

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là:

- A. $\frac{2^{x+1}}{x+1} + C$. B. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$. C. $\frac{2^x}{x} + C$. D. $x \cdot 2^{x-1} + C$.

Câu 2: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^1 x^3 dx$. B. $\pi \int_0^1 (2x)^3 dx$. C. $\int_0^1 x^6 dx$. D. $\pi \int_0^1 x^6 dx$.

Câu 3: Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của một trường THPT qua thang điểm 100 được cho ở bảng sau:

Điểm	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	25	35	37	15	8

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc khoảng nào sau đây?

- A. [0; 20). B. [20; 40). C. [40; 60). D. [60; 80).

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua $M(1; 2; 1)$ và $N(3; 1; -2)$ là

- A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.
 C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Câu 5: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có đồ thị nhận đường thẳng $x = 1$ làm đường tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. B. $y = \frac{x^2+2x-3}{2x-3}$. C. $y = x - \sqrt{x^2+2}$. D. $y = \frac{2}{x^2+x+1}$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(18-x^2) = 2$ là:

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{-3\}$. C. $S = \{\pm 3\}$. D. $S = \{-4; 3\}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = (1; -2; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (1; 2; 1)$. C. $\vec{n}_2 = (1; -2; -5)$. D. $\vec{n}_1 = (1; -2; -1)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng CD vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAB) . B. (SBC) . C. (SAC) . D. (SAD) .

Câu 9: Nghiệm phương trình $\log_3 x = 2$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 6$. C. $x = 8$. D. $x = 9$.

- b) Số công nhân được sử dụng nhiều nhất vào ngày thứ 10.
 c) Trong 16 ngày đầu tiên, công trình đã cần 1856 ngày công.
 d) Giả sử số tiền trả cho 1 ngày công là 500.000 đồng. Khi đó tổng số tiền phải trả cho nhân công để hoàn thành công trình xây dựng đó theo thời gian dự kiến là 4 tỉ đồng.

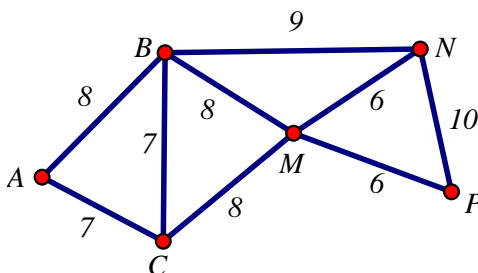
Câu 4: Một căn bệnh X có 4% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán bệnh X có tỉ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với những người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chẩn đoán đúng 98%. Chọn ngẫu nhiên một người đi kiểm tra bệnh X bằng phương pháp trên.

- a) Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là 0,04.
 b) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là 0,01.
 c) Xác suất để người đó có kết quả dương tính là 0,0588.
 d) Biết rằng đã có kết quả chẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự mắc bệnh là 0,6.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 2AD = 2$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy ($ABCD$). Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

Câu 2: Trong một trò chơi, người chơi muốn tìm đường đi ngắn nhất để đi từ A đến P , biết từ A đến P có những đường đi như hình vẽ và khoảng cách giữa các vị trí được cho trên hình. Đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



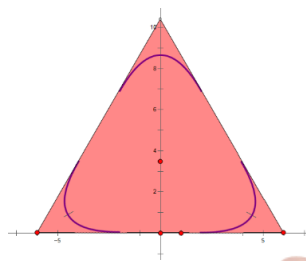
Câu 3: Một tấm kính làm mặt bàn (H1) có hình dáng tam giác đều với 3 đỉnh được làm cong (H2). Biết cạnh tấm kính tam giác ban đầu bằng 12 (dm). Để cắt góc được đẹp thì người ta dùng

đường Parabol (P): $y = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3}$ (H3) có hai nhánh tiếp giáp với hai cạnh của tam giác

