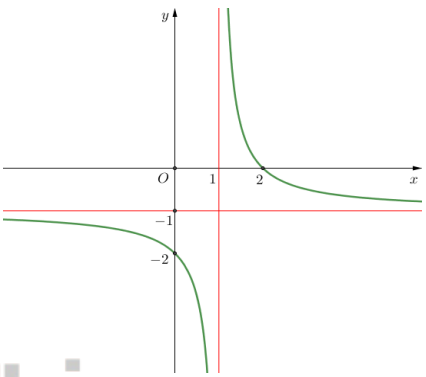
C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{3}$.

D. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:



A. $y=1$.

B. $x=-1$.

C. $x=1$.

D. $y=-1$.

TaiLieuOnThi

Lời giải

Chọn C

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

Từ đồ thị hàm số ta thấy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=1$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1)<\log_5(x+2)$ là

A. $S=(3;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;3)$. **C.** $S=\left(\frac{1}{2};3\right)$. **D.** $S=(-2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}2x-1>0\\x+2>0\end{cases}\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$.

Ta có: $\log_5(2x-1)<\log_5(x+2)\Leftrightarrow 2x-1<x+2\Leftrightarrow x<3$.

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\frac{1}{2}<x<3$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_4}=(-2;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(3;-1;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(-2;1;-1)$.

Lời giải

Chọn D

$(P):2x-y+z-3=0$.

Suy ra: mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-1;1)$.

Ta có: $\overrightarrow{n_1}=(-2;1;-1)\Rightarrow\overrightarrow{n_1}=-\vec{n}$.

Vậy: $\overrightarrow{n_1}=(-2;1;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA\perp(ABCD)$. Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAB). **B.** (SBC). **C.** (SCD). **D.** (SBD).

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng (SAB) vì $BC\perp SA$ và $BC\perp AB$.

Câu 9. Nghiệm phương trình $\log_2 x=3$ là:

A. $x=3$. **B.** $x=6$. **C.** $x=8$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn C

$\log_2 x=3\Leftrightarrow x=2^3=8$.

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3, u_3 = 5$. Công sai d của cấp số cộng là:

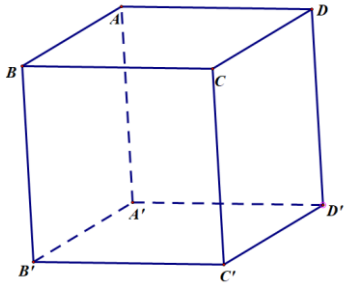
A. 1. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$u_3 = u_2 + d \Leftrightarrow d = 2$.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau:



A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AD'}$ (sai).

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; +\infty)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{2x-3}{x^2+4}$.

a) $f(24) = \dfrac{9}{116}$.

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

b) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận ngang.

c) Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x=4$.

d) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a;b]$ thì $3a+4b=5$.

Lời giải

a) Đúng.

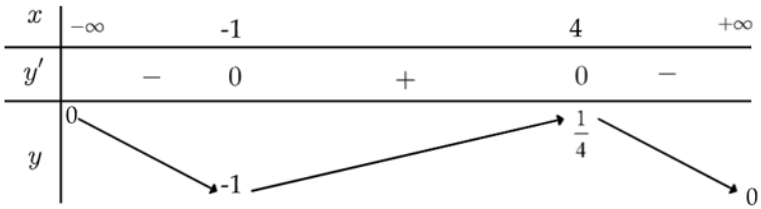
b) Đúng vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=0$.

c) Đúng.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$$f'(x)=\frac{-2x^2+6x-8}{\left(x^2+4\right)^2};\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\Rightarrow y=-1\\ x=4\Rightarrow y=\dfrac{1}{4}\end{array}\right.\ .$$

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra $x=4$ là điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

d) Sai.

Từ kết quả câu b) và c) ta suy ra tập giá trị của hàm số là $\left[-1;\frac{1}{4}\right]\Rightarrow 3a+4b=-3+1=-2$.

Câu 2: Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\frac{1}{100}t^2+\frac{13}{30}t\,(\text{m/s})$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng $a\,(\text{m/s}^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A.

e) $v_B(t)=at$

f) Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là $\frac{375}{2}m$.

g) Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là $\frac{225a}{2}m$.

h) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $25\,(\text{m/s})$

Lời giải

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

a) **Đúng**

Ta có $v_B(t)=\int a.\mathrm{dt}=at+C$, $v_B(0)=0\Rightarrow C=0\Rightarrow v_B(t)=at$.

