

**Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\int f(x)dx = e^{2x} + C$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $f(x) = 2e^{2x}$ .      B.  $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$ .      C.  $f(x) = 2e^x$ .      D.  $f(x) = e^{2x}$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là

- A.  $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$ .      B.  $\vec{n}_4 = (2; 1; -3)$       C.  $\vec{n}_3 = (2; -1; -3)$ .      D.  $\vec{n}_2 = (2; 1; 3)$ .

**Câu 3:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{27}^{x+1}$  là

- A.  $(-\infty; 2]$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $[2; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 4:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -2$  và  $u_2 = 6$ . Giá trị của  $u_3$  bằng

- A. -18.      B. 18.      C. 12.      D. -12.

**Câu 5:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A.  $\vec{BC} + \vec{AB} = \vec{DA} - \vec{DC}$ .      B.  $\vec{AC} - \vec{AD} = \vec{BD} - \vec{BC}$ .  
C.  $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{DB} - \vec{DC}$ .      D.  $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{CD} + \vec{BC}$ .

**Câu 6:** Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  có phương trình lần lượt là:

- A.  $x = \frac{1}{2}, y = -1$ .      B.  $x = 1, y = -2$ .      C.  $x = -1, y = 2$ .      D.  $x = -1, y = \frac{1}{2}$

**Câu 7:** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(2x+1)$  trên khoảng  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$  là

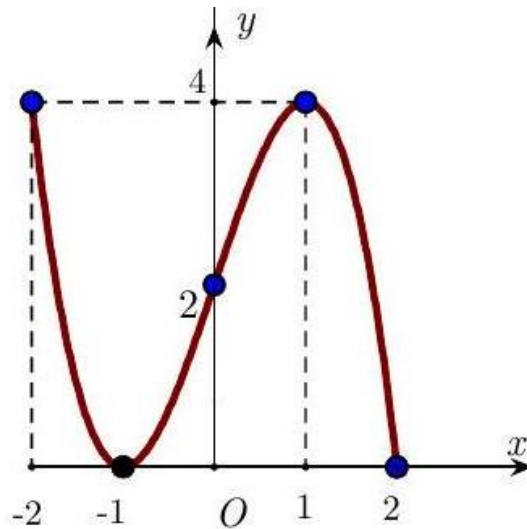
- A.  $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln x}$ .      B.  $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$ .      C.  $y' = \frac{2\ln 2}{2x+1}$ .      D.  $y' = \frac{2}{(x+1)\ln 2}$ .

**Câu 8:** Cho khối chóp  $S.ABC$ , có  $SA$  vuông góc với đáy, đáy là tam giác vuông tại  $B, SA = 2a, AB = 3a, BC = 4a$  Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.  $8a^3$ .      B.  $4a^3$ .      C.  $12a^3$ .      D.  $24a^3$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $[-2; 2]$  và có đồ thị là đường cong trong hình

vẽ bên. Hàm số  $f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm



- A.  $x=1$ .                      B.  $(1;4)$                       C.  $(-1;0)$                       D.  $x=-1$ .

**Câu 10:** Nếu  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} [\sin x - 3f(x)] dx = 6$  thì  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$  bằng

- A.  $\frac{13}{2}$ .                      B.  $-\frac{11}{2}$ .                      C.  $-\frac{13}{4}$ .                      D.  $-\frac{11}{6}$ .

**Câu 11:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (2; -3; 3)$ ,  $\vec{b} = (0; 2; -1)$ ,  $\vec{c} = (3; -1; 5)$ . Tọa độ của vecto  $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$  là:

- A.  $(10; -2; 13)$ .                      B.  $(-2; 2; -7)$ .                      C.  $(-2; -2; 7)$ .                      D.  $(-2; 2; 7)$ .

**Câu 12:** Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên.

Tốc độ $v(km/h)$	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 12,6.                      B. 11,5.                      C. 14,3.                      D. 16,8.

**Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai**

TaiLieuOnThi

**Câu 1:** Xét hàm số  $y = \frac{x}{2} - \sin^2 x$  trên khoảng  $(0; \pi)$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{5\pi}{12}; \pi\right)$

b) Hàm số có 2 điểm cực trị

c) Giá trị cực tiểu của hàm số là  $\frac{5\pi}{24} - \frac{2+\sqrt{3}}{4}$

d) Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{-\sin^2 2x}{2}$  tại 2 nghiệm trên khoảng  $(0; \pi)$

**Câu 2:** Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = -10t + 20$  (m/s), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi  $s(t)$  là quãng đường xe ô tô đi được trong  $t$  giây kể từ lúc đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Quãng đường  $s(t)$  mà xe ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây là một nguyên hàm của hàm số  $v(t)$ .

b)  $s(t) = -5t^2 + 20t$ .

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn thì xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

**Câu 3:** Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi  $A$  là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ",  $B$  là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ" Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Xác suất của biến cố  $B$  là  $P(B) = 0,5$ .

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó  $P(A|B) = \frac{7}{11}$ .

c) Gọi  $\bar{B}$ : "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh" thì  $P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}$ .