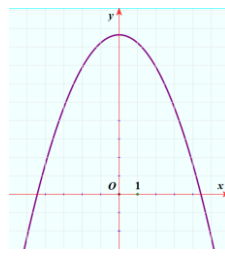
(H4)



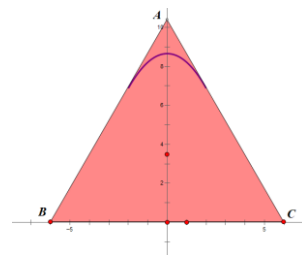
H1



H2



H3



H4

Tính diện tích mặt kính (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 4: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh – Khánh Hòa ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang chuyển động theo đường

thăng d có phương trình $\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 10 \end{cases}$ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như

hình vẽ). Xác định quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị km).

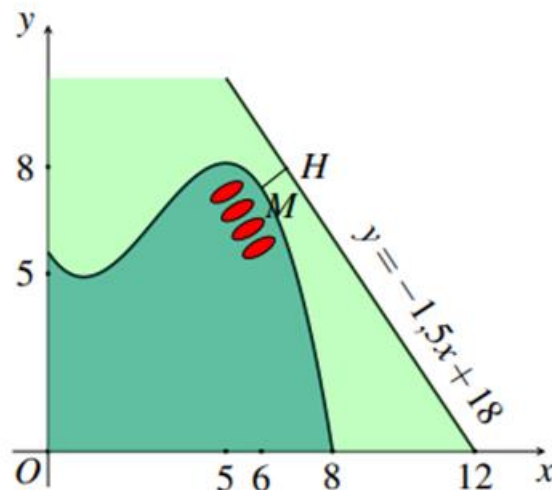
Vậy quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu khoảng 749km.

Câu 5: Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa bên dưới, nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị của hàm số

$$y = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56). \text{ Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục là } 100\text{m (Nguồn: A. Bigalke et}$$

al, *Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen 2016*).

Trong công viên có một con đường chạy dọc theo bờ hồ có phương trình $y = -1,5x + 18$. Người ta dự định xây dựng trên bờ hồ một bến thuyền đập nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Hoành độ của điểm để xây dựng bến thuyền này là bao nhiêu?



Câu 6: Có hai lô hàng. Lô 1: Có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2: Có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm. Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản phẩm lấy được lấy ra lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất một chính phẩm. (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)

HẾT



TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là:

- A. $\frac{2^{x+1}}{x+1} + C$. B. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$. C. $\frac{2^x}{x} + C$. D. $x \cdot 2^{x-1} + C$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta thấy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$.

Câu 2: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^1 x^3 dx$. B. $\pi \int_0^1 (2x)^3 dx$. C. $\int_0^1 x^6 dx$. D. $\pi \int_0^1 x^6 dx$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3: Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của một trường THPT qua thang điểm 100 được cho ở bảng sau:

Điểm	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	25	35	37	15	8

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $[0; 20)$. B. $[20; 40)$. C. $[40; 60)$. D. $[60; 80)$.

Lời giải

Chọn B

Kích thước mẫu số liệu $n = 25 + 35 + 37 + 15 + 8 = 110$ (chẵn)

Khi đó trung vị $M_e = \frac{x_{55} + x_{56}}{2}$; mà $x_{55}, x_{56} \in [20; 40)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua $M(1; 2; 1)$ và $N(3; 1; -2)$ là

- A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.
 C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đường thẳng MN đi qua $M(1; 2; 1)$ và nhận vector $\overrightarrow{MN} = (2; -1; -3)$ làm vector chỉ

phương nên có phương trình: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 5: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có đồ thị nhận đường thẳng $x = 1$ làm đường tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. B. $y = \frac{x^2+2x-3}{2x-3}$. C. $y = x - \sqrt{x^2+2}$. D. $y = \frac{2}{x^2+x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(18-x^2) = 2$ là:

A. $S = \{3\}$. B. $S = \{-3\}$. C. $S = \{\pm 3\}$. D. $S = \{-4; 3\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_3(18-x^2) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 18-x^2 > 0 \\ 18-x^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\sqrt{2} < x < 3\sqrt{2} \\ x = \pm 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 3$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_4 = (1; -2; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (1; 2; 1)$. C. $\vec{n}_2 = (1; -2; -5)$. D. $\vec{n}_1 = (1; -2; -1)$.