Vậy a) đúng

b) **Đúng**

Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là

$$S_A=\int_0^{25}\left(\frac{1}{100}t^2+\frac{13}{30}t\right)\mathrm{dt}=\left(\frac{1}{300}t^3+\frac{13}{60}t^2\right)\Big|_0^{25}=\frac{375}{2}.$$

Vậy b) đúng

c) **Sai**

Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là

$$S_B=\int_0^{15}at.\mathrm{dt}=\frac{at^2}{2}\Big|_0^{15}=\frac{225a}{2}.$$

Vậy c) sai

d) **Đúng**

Ta có $\frac{375}{2}=\frac{225a}{2}\Leftrightarrow a=\frac{5}{3}$.

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B(15)=\frac{5}{3}.15=25\,(\mathrm{m/s})$.

Vậy d) đúng

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-6x+4y-2z+5=0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-3;2;-1)$ và bán kính $R=3$.

b) Gốc tọa độ $O(0;0;0)$ nằm trong mặt cầu (S).

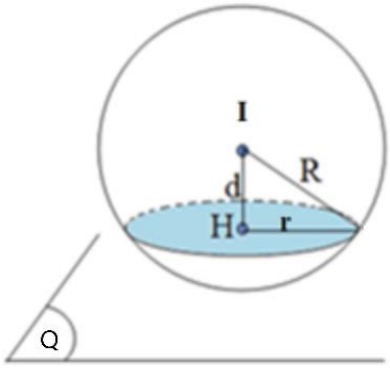
c) Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là 1.

d) Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y-z=0$.

Lời giải

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org



a) Sai. $(S): x^2+y^2+z^2-6x+4y-2z+5=0$ có $a=3;\ b=-2;\ c=1$ nên có tâm $I(3;-2;1)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{3^2+(-2)^2+1^2-5}=3.$

b) Sai. Vì $OI=\sqrt{(3-0)^2+(-2-0)^2+(1-0)^2}=\sqrt{14}>3$ nên $O(0;0;0)$ nằm ngoài mặt cầu (S).

c) Sai. (Q) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 nên $r=2$.

Ta có $R^2=r^2+d^2\Rightarrow d=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}.$

Vậy khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là $\sqrt{5}$.

d) Đúng. Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ $(\vec{n}\neq\vec{0})$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q).

Vì phẳng (Q) chứa trục Ox nên (Q) có một vectơ chỉ phương là $\vec{i}=(1;0;0)$.

Ta có $\vec{n}\perp\vec{i}\Leftrightarrow a.1+b.0+c.0=0\Leftrightarrow a=0.$

Mặt phẳng (Q) đi qua O và nhận vectơ $\vec{n}=(0;b;c)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình: $by+cz=0$

Vì

$$d(I,(Q))=\sqrt{5}\Leftrightarrow\frac{|b.(-2)+c.1|}{\sqrt{0^2+b^2+c^2}}=\sqrt{5}\Leftrightarrow|-2b+c|=\sqrt{5}.\sqrt{b^2+c^2}\Leftrightarrow 4b^2-4bc+c^2=5(b^2+c^2)$$

$$\Leftrightarrow(b+2c)^2=0\Leftrightarrow b+2c=0.$$

Chọn $c=-1\Rightarrow b=2$. Vậy mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y-z=0$.

Câu 4: Ở huyện Đông Anh, Hà Nội, vào tháng 7, người ta đo được xác suất để có mưa vào thứ hai là x^2. Nếu trời có mưa vào thứ hai thì xác suất để có mưa vào thứ ba là $\frac{1}{4}x$. Nếu thứ hai không có mưa thì xác suất để có mưa vào thứ ba là x.

a) Biểu thức theo biến x cho biết xác suất để mưa sẽ rơi vào cả thứ hai và thứ ba là $2x^3$.

b) Khả năng trời sẽ có mưa vào cả thứ hai và thứ ba là 25% khi $x=0,5$.

c) Biểu thức theo biến x, cho biết xác suất để trời sẽ mưa vào thứ ba là $x+x^2-\frac{3x^3}{4}$.

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

d) Xác suất để có mưa vào thứ hai với điều kiện của biến x thỏa mãn xác suất trời sẽ mưa vào thứ ba lớn nhất bằng $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Gọi biến cố A là: "Có mưa vào thứ hai".