TaiLieuOnThi

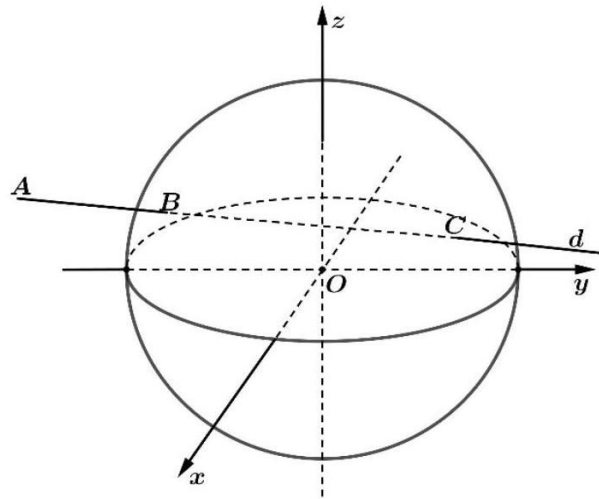
d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là  $P(A) = \frac{13}{22}$ .

**Câu 4:** Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí  $O(0;0;0)$  và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay đang chuyển động với vận tốc 900 km/h theo đường thẳng  $d$  có phương trình

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ). Xét tính đúng sai của

các khẳng định sau:



- Ranh giới vùng phát sóng bên ngoài của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng 300 km.
- Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là  $x^2 + y^2 + z^2 = 360000$ .
- Máy bay đang chuyển động theo đường thẳng  $d$  đến vị trí điểm  $M(-500;100;100\sqrt{11})$ . Vị trí này nằm ngoài vùng kiểm soát không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.
- Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện máy bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là  $\frac{4}{3}$  giờ.

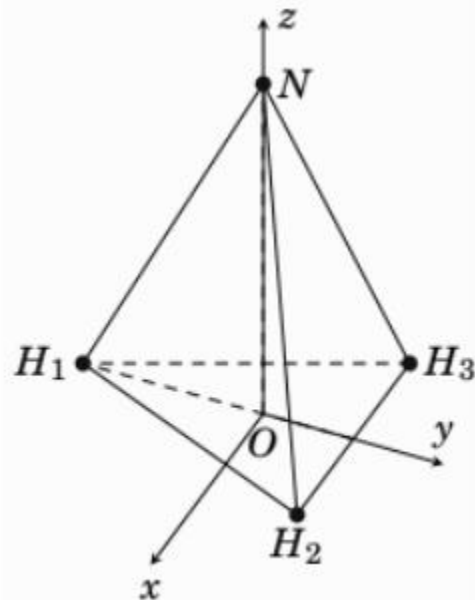
### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn



**Câu 1:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Biết khoảng cách giữa 2

đường  $AA'$  và  $BC$  bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  khi  $a = 2$ . (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)

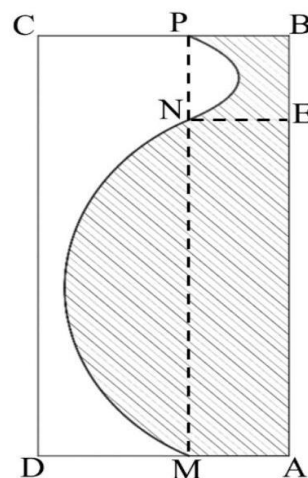
**Câu 2:** Trong hóa học, cấu tạo của phân tử amoniac ( $\text{NH}_3$ ) có dạng hình chóp tam giác đều mà đỉnh là nguyên tử nitrogen ( $N$ ) và đáy là tam giác  $H_1H_2H_3$  với  $H_1, H_2, H_3$  là vị trí của ba nguyên tử hydrogen ( $H$ ). Góc tạo bởi liên kết  $H-N-H$ , có hai cạnh là hai đoạn thẳng nối  $N$  với hai trong ba điểm  $H_1, H_2, H_3$  (chẳng hạn  $H_1NH_2$ ), gọi là góc liên kết của phân tử  $\text{NH}_3$ . Góc này xấp xỉ  $107^\circ$ . Trong không gian  $Oxyz$ , cho một phân tử  $\text{NH}_3$  được biểu diễn bởi hình chóp tam giác đều  $N.H_1H_2H_3$  với  $O$  là tâm của đáy. Nguyên tử nitrogen được biểu diễn bởi điểm  $N$  thuộc trục  $Oz$ , ba nguyên tử hydrogen ở các vị trí  $H_1, H_2, H_3$  trong đó  $H_1(0; -2; 0)$  và  $H_2H_3$  song song với trục  $Ox$  như hình vẽ minh họa. Khoảng cách ngắn nhất giữa các nguyên tử là bao nhiêu?



(Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)

**Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$  và điểm  $M(1; 3; -1)$ , biết rằng các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ  $M$  tới các mặt cầu đã cho luôn thuộc một đường tròn  $(C)$  có tâm  $J(a; b; c)$ . Giá trị  $T = 2a + b + c$  bằng bao nhiêu?

**Câu 4:** Một vật thể có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi hình phẳng  $(H)$  (phần gạch chéo trong hình vẽ bên) quanh trục  $AB$ . Hình phẳng  $(H)$  nằm trong hình chữ nhật  $ABCD$ , giới hạn bởi các đoạn thẳng  $AM, BP$  ( $M, P$  là hai điểm lần lượt thuộc các cạnh  $AD, BC$ ), cung tròn  $MN$  và cung parabol  $NP$ . Biết  $AB = 5\text{dm}$ ,  $AM = 1\text{dm}$ ,  $BPNE$  là hình vuông có cạnh  $1\text{dm}$ , cung tròn  $MN$  có bán kính  $R = \sqrt{5}\text{dm}$  và tiếp tuyến của cung tròn và cung parabol tại  $N$  trùng nhau. Tính thể tích của vật thể tròn xoay đó, kết quả làm tròn đến hàng phần chục.