Lời giải

Chọn A

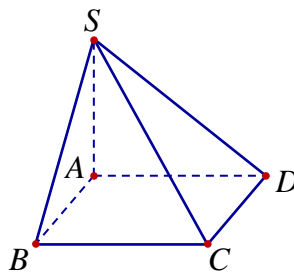
Theo công thức phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng CD vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAB) . B. (SBC) . C. (SAC) . D. (SAD) .

Lời giải

Chọn D



$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$$

Câu 9: Nghiệm phương trình $\log_3 x = 2$ là

A. $x = 3$. B. $x = 6$. C. $x = 8$. D. $x = 9$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 3^2 = 9.$$

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 5, u_5 = 17$. Công sai d của cấp số cộng là:

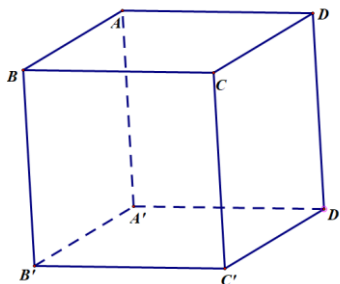
A. 1. B. 2. C. 8. D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} u_2 = 5 \\ u_5 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 5 \\ u_1 + 4d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 4 \end{cases}$$

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau



A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AD'}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB'}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC'}$$

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		1	3	1	$+\infty$

Hàm số đã cho có điểm cực đại là

A. $(0; 3)$.

B. $x = 0$.

C. $y = 3$.

D. $y = 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2 \cos x + x\sqrt{2}$.

a) Tính $f(0) = 2$ và $f(\pi) = -2 + \pi\sqrt{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2 \sin x + \sqrt{2}$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có đúng 2 nghiệm trên đoạn $[0; \pi]$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\pi\sqrt{2}$.

Lời giải

a) **Đúng.** Tính $f(0)$ và $f(\pi)$:

$$f(0) = 2 \cos 0 + 0 \cdot \sqrt{2} = 2.$$

$$f(\pi) = 2 \cos \pi + \pi\sqrt{2} = -2 + \pi\sqrt{2}. \text{ Suy ra a) Đúng.}$$

b) **Sai.** Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2 \sin x + \sqrt{2}$. Suy ra b) Sai.

c) **Đúng.** Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2 \sin x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $0 \leq x \leq \pi$ nên ta chọn $x = \frac{\pi}{4}$ và $x = \frac{3\pi}{4}$. Suy ra mệnh đề **c) Đúng**.

d) Đúng. Xét trên đoạn $[0; \pi]$ ta có : $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{4} \end{cases}$

$$f(0) = 2$$

$$f(\pi) = -2 + \pi\sqrt{2} \approx 2,44$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} + \frac{\pi\sqrt{2}}{4} \approx 2,52$$

$$f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} + \frac{3\pi\sqrt{2}}{4} \approx 1,92$$

Suy ra :

$$\text{Max}_{[0;\pi]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} + \frac{\pi\sqrt{2}}{4} = M$$

$$\text{Min}_{[0;\pi]} f(x) = f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} + \frac{3\pi\sqrt{2}}{4} = m$$

Vậy $M + m = \pi\sqrt{2}$. Suy ra **d) Đúng**.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ và mặt cầu

$(S): (x-3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25$. Gọi I là tâm của mặt cầu (S) .

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 0; -2)$ và bán kính $R = 5$.

b) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-2; -4; -6)$.

c) Hình chiếu vuông góc của tâm I lên đường thẳng Δ là điểm $H(1; 2; -1)$.

d) Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B và diện tích ΔIAB bằng 12 .