B là: "Có mưa vào thứ ba".

Từ giả thiết có $P(A)=x^2 \Rightarrow P(\overline{A})=1-x^2$

$P(B\mid A)=\frac{1}{4}x$ và $P(B\mid \overline{A})=x$

a) Xác suất để mưa sẽ rơi vào cả thứ hai và thứ ba là $P(A).P(B\mid A)=x^2.\frac{1}{4}x=\frac{x^3}{4}$ suy ra mệnh đề **sai.**

b) Để khả năng trời sẽ có mưa vào cả thứ hai và thứ ba là 25% thì

$\frac{x^3}{4}=25\% \Leftrightarrow x=1$ suy ra mệnh đề **sai.**

c) Xác suất để trời sẽ mưa vào thứ ba là

$P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})$

$=x^2.\frac{1}{4}x+(1-x^2).x$

$=x-\frac{3x^3}{4}$ suy ra mệnh đề **sai.**

d) Điều kiện của biến $0\le x\le 1$

Xét hàm số $y=x-\frac{3}{4}x^3$ trên đoạn $[0;1]$

Ta có $y'=1-\frac{9}{4}x^2;\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{2}{3} \\ x=-\frac{2}{3}(l) \end{array}\right.$

$y(0)=0;\ y\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{9};\ y(1)=\frac{1}{4}.$ Suy ra $\max\limits_{[0;1]} y=y\left(\frac{2}{3}\right)$

Như vậy, khi $x=\frac{2}{3}$ thì xác suất trời sẽ mưa vào thứ ba là lớn nhất.

Theo công thức Bayes, xác suất để có mưa vào thứ hai là

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

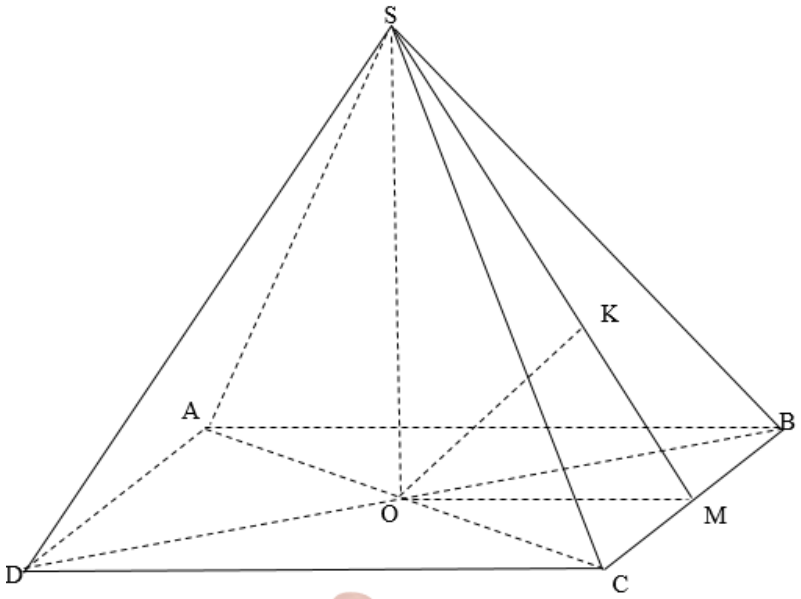
$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\frac{x^2.\frac{1}{4}x}{x-\frac{3}{4}x^3}=\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2.\frac{1}{4}.\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}-\frac{3}{4}.\left(\frac{2}{3}\right)^3}=\frac{1}{6}$$ suy ra mệnh đề **đúng.**

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Ông An muốn thiết kế một mái che giếng trời hình chóp di động để có thể tùy thích lấy ánh sáng cho ngôi nhà của mình. Biết rằng đáy hình chóp là hình chữ nhật có độ dài hai cạnh đáy là $3m$ và $2m$; các cạnh bên bằng nhau (như hình vẽ minh họa). Ông An mong muốn góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy là α thỏa mãn $30^0 \le \alpha \le 45^0$, đồng thời khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SBC) là lớn nhất, tính khoảng cách lớn nhất đó.