**Câu 5:** Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết  $x$

sản phẩm ( $0 < x < 2000$ ), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là  $F(x) = 2000x - x^2$  (chục nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là  $G(x) = x^2 + 1440x + 50$  (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là  $t$  (chục nghìn đồng) ( $0 < x < 300$ ). Mức thuế phụ thu  $t$  (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó.  
(Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

**Câu 6:** Một làng được ủng hộ túi thóc giống được trộn đều bởi 3 loại. Loại 1 chiếm 10% và có 90% nảy mầm. Loại 2 chiếm 30% và có 80% nảy mầm. Loại 3 chiếm 60% và có 60% nảy mầm. Chọn ngẫu nhiên 1 hạt nảy mầm. Tính xác suất để hạt thóc đó là loại 3. (Làm tròn đến hàng phần trăm)



TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại [Tailieuonthi.org](http://Tailieuonthi.org)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\int f(x)dx = e^{2x} + C$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $f(x) = 2e^{2x}$ .

B.  $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$ .

C.  $f(x) = 2e^x$ .

D.  $f(x) = e^{2x}$ .

$(e^{2x} + c)' = 2e^{2x}$

Câu 2: Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là

A.  $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$ .

B.  $\vec{n}_4 = (2; 1; -3)$

C.  $\vec{n}_3 = (2; -1; -3)$ .

D.  $\vec{n}_2 = (2; 1; 3)$ .

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình  $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{27}$  là

A.  $(-\infty; 2]$ .

B.  $(2; +\infty)$ .

C.  $[2; +\infty)$ .

D.  $(-\infty; 1)$ .

$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} \leq \frac{1}{27} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow x+1 \geq 3 \rightarrow x \geq 2$

Câu 4: Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -2$  và  $u_2 = 6$ . Giá trị của  $u_3$  bằng

A. -18.

B. 18.

C. 12.

D. -12.

$u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{-2} = -3$

$u_3 = u_1 \cdot q^2 = -18$

Câu 5: Cho tứ diện  $ABCD$ . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A.  $\vec{BC} + \vec{AB} = \vec{DA} - \vec{DC}$ .

B.  $\vec{AC} - \vec{AD} = \vec{BD} - \vec{BC}$ .

C.  $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{DB} - \vec{DC}$ .

D.  $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{CD} + \vec{BC}$ .

$$\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{AB} + \overline{CA} = \overline{CB}$$

$$\overline{DB} - \overline{DC} = \overline{DB} + \overline{CD} = \overline{CB}$$

**Câu 6:** : Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  có phương trình lần lượt là:

A.  $x = \frac{1}{2}, y = -1.$

B.  $x = 1, y = -2.$

C.  $x = -1, y = 2.$

D.  $x = -1, y = \frac{1}{2}$

TCN  $y = 2$ ; TCD:  $x = -1$

**Câu 7:** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(2x+1)$  trên khoảng  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$  là

A.  $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln x}.$

B.  $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}.$

C.  $y' = \frac{2\ln 2}{2x+1}.$

D.  $y' = \frac{2}{(x+1)\ln 2}.$

**Câu 8:** Cho khối chóp  $S.ABC$ , có  $SA$  vuông góc với đáy, đáy là tam giác vuông tại  $B, SA = 2a, AB = 3a, BC = 4a$  Thể tích khối chóp đã cho bằng

A.  $8a^3.$

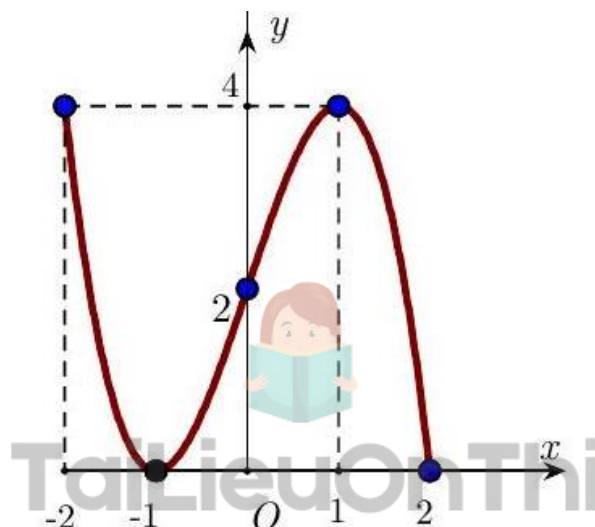
B.  $4a^3.$

C.  $12a^3.$

D.  $24a^3.$

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 3a \cdot 4a = 4a^3$$

**Câu 9:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $[-2; 2]$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số  $f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm



A.  $x=1$ .

B.  $(1;4)$

C.  $(-1;0)$

D.  $x=-1$ .

Hàm số  $f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm  $x=-1$

**Câu 10:** Nếu  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} [\sin x - 3f(x)] dx = 6$  thì  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$  bằng