Lời giải

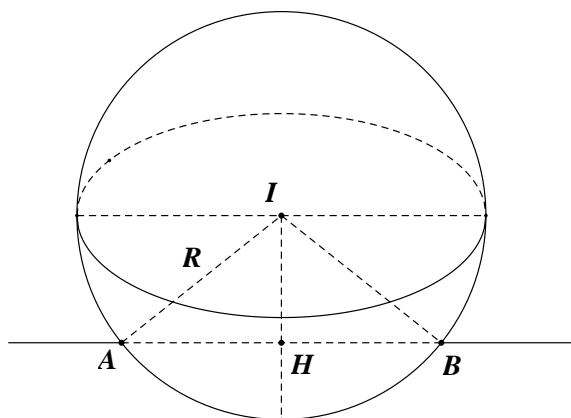
a) **Đúng.** Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 0; 2)$ và bán kính $R = 5$. Suy ra **a) Sai**.

b) **Sai.** Thế tọa độ điểm $M(-2; -4; -6)$ vào pt Δ ta có: $\begin{cases} -2 = -1 + t \\ -4 = -2 + 2t \\ -6 = -3 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \text{ (sai)} \\ t = -\frac{3}{2} \end{cases}$

Suy ra **b) sai**.

c) **Sai.** Điểm $H \in \Delta \Rightarrow H(-1+t; -2+2t; -3+2t)$

Suy ra: $\overrightarrow{IH} = (-4+t; -2+2t; -5+2t)$. H là hình chiếu của I lên $\Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{IH} \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0$
 với $\overrightarrow{u_\Delta} = (1; 2; 2)$
 $\Leftrightarrow 1(-4+t) + 2(-2+2t) + 2(-5+2t) = 0$
 $\Leftrightarrow 9t - 18 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow H(1; 2; 1)$. Suy ra **c) sai**.



d) Đúng. Ta có: $IH = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-1)^2} = 3 < R$ nên Δ cắt mặt cầu (S) tại 2 điểm A, B .

Khi đó: $AH = \sqrt{IA^2 - IH^2} = 4 \Rightarrow AB = 2AH = 8$.

Diện tích ΔIAB là $S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} IH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 = 12$. Suy ra **d) Đúng**.

Câu 3: Một công trình xây dựng dự kiến hoàn thành trong 100 ngày. Gọi $M(t)$ là số ngày công được tính đến hết ngày thứ t (kể từ khi khởi công công trình). Trong kinh tế xây dựng, người ta đã biết rằng $M'(t) = m(t)$ với $m(t)$ là số lượng công nhân được sử dụng tại thời điểm t . Biết rằng $m(t) = 100 + 12\sqrt{t} - 2t$ (với $0 \leq t \leq 100$).

- a) Có 116 công nhân được sử dụng vào ngày thứ 4.
- b) Số công nhân được sử dụng nhiều nhất vào ngày thứ 10.
- c) Trong 16 ngày đầu tiên, công trình đã cần 1856 ngày công.
- d) Giả sử số tiền trả cho 1 ngày công là 500.000 đồng. Khi đó tổng số tiền phải trả cho nhân công để hoàn thành công trình xây dựng đó theo thời gian dự kiến là 4 tỉ đồng.

Lời giải

a) Đúng.

Số công nhân được sử dụng vào ngày thứ 4 là $m(4) = 116$. Suy ra **a) đúng**.

b) Sai. Xét hàm số $m(t) = 100 + 12\sqrt{t} - 2t$ trên đoạn $[0; 100]$.