Lời giải

Trả lời: 2,12



Giả sử hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = O$; M là trung điểm của BC

Vì hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau và đáy hình chóp là hình chữ nhật nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp BC$

Có $OM \perp BC \Rightarrow BC \perp (SOM) \Rightarrow (SBC) \perp (SOM)$

Có $(SBC) \cap (SOM) = SM$

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

Kẻ $OK \perp SM\,(K \in SM) \Rightarrow OK \perp (SBC)$

$\Rightarrow d(A,(SBC)) = 2d(O,(SBC)) = 2.OK$

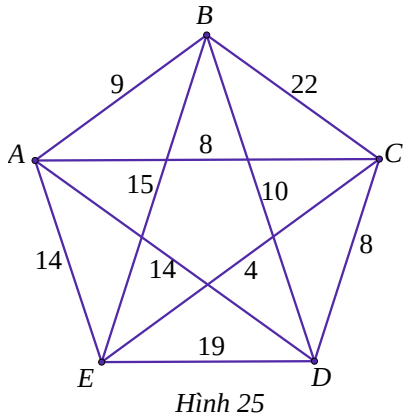
Lại có góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy là α thỏa mãn $30^0 \le \alpha \le 45^0$

$\Rightarrow SMO = \alpha$

$\Rightarrow OK = OM.\sin\alpha \le OM.\sin 45^0 = \frac{1}{2}AB.\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

Vậy khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SBC) lớn nhất bằng $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 2: Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A, B, C, D, E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Hình 25

Lời giải

Trả lời: 45

+ Xuất phát từ A, đường đi ít thử thách nhất là AC, AC có 8 thử thách;

Từ C, đường đi ít thử thách nhất là CE, CE có 4 thử thách;

Từ E, đường đi ít thử thách nhất là EB, EB có 15 thử thách;

Từ B, đường đi ít thử thách nhất là BD, BD có 10 thử thách;

Đến đây ta quay về A, DA có 14 thử thách.

Vậy đường đi $ACEBDA$ có tổng số thử thách là là: $8+4+15+10+14=51$

+ Tương tự xuất phát từ những trụ khác ta có các đường đi sau:

Đường đi $BACEDB$ có tổng số thử thách là: $9+8+4+19+10=50$

Đường đi $CEABDC$ có tổng số thử thách là: $4+14+9+10+8=45$

Đường đi $DCEABD$ có tổng số thử thách là: $8+4+14+9+10=45$

Đường đi $ECABDE$ có tổng số thử thách là: $4+8+9+10+19=50$

Đường đi $ECDBAE$ có tổng số thử thách là: $4+8+10+9+14=45$

Vậy tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là: 45.

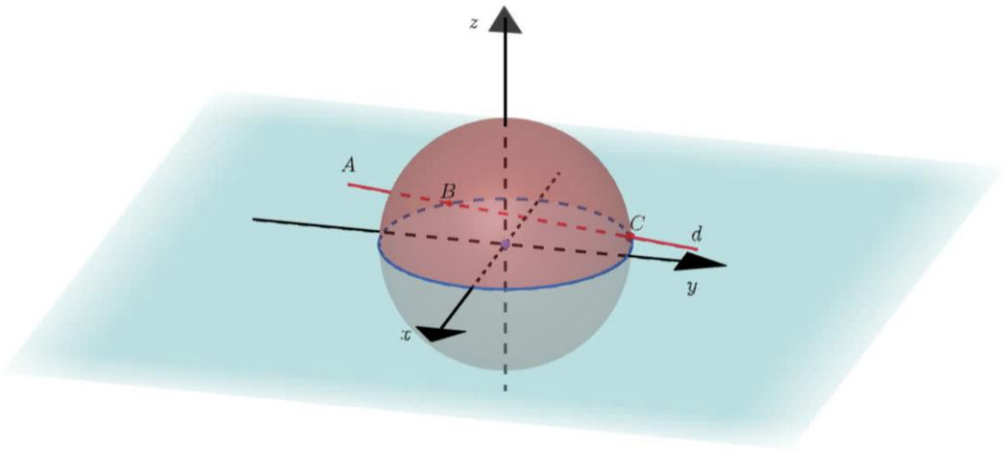
TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

Câu 3. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh – Khánh Hòa ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang chuyển động theo đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=-1000+100t \\ y=-200+80t \\ z=10 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ). Xác định quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu. **(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị km).**

Lời giải

Trả lời: 749



Ranh giới vùng phủ sóng của đài kiểm soát không lưu là mặt cầu (S) tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R=600km$.

Vậy $(S): x^2+y^2+z^2=600^2$.