A.  $\frac{13}{2}$ .

B.  $-\frac{11}{2}$ .

C.  $-\frac{13}{4}$ .

D.  $-\frac{11}{6}$ .

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} [\sin x - 3f(x)] dx = 6 \Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx - 3 \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = 6 \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx - 6}{3} = \frac{-11}{6}$$

**Câu 11:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (2; -3; 3)$ ,  $\vec{b} = (0; 2; -1)$ ,  $\vec{c} = (3; -1; 5)$ . Tọa độ của vecto  $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$  là:

A.  $(10; -2; 13)$ .

B.  $(-2; 2; -7)$ .

C.  $(-2; -2; 7)$ .

D.  $(-2; 2; 7)$ .

$$\left. \begin{array}{l} 2\vec{a}(4; -6; 6) \\ 3\vec{b}(0; 6; -3) \\ -2\vec{c}(-6; 2; -10) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{u}(-2; 2; -7)$$

**Câu 12:** Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên.

Tốc độ $v(km/h)$	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 12,6.

B. 11,5.

C. 14,3.

D. 16,8.

Lời giải

**Chọn A**

Cỡ mẫu là  $n = 200$ .

TaiLieuOnThi

Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  là  $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$ . Do  $x_{50}, x_{51}$  đều thuộc nhóm  $[160;165)$  nên nhóm này chứa  $Q_1$ . Do đó,  $p = 3$ ;  $a_3 = 160$ ;  $m_3 = 35$ ;  $m_1 + m_2 = 18 + 28 = 46$ ;  $a_4 - a_3 = 165 - 160 = 5$  và ta có

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{200}{4} - 46}{35} \cdot 5 \approx 160,57$$

Tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  là  $\frac{x_{150} + x_{151}}{2}$ . Do  $x_{150}, x_{151}$  đều thuộc nhóm  $[170;175)$  nên nhóm này chứa  $Q_3$ . Do đó,  $p = 5$ ;  $a_5 = 170$ ;  
 $m_5 = 41$ ;  $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 18 + 28 + 35 + 43 = 124$ ;  $a_6 - a_5 = 175 - 170 = 5$  và ta có

$$Q_3 = 170 + \frac{\frac{3 \cdot 200}{4} - 124}{41} \cdot 5 \approx 173,17$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 12,6$

## Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Xét hàm số  $y = \frac{x}{2} - \sin^2 x$  trên khoảng  $(0; \pi)$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{5\pi}{12}; \pi\right)$

b) Hàm số có 2 điểm cực trị

c) Giá trị cực tiểu của hàm số là  $\frac{5\pi}{24} - \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$

d) Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{-\sin^2 2x}{2}$  tại 2 điểm trên khoảng  $(0; \pi)$

### Lời giải

a	b	c	d
Sai	Đúng	Đúng	Sai

a)  $y' = \frac{1}{2} - 2 \sin x \cdot \cos x = 0 \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}$$



TaiLieuOnThi

$$\text{Có } 0 < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{\pi}{12} + k\pi < \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} \\ 0 < \frac{5\pi}{12} + k\pi < \pi \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

$x$	$0$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\pi$		
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$		$y_{CB}$		$y_{CT}$		

$$\text{Dựa vào bảng biến thiên} \Rightarrow \begin{cases} y_{CB} = \frac{\pi}{24} - \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \\ y_{CT} = \frac{5\pi}{24} - \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$\text{d) } f'(x) = \frac{-\sin^2 2x}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} - \sin 2x = -\frac{\sin^2 2x}{2} \Rightarrow \frac{\sin^2 2x}{2} - \sin 2x + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x = 1 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$\text{Có } 0 < x < \pi \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} + k\pi < \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{Có 1 nghiệm trên khoảng } (0; \pi)$$

**Câu 2:** Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ  $v(t) = -10t + 20$  (m/s), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi  $s(t)$  là quãng đường xe ô tô đi được trong  $t$  giây kể từ lúc đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Quãng đường  $s(t)$  mà xe ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây là một nguyên hàm của hàm số  $v(t)$ .

b)  $s(t) = -5t^2 + 20t$ .

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn thì xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

TaiLieuOnThi

Lời giải

Tải tài liệu free tại [Tailieuonthi.org](http://Tailieuonthi.org)

a) Do  $s'(t) = v(t)$  nên quãng đường  $s(t)$  mà xe ô tô đi được trong thời gian  $t$  là một nguyên hàm của hàm số  $v(t)$ . Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có:  $\int (-10t + 20)dt = -5t^2 + 20t + C$  với  $C$  là hằng số.

Khi đó, ta gọi hàm số  $s(t) = -5t^2 + 20t + C$ .

Do  $s(0) = 0$  nên  $C = 0$ . Suy ra  $s(t) = -5t^2 + 20t$ . Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Xe ô tô dừng hẳn khi  $v(t) = 0$  hay  $-10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2$ . Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây. Suy ra mệnh đề **sai**

d) Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ  $65 \text{ km/h} \approx 18 \text{ m/s}$ .

Do đó, quãng đường xe ô tô còn di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là:  $s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20 \text{ (m)}$ .

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là:  $18 + 20 \approx 38 \text{ (m)}$ .

Do  $38 < 50$  nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm với chướng ngại vật trên đường.