Ta có: $m'(t) = \frac{6}{\sqrt{t}} - 2 = \frac{6 - 2\sqrt{t}}{\sqrt{t}}$. Cho $m'(t) = 0 \Leftrightarrow 6 - 2\sqrt{t} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} = 3 \Leftrightarrow t = 9$

$m(0) = 100$

$m(9) = 118$

$m(100) = 20$

Suy ra số công nhân được sử dụng nhiều nhất vào ngày thứ 9. Vậy **b) Sai**.

c) Đúng. Số ngày công được sử dụng trong 16 ngày đầu tiên là:



$$M(16) = \int_0^{16} m(t) dt = \int_0^{16} (100 + 12\sqrt{t} - 2t) dt = \left(100t + 8t^{\frac{3}{2}} - t^2 \right) \Big|_0^{16} = 1856 \text{ (ngày công).}$$

Suy ra **c) đúng**.

d) Đúng. Tổng số ngày công được sử dụng để hoàn thành công trình trong 100 ngày là:

$$M(100) = \int_0^{100} m(t) dt = \int_0^{100} (100 + 12\sqrt{t} - 2t) dt = \left(100t + 8t^{\frac{3}{2}} - t^2 \right) \Big|_0^{100} = 8000 \text{ (ngày công)}$$

Tổng số tiền phải trả cho nhân công để hoàn thành công trình xây dựng đó là
 $8000 \times 500.000 = 4.000.000.000 = 4 \text{ tỉ đồng}$

Vậy **d) Đúng**.

Câu 4: Một căn bệnh X có 4% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán bệnh X có tỉ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với những người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chẩn đoán đúng 98%. Chọn ngẫu nhiên một người đi kiểm tra bệnh X bằng phương pháp trên.

a) Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là 0,04.

b) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là 0,01.

c) Xác suất để người đó có kết quả dương tính là 0,0588.

d) Biết rằng đã có kết quả chẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự mắc bệnh là 0,6.

Lời giải

Ta gọi các biến cố:

A : “Người đó mắc bệnh” và \bar{A} : “Người đó không mắc bệnh”.

B : “Kết quả xét nghiệm dương tính” và \bar{B} : “Kết quả xét nghiệm âm tính”.

Theo đề bài ta có:

$$P(A) = 0,04$$

$$P(\bar{A}) = 1 - 0,04 = 0,96$$

$$P(B|A) = 0,99$$

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,98$$

a) **Đúng.** Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(A) = 0,04$. Suy ra **a) Đúng**.

b) **Sai.** Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là $P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,98 = 0,02$.
 . Suy ra **b) Sai**.

c) **Đúng.** Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất để người đó có kết quả dương tính là:

$$P(B) = P(B|A).P(A) + P(\bar{B}|\bar{A}).P(\bar{A}) = 0,99.0,04 + 0,02.0,96 = 0,0588.$$

Vậy **c) Đúng**.

d) **Sai.** Áp dụng công thức Bayes, ta có xác suất để người đó thực sự mắc bệnh (khi đã có kết quả xét nghiệm dương tính) là:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B)} = \frac{0,99.0,04}{0,0588} = 0,6735.$$

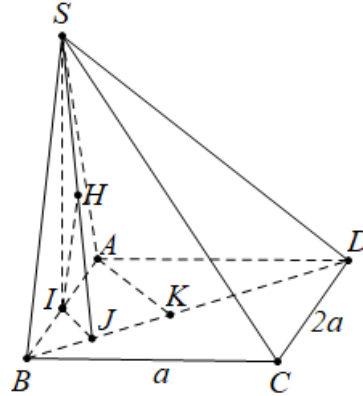
Vậy **d) Sai**.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 2AD = 2$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy ($ABCD$). Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải

Trả lời: 21



Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow SI \perp AB$.

Ta có:
$$\begin{cases} SI \perp AB \\ (SAB) \perp (ABCD) (gt) \Rightarrow SI \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{cases}$$

Xét $\triangle SAB$ đều có cạnh bằng 2 $\Rightarrow SI = \sqrt{3}$

Kẻ $AK \perp BD$ tại K . Ta xét $\triangle BAD$ có: $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{1} = \frac{5}{4} \Rightarrow AK = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Kẻ $JI \perp BD$ tại $J \Rightarrow JI \parallel AK \Rightarrow JI = \frac{1}{2}AK = \frac{\sqrt{5}}{5}$. Ta có: $BD \perp SI \Rightarrow BD \perp (SJI)$.