Thay $d:\begin{cases} x=-1000+100t \\ y=-200+80t \\ z=10 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ vào $(S): x^2+y^2+z^2=600^2$.

Ta có $(S):(100t-1000)^2+(80t-200)^2+10^2=600^2$

$$\Leftrightarrow 16400t^2-232000t+680100=0 \begin{cases} t\approx 10 \Rightarrow A(0;600;10) \\ t\approx 4{,}15 \Rightarrow B(-585;132;10) \end{cases}$$

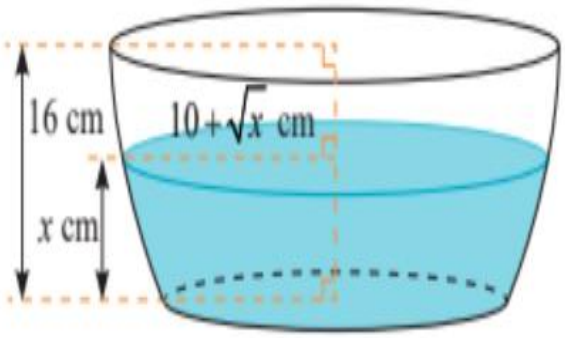
$$AB=\sqrt{(-585-0)^2+(132-600)^2+(10-10)^2}\approx 749km.$$

Vậy quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu khoảng $749km$.

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

Câu 4: Nếu cắt chậu nước có hình dạng như Hình 4 bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy $x(cm)$ $(0 \le x \le 16)$ thì mặt cắt là hình tròn có bán kính $(10+\sqrt{x})(cm)$. Hỏi chậu nước chứa được tối đa bao nhiêu lit nước? *(Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)*



Hình 4

Lời giải

Trả lời: 8,1.

Chọn trục Ox sao cho O trùng với tâm của đáy, chiều dương của trục là chiều hướng lên trên.

Khi cắt chậu nước bằng mặt phẳng song song với đáy và cách mặt đáy x, thì mặt phẳng đó cắt trục Ox tại điểm có hoành độ x. Mặt cắt là hình tròn có bán kính $(10+\sqrt{x})$ (cm)

Như vậy, diện tích mặt cắt là $S(x)=\pi(10+\sqrt{x})^2=\pi(x+100+20\sqrt{x})$.

Suy ra dung tích của chậu là

$$V=\int_0^{16} S(x)dx=\int_0^{16}\pi(x+100+20\sqrt{x})dx$$

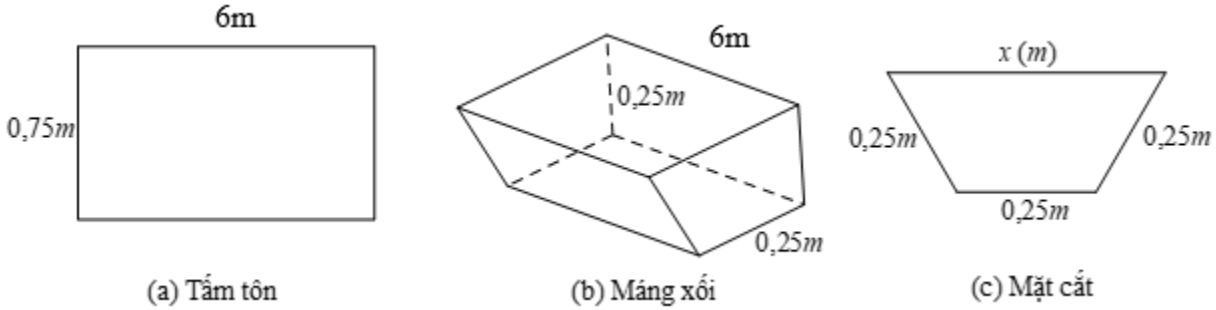
$$=\pi\left(\frac{x^2}{2}+100x+20\cdot\frac{2}{3}\sqrt{x^3}\right)\Bigg|_0^{16}$$

$$=\frac{7744}{3}\pi=8109,497836=8,109\left(cm^3\right)\approx 8,1\left(dm^3\right).$$

Câu 5. Để làm một máng xối nước có dạng hình lăng trụ, từ một tấm tôn kích thước $0,75m\times 6m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới. Biết mặt cắt của máng xối (được cắt bởi mặt phẳng song song với hai đầu máng xối) là một hình thang cân có đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng $0,25m$; còn đáy lớn có độ dài bằng x (m). Tìm thể tích lớn nhất máng xối được tạo thành? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị m^3).