Suy ra mệnh đề **Đúng**.

**Câu 3:** Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi  $A$  là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ",  $B$  là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ" Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Xác suất của biến cố  $B$  là  $P(B) = 0,5$ .

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó  $P(A|B) = \frac{7}{11}$ .

c) Gọi  $\bar{B}$ : "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh" thì  $P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}$ .

d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là  $P(A) = \frac{13}{22}$ .

### Đáp án

a	b	c	d
Đúng	Đúng	Sai	Đúng

Gọi  $A$  là biến cố: "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ"

$B$  là biến cố: "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ"

$$a) P(B) = \frac{5}{10} = 0,5$$

b) Sau khi lấy được 1 bi đỏ từ hộp 1 thì hộp 2 sẽ có 7 bi đỏ và 4 bi xanh

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{7}{11}$$

c) Sau khi lấy được 1 bi xanh từ hộp 1 thì hộp 2 sẽ có 6 bi đỏ và 5 bi xanh

$$\Rightarrow P(A|\bar{B}) = \frac{6}{11}$$

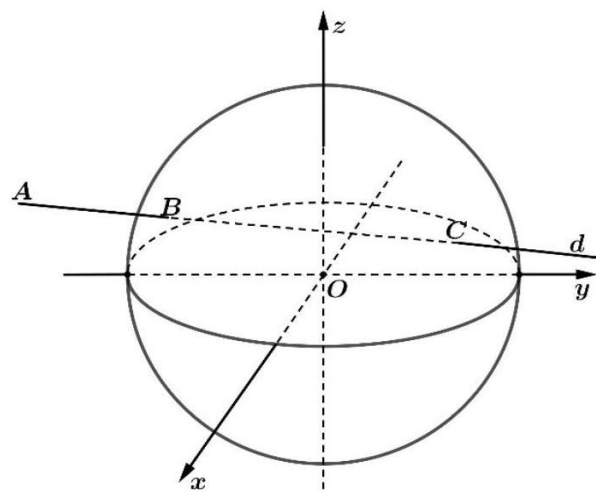
$$d) P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$$

$$= \frac{5}{10} \cdot \frac{7}{11} + \frac{5}{10} \cdot \frac{6}{11} = \frac{13}{22}$$

**Câu 4:** Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí  $O(0;0;0)$  và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay đang chuyển động với vận tốc 900 km/h theo đường thẳng  $d$  có phương trình

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ). Xét tính đúng sai của}$$

các khẳng định sau:



a) Ranh giới vùng phát sóng bên ngoài của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng 300 km.

b) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là  $x^2 + y^2 + z^2 = 360000$ .

- c) Máy bay đang chuyển động theo đường thẳng  $d$  đến vị trí điểm  $M(-500;100;100\sqrt{11})$ . Vị trí này nằm ngoài vùng kiểm soát không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.
- d) Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện máy bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là  $\frac{4}{3}$  giờ.

### Đáp án

a	b	c	d
Sai	Đúng	Đúng	Sai

- a) Đài kiểm soát không lưu phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600km
- b)  $\Rightarrow R = 600 \Rightarrow$  Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới vùng phát sóng là mặt cầu tâm  $O(0;0;0)$  và  $R = 600$  là:  $x^2 + y^2 + z^2 = 600^2 = 360000$
- c)  $\overline{OM}(-500;100;100\sqrt{11}) \Rightarrow OM = 608,278 > R \Rightarrow$  Vị trí M nằm ngoài vùng kiểm soát.
- d) Máy bay chuyển động theo phương trình đường thẳng  $d$ : 
$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases}$$
 và khi máy bay ra khỏi vùng kiểm soát  $\Rightarrow (100t - 1000)^2 + (80t - 300)^2 + 110000 = 360000$
- $\Rightarrow \begin{cases} t = 5,12 \\ t = 10 \end{cases} \Rightarrow$  Thời gian kiểm soát =  $t_2 - t_1 = 10 - 5,12 = 4,88$  giờ

### Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

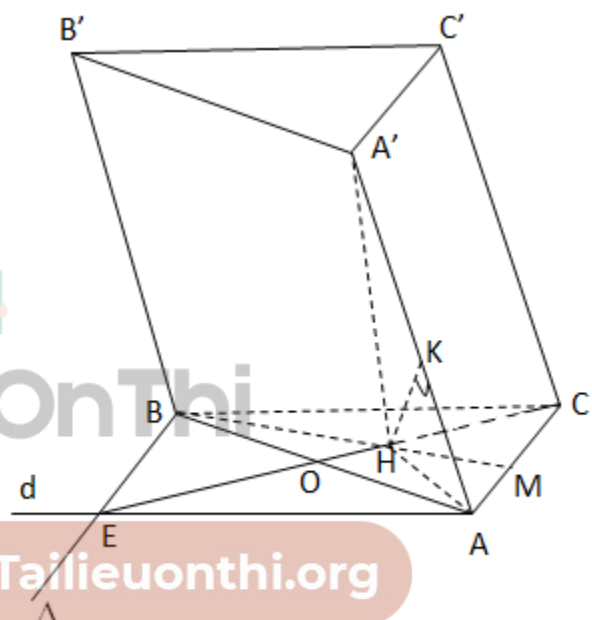
**Câu 1:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Biết khoảng cách giữa 2 đường  $AA'$  và  $BC$  bằng  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  khi  $a = 2$ . (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)

#### Đáp án

Trong mặt phẳng  $(ABC)$ :

Từ A dựng đường thẳng  $d \parallel BC$ .