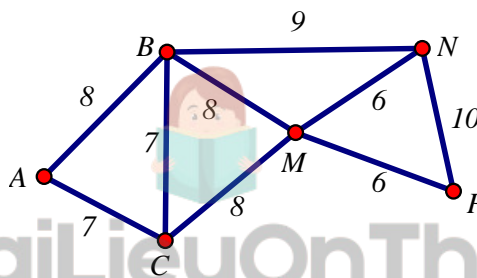
Kẻ $HI \perp SJ$ tại $H \Rightarrow IH \perp (SBD)$ tại $H \Rightarrow d(I; (SBD)) = IH$.

Xét $\triangle SJI$ có: $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{JI^2} + \frac{1}{SI^2} = 5 + \frac{1}{3} = \frac{16}{3} \Rightarrow HI = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Do I là trung điểm của AB nên:

$$\frac{d(A; (SBD))}{d(I; (SBD))} = \frac{AB}{AI} = 2 \Rightarrow d(A; (SBD)) = 2d(I; (SBD)) = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87.$$

Câu 2: Trong một trò chơi, người chơi muốn tìm đường đi ngắn nhất để đi từ A đến P , biết từ A đến P có những đường đi như hình vẽ và khoảng cách giữa các vị trí được cho trên hình. Đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 21

Các đường đi từ A đến P là:

$ABCMNP, ABMNP, ABNMP$

$ACBMNP, ACBMP, ACBNMP, ACBNP$

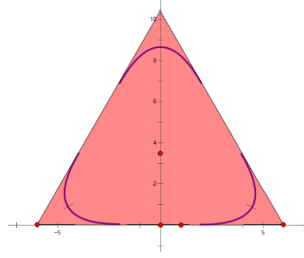
$ACNMP, ACMP$

Đường đi ngắn nhất để đi từ A đến P là $ACMP$ dài 21.

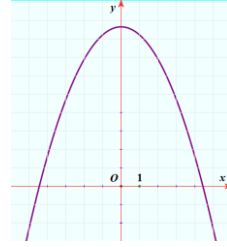
Câu 3: Một tấm kính làm mặt bàn (H1) có hình dáng tam giác đều với 3 đỉnh được làm cong (H2). Biết cạnh tam giác ban đầu bằng 12 (dm). Để cắt góc được đẹp thì người ta dùng đường Parabol (P): $y = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3}$ (H3) có hai nhánh tiếp giáp với hai cạnh của tam giác (H4)



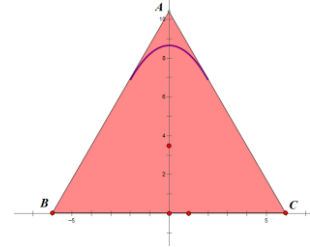
H1



H2



H3



H4

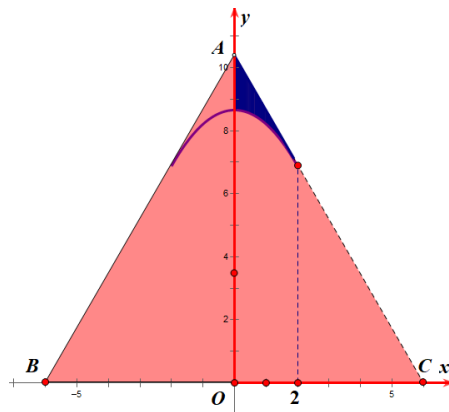
Tính diện tích mặt kính (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời: 54,4

Diện tích tam giác ABC bằng $S_{\Delta ABC} = 12^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}$

Dựng hệ trục như hình vẽ



Vì tam giác ABC đều cạnh bằng 12 nên $AO = 6\sqrt{3}$.