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

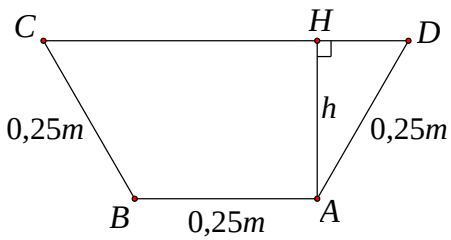


(a) Tấm tôn (b) Máng xối (c) Mặt cắt

Lời giải

Trả lời: 0,12

Gọi h là chiều cao của hình thang. Vì chiều cao lăng trụ bằng chiều dài tấm tôn nên thể tích máng xối lớn nhất khi diện tích hình thang cân (mặt cắt) lớn nhất.



Ta có $S=\frac{1}{2}h\left(x+0,25\right)$.

Kẻ $AH\perp CD$.

Ta có $HD=\frac{x-0,25}{2}\Rightarrow h=AH=\sqrt{\left(0,25\right)^2-\frac{\left(x-0,25\right)^2}{4}}$.

Điều kiện: $0,25<x<0,75$.

Khi đó, $S=\frac{1}{4}\left(x+0,25\right)\sqrt{4.\left(0,25\right)^2-\left(x-0,25\right)^2}$.

Xét hàm số $S(x)=\left(x+0,25\right)\sqrt{4.\left(0,25\right)^2-\left(x-0,25\right)^2}$ với $0,25<x<0,75$.

Ta có $S'\left(x\right)=\sqrt{4.\left(0,25\right)^2-\left(x-0,25\right)^2}+\left(x+0,25\right)\frac{-\left(x-0,25\right)}{\sqrt{4.\left(0,25\right)^2-\left(x-0,25\right)^2}}$

$=\frac{4.\left(0,25\right)^2-\left(x-0,25\right)^2-\left(x+0,25\right)\left(x-0,25\right)}{\sqrt{4.\left(0,25\right)^2-\left(x-0,25\right)^2}}=\frac{-2x^2+0,5x+0,25}{\sqrt{4.\left(0,25\right)^2-\left(x-0,25\right)^2}}$

Khi đó $S'\left(x\right)=0\Leftrightarrow -2x^2+0,5x+0,25=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0,5\\x=-0,25\ \ \text{(loại)}\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$0,25$		$0,5$		$0,75$
$S'(x)$		$+$	0	$-$	
$S(x)$	$\frac{1}{16}$	↗	$\frac{3\sqrt{3}}{64}$	↘	0

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $S(x)$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{3\sqrt{3}}{64}$ tại $x=0,5$.

Do đó, máng xối có thể tích lớn nhất bằng: $\frac{1}{4}.\frac{3\sqrt{3}}{64}.6\approx 0,12\ (m^3)$ khi $x=0,5\ (m)$.

Câu 6. Có hai lô hàng. Lô 1: Có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2: Có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm. Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản phẩm lấy được lấy ra lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất một chính phẩm. *(viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,95

Gọi A là biến cố lấy ra ít nhất 1 chính phẩm thì A là biến cố lấy được toàn phế phẩm (2 phế phẩm).

Gọi H_1 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra đều thuộc lô 1.

H_2 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra từ lô 2.

H_3 là biến cố lấy được 2 sản phẩm thì 1 sản phẩm thuộc lộ 1, 1 sản phẩm thuộc lô 2.

Ta có $P(H_1)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}, P(H_2)=\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}, P(H_3)=\frac{C_2^1.C_3^1}{C_5^2}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}.$

$\overline{A}$ xảy ra đồng thời với 3 biến cố trên và 3 biến cố này lập thành 1 nhóm biến cố đầy đủ.

Ta có: $P(\overline{A}\,|\,H_1)=\frac{C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{3}{45}, P(\overline{A}\,|\,H_2)=\frac{C_2^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{45}, P(\overline{A}\,|\,H_3)=\frac{C_3^1}{10}.\frac{C_2^1}{10}=0,06.$

Theo công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$P(\overline{A})=P(H_1).P(\overline{A}\,|\,H_1)+P(H_2).P(\overline{A}\,|\,H_2)+P(H_3).P(\overline{A}\,|\,H_3)=37/750.$$

Vậy $P(A)=1-P(\overline{A})=1-37/750\approx 0,95$.

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org