Từ B dựng đường thẳng  $\Delta \parallel AC$  và cắt  $d$  tại E



$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow AE // BC \\ AE \subset (A'AE) \end{array} \right\} \Rightarrow BC // (A'AE)$$

$$\Rightarrow d(BC, AA') = d(BC, (A'AE))$$

$$= d(C, (A'AE)) = \frac{\sqrt{3}}{4}a$$

Có  $CH \cap (A'AE)$  tại E

$$\Rightarrow \frac{d(C, (A'AE))}{d(H, (A'AE))} = \frac{CE}{HE} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow d(H, (A'AE)) = \frac{2}{3} \cdot d(C, (A'AE))$$

$$\text{Có } \left. \begin{array}{l} EA \perp AH \\ EA \perp A'H \end{array} \right\} \Rightarrow EA \perp (A'AH)$$

Trong mặt phẳng  $(A'AH)$ . Từ H dựng  $HK \perp A'A$  tại K.

$$\text{Có } \left. \begin{array}{l} EA \perp (A'AH) \\ HK \subset (A'AH) \end{array} \right\} \Rightarrow EA \perp HK$$

Mà  $A'A \perp HK$

$$\Rightarrow HK \perp (A'AE) \rightarrow d(H, (A'AE)) = HK$$

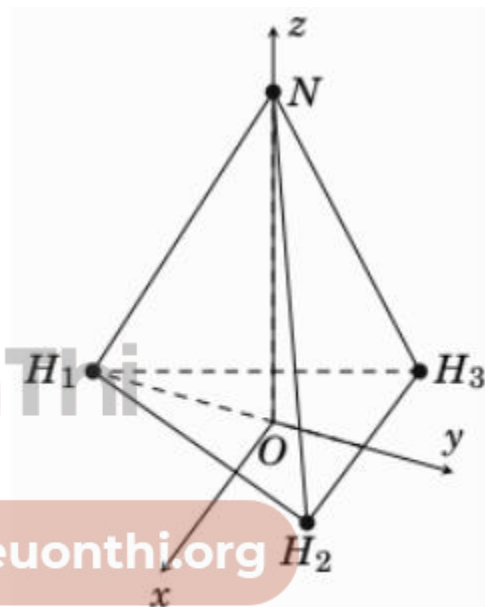
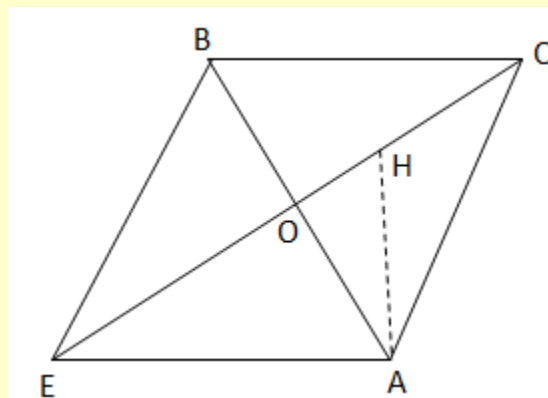
$$\Rightarrow HK = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

$$\text{Trong } \Delta A'AH: \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{AA'^2}$$

$$AH = BH = \frac{2}{3} \cdot BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

$$\Rightarrow HA' = \frac{a}{3} \rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$$

$$\text{Thay } a = 2 \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot 2^3 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx 1,1547 \approx 1,15$$



**Câu 2:** Trong hóa học, cấu tạo của phân tử amoniac ( $\text{NH}_3$ ) có dạng hình chóp tam giác đều mà đỉnh là nguyên tử nitrogen ( $N$ ) và đáy là tam giác  $H_1H_2H_3$  với  $H_1, H_2, H_3$  là vị trí của ba nguyên tử hydrogen ( $H$ ). Góc tạo bởi liên kết

$H-N-H$ , có hai cạnh là hai đoạn thẳng nối  $N$  với hai trong ba điểm  $H_1, H_2, H_3$  (chẳng hạn  $H_1NH_2$ ), gọi là góc liên kết của phân tử  $NH_3$ . Góc này xấp xỉ  $107^\circ$ . Trong không gian  $Oxyz$ , cho một phân tử  $NH_3$  được biểu diễn bởi hình chóp tam giác đều  $N.H_1H_2H_3$  với  $O$  là tâm của đáy. Nguyên tử nitrogen được biểu diễn bởi điểm  $N$  thuộc trục  $Oz$ , ba nguyên tử hydrogen ở các vị trí  $H_1, H_2, H_3$  trong đó  $H_1(0; -2; 0)$  và  $H_2H_3$  song song với trục  $Ox$  như hình vẽ minh họa. Khoảng cách ngắn nhất giữa các nguyên tử là bao nhiêu?

(Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)

$$\text{Đặt } H_1H_2 = m \Rightarrow OH_3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot m = 2$$

$$\Rightarrow m = 2\sqrt{3} \Rightarrow H_1H_2 = H_2H_3 = H_3H_1 = 2\sqrt{3}$$

$$\text{Xét } \triangle NH_1H_2 : H_1H_2^2 = NH_1^2 + NH_2^2 - 2 \cdot NH_1 \cdot NH_2 \cdot \cos H_1NH_2$$

$$\text{Có } NH_1 = NH_2 \Rightarrow 12 = 2NH_1^2 - 2NH_1^2 \cdot \cos 107^\circ \Rightarrow NH_1 = 2,155$$

**Đáp án**

2	,	1	6
---	---	---	---

**Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$  và điểm  $M(1; 3; -1)$ , biết rằng các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ  $M$  tới các mặt cầu đã cho luôn thuộc một đường tròn  $(C)$  có tâm  $J(a; b; c)$ . Giá trị  $T = 2a + b + c$  bằng bao nhiêu?

Mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(1; -1; 2)$ , bán kính  $R = 3$ . Gọi  $A$  là tiếp điểm

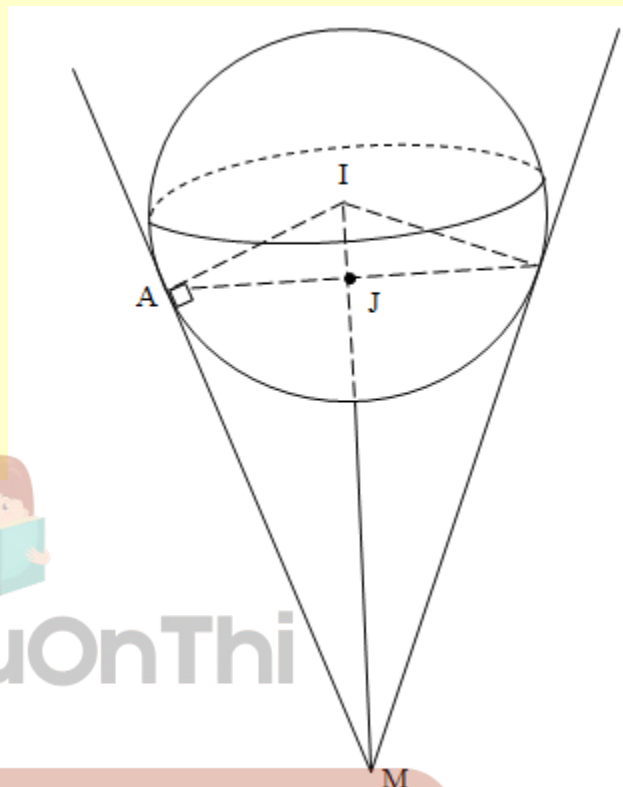
$$\text{Có } M(1; 3; -1) \Rightarrow \vec{IM}(0; 4; -3)$$

$$\Rightarrow IM = 5 \Rightarrow AM = \sqrt{IM^2 - IA^2} = 4$$

$$\text{Có } IJ \cdot IM = IA^2 \Rightarrow IJ = \frac{IA^2}{IM} = \frac{9}{5}$$

$$\text{Gọi } J(a; b; c) \Rightarrow \vec{IJ}(a-1; b+1; c-2)$$

$$\frac{|\vec{IJ}|}{IM} = \frac{IJ}{IM} = \frac{9}{5} = \frac{9}{25} \Rightarrow \vec{IJ} = \frac{9}{25} \vec{IM}$$



TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuthi.org

$$\Rightarrow \begin{cases} a-1 = \frac{9}{25} \cdot 0 \\ b+1 = \frac{9}{25} \cdot 4 \\ c-2 = \frac{9}{25} \cdot (-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{25} \cdot 0 + 1 = 1 \\ a = \frac{9}{25} \cdot 4 - 1 = \frac{11}{25} \\ c = \frac{9}{25} \cdot (-3) + 2 = \frac{23}{25} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b+c = 2,36$$

**Đáp án**

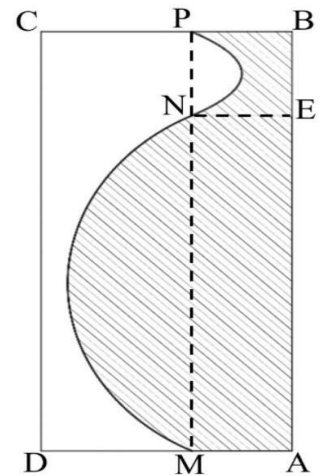
2

,

3

6

**Câu 4:** Một vật thể có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi hình phẳng ( $H$ ) (phần gạch chéo trong hình vẽ bên) quanh trục  $AB$ . Hình phẳng ( $H$ ) nằm trong hình chữ nhật  $ABCD$ , giới hạn bởi các đoạn thẳng  $AM, BP$  ( $M, P$  là hai điểm lần lượt thuộc các cạnh  $AD, BC$ ), cung tròn  $MN$  và cung parabol  $NP$ . Biết  $AB = 5\text{dm}$ ,  $AM = 1\text{dm}$ ,  $BPNE$  là hình vuông có cạnh  $1\text{dm}$ , cung tròn  $MN$  có bán kính  $R = \sqrt{5}\text{dm}$  và tiếp tuyến của cung tròn và cung parabol tại  $N$  trùng nhau. Tính thể tích của vật thể tròn xoay đó, kết quả làm tròn đến hàng phần chục.