Phương trình đường thẳng $AC: \frac{x}{6} + \frac{y}{6\sqrt{3}} = 1 \Leftrightarrow y = -\sqrt{3}x + 6\sqrt{3}$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng AC

$$-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3} = -\sqrt{3}x + 6\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Diện tích phần tô đậm giới hạn bởi (P), (AC) và trục Oy trong hình bằng

$$S = \int_0^2 \left[(-\sqrt{3}x + 6\sqrt{3}) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3} \right) \right] dx = \int_0^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} \right) dx$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \int_0^2 (x-2)^2 dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{1}{3} (x-2)^3 \Big|_0^2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Vì mặt bàn đối xứng nên diện tích kính cần tính bằng

$$S_{\Delta ABC} - 6S = 36\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 32\sqrt{3} \approx 55,4 \text{ (dm}^2\text{)}$$

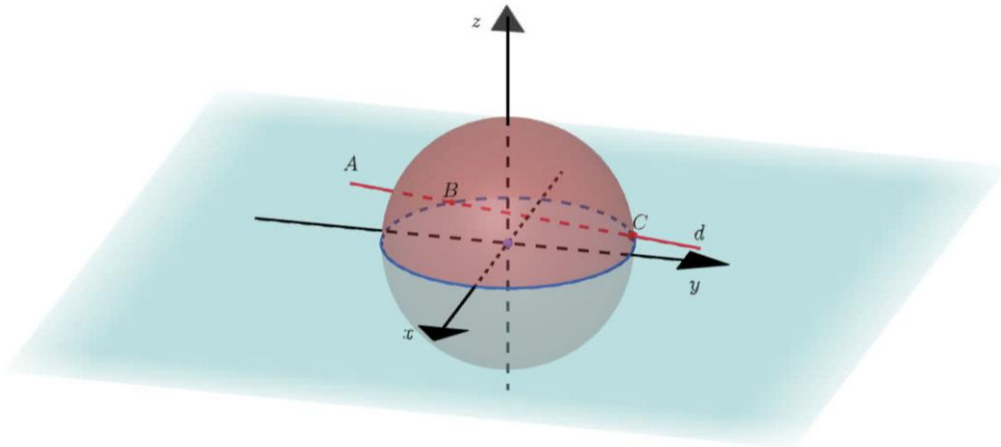
Câu 4: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh – Khánh Hòa ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang chuyển động theo đường

$$\text{thẳng } d \text{ có phương trình } \begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \text{ (} t \in \mathbb{R} \text{)} \\ z = 10 \end{cases} \text{ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như}$$

hình vẽ). Xác định quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị km).

Lời giải

Trả lời: 749



Ranh giới vùng phủ sóng của đài kiểm soát không lưu là mặt cầu (S) tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R = 600\text{km}$.

$$\text{Vậy } (S): x^2 + y^2 + z^2 = 600^2.$$

$$\text{Thay } d: \begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \text{ (} t \in \mathbb{R} \text{)} \\ z = 10 \end{cases} \text{ vào } (S): x^2 + y^2 + z^2 = 600^2.$$

$$\text{Ta có } (S): (100t - 1000)^2 + (80t - 200)^2 + 10^2 = 600^2$$

$$\Leftrightarrow 16400t^2 - 232000t + 680100 = 0 \begin{cases} t \approx 10 \Rightarrow A(0;600;10) \\ t \approx 4,15 \Rightarrow B(-585;132;10) \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{(-585 - 0)^2 + (132 - 600)^2 + (10 - 10)^2} \approx 749\text{km}.$$

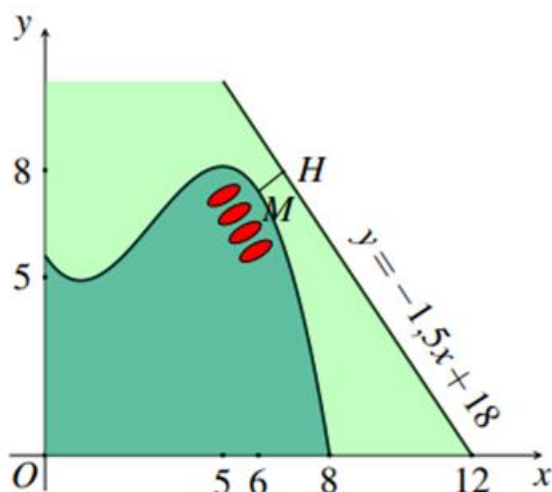
Vậy quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu khoảng 749km.

Câu 5: Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa bên dưới, nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị của hàm số

$$y = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56). \text{ Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục là } 100\text{m (Nguồn: A. Bigalke et$$

al, *Mathematik, Grundkurs ma-I, Cor-nelsen 2016*).

Trong công viên có một con đường chạy dọc theo bờ hồ có phương trình $y = -1,5x + 18$. Người ta dự định xây dựng trên bờ hồ một bến thuyền đập nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Hoành độ của điểm để xây dựng bến thuyền này là bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 6

Xét điểm $M(x; f(x))$ thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$ với $0 \leq x \leq 8$

Khoảng cách từ điểm $M(x; f(x))$ đến đường thẳng $y = -1,5x + 18$ là:

$$MH = \frac{\left| -1,5x - \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56) + 18 \right|}{\sqrt{(-1,5)^2 + (-1)^2}} = \frac{|x^3 - 9x^2 + 124|}{10\sqrt{3,25}}$$

Ta khảo sát hàm số $h(x) = x^3 - 9x^2 + 124$ với $0 \leq x \leq 8$

$$h'(x) = 3x^2 - 18x; h'(x) = 3x^2 - 18x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	6	8	
$h'(x)$	0	-	0	+
$h(x)$	124	16	60	

Căn cứ vào BBT, ta có $h(x) > 0$ với $0 \leq x \leq 8$; $\underset{[0;8]}{\text{Min}} h(x) = h(6) = 16$ tại $x = 6$

Do đó,

TaiLieuOnThi

$$\text{MinMH} = \underset{[0;8]}{\text{Min}} \frac{|x^3 - 9x^2 + 124|}{10\sqrt{3,25}} = \frac{1}{10\sqrt{3,25}} \cdot \underset{[0;8]}{\text{min}} h(x) = \frac{1}{10\sqrt{3,25}} \cdot 16 \approx 0,8875 \text{ và đạt được tại}$$

$x = 6$.

Câu 6: Có hai lô hàng. Lô 1: Có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2: Có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm. Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản phẩm lấy được lấy ra lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất một chính phẩm. (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,95

Gọi A là biến cố lấy ra ít nhất 1 chính phẩm thì A là biến cố lấy được toàn phế phẩm (2 phế phẩm).

Gọi H_1 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra đều thuộc lô 1.

H_2 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra từ lô 2.

H_3 là biến cố lấy được 2 sản phẩm thì 1 sản phẩm thuộc lô 1, 1 sản phẩm thuộc lô 2.

$$\text{Ta có } P(H_1) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}, P(H_2) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}, P(H_3) = \frac{C_2^1 \cdot C_3^1}{C_5^2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

\bar{A} xảy ra đồng thời với 3 biến cố trên và 3 biến cố này lập thành 1 nhóm biến cố đầy đủ.

$$\text{Ta có: } P(\bar{A} | H_1) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{3}{45}, P(\bar{A} | H_2) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}, P(\bar{A} | H_3) = \frac{C_3^1 \cdot C_2^1}{10 \cdot 10} = 0,06.$$

Theo công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$P(\bar{A}) = P(H_1) \cdot P(\bar{A} | H_1) + P(H_2) \cdot P(\bar{A} | H_2) + P(H_3) \cdot P(\bar{A} | H_3) = 37 / 750.$$

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 37 / 750 \approx 0,95$.



TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org