Đặt hệ trục tọa độ  $Axy$  sao cho  $A(0;0)$

$M(0;1) \in Oy$ ;  $E(4;0) \in Ox$ ,  $B(5;0) \in Ox$

$N(4;1)$ ;  $P(5;1)$

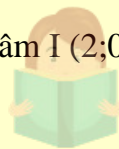
Gọi  $I$  là trung điểm của  $AE \rightarrow I(2;0)$

Có  $\vec{IN}(2;1) \Rightarrow IN = \sqrt{5} = R$

$\Rightarrow$  Cung tròn  $MN$  nằm trong đường tròn  $(C)$  tâm  $I(2;0)$  và bán kính  $R = \sqrt{5}$ .

$(C): (x-2)^2 + y^2 = 5 \Rightarrow y^2 = 5 - (x-2)^2$

$$V_1 = \pi \int_0^4 (5 - (x-2)^2) dx = \frac{44\pi}{3}$$



TaiLieuOnThi

Gọi  $(P): y = ax^2 + bx + c$

$(P)$  đi qua  $N(4;1); P(5;1)$

Gọi  $H$  là đỉnh của  $(P) \Rightarrow H$  là tâm của hình vuông  $BPNE \Rightarrow H$  là trung điểm của  $EP \Rightarrow H\left(\frac{9}{2}; \frac{1}{2}\right)$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} y(4) = 1 \Rightarrow 16a + 4b + c = 1 \\ y(5) = 1 \Rightarrow 25a + 5b + c = 1 \\ y\left(\frac{9}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{9}{2}\right)^2 a + \frac{9}{2}b + c = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -18 \\ c = 41 \end{cases}$$

$\Rightarrow (P): y = 2x^2 - 18x + 41$

$$\Rightarrow V_2 = \pi \int_4^5 (2x^2 - 18x + 41)^2 dx = \frac{7\pi}{15}$$

$$\Rightarrow V = V_1 + V_2 = \frac{44\pi}{3} + \frac{7\pi}{15} = 47,5427 \approx 47,5$$

**Đáp án**

4

7

,

5

**Câu 5:** Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết  $x$  sản phẩm ( $0 < x < 2000$ ), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là  $F(x) = 2000x - x^2$  (chục nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là  $G(x) = x^2 + 1440x + 50$  (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là  $t$  (chục nghìn đồng) ( $0 < x < 300$ ). Mức thuế phụ thu  $t$  (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó.

(Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lợi nhuận = Doanh thu - chi phí - thuế

Gọi  $f(x)$  là hàm biểu thị tổng lợi nhuận của doanh nghiệp khi bán hết  $x$  sản phẩm

$g(t)$  là hàm biểu thị tổng mức thuế nhà nước phụ thu ứng với  $x$  sản phẩm mà doanh nghiệp bán hết

Khi đó  $f(x) = F(x) - G(x) - xt$  với  $x \in (0; 2000)$

$$= 2000x - x^2 - x^2 - 1440x - 50 - xt$$

$$= -2x^2 + (560 - t)x - 50$$



TaiLieuOnThi

$$f'(x) = -4x + 560 - t \Rightarrow x = \frac{560 - t}{4} \in (0; 2000)$$

Bảng biến thiên

$x$	0	$\frac{560 - t}{4}$	2000	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			Max	

$$\Rightarrow \text{Max}_{(0;2000)} f(x) = f\left(\frac{560 - t}{4}\right) \Rightarrow g(t) = x.t = \frac{560 - t}{4}.t \text{ với } t \in (0; 300)$$

$$\Rightarrow g(t) = -\frac{1}{4}t^2 + 140t$$

Bảng biến thiên

$t$	0	280	300
$g(t)$			Max

Vậy  $g(t)$  max khi  $t = 280$  (nghìn đồng)

**Đáp án**

2	8	0	
---	---	---	--

**Câu 6:**

Một làng được ủng hộ túi thóc giống được trộn đều bởi 3 loại. Loại 1 chiếm 10% và có 90% nảy mầm. Loại 2 chiếm 30% và có 80% nảy mầm. Loại 3 chiếm 60% và có 60% nảy mầm. Chọn ngẫu nhiên 1 hạt nảy mầm. Tính xác suất để hạt thóc đó là loại 3. (Làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

Gọi biến cố A: “Hạt thóc nảy mầm”

biến cố  $B_1$ : “Hạt thóc loại 1”

biến cố  $B_2$ : “Hạt thóc loại 2”

biến cố  $B_3$ : “Hạt thóc loại 3”

Có  $P(B_1) = 0,1 \Rightarrow P(A|B_1) = 0,9$

$P(B_2) = 0,3 \Rightarrow P(A|B_2) = 0,8$



TaiLieuOnThi

$$P(B_3) = 0,6 \Rightarrow P(A|B_3) = 0,6$$

$$P(A) = P(B_1) \cdot P(A|B_1) + P(B_2) \cdot P(A|B_2) + P(B_3) \cdot P(A|B_3) = \frac{69}{100}$$

$$P(B_3|A) = \frac{P(A|B_3) \cdot P(B_3)}{P(A)} = \frac{0,6 \cdot 0,6}{\frac{69}{100}} = \frac{12}{23} = 0,5217$$

**Đáp án:** 0,52



TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại [Tailieuonhi.org](http://Tailieuonhi.org)