

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $y = x^4$ là:

- A. $\frac{1}{5}x^5 + C$ B. $4x^3 + C$ C. $x^5 + C$ D. $5x^5 + C$

Câu 2: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$. B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$.
 C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$. D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.

Câu 3: Bảng dưới biểu thị kết quả điều tra thời gian sử dụng Internet hằng ngày của một số người.

Thời gian (phút)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)	[150; 180)
Số người	2	4	10	5	3

Mốt của bảng số liệu trên thuộc nhóm nào?

- A. [90; 120). B. [120; 150). C. [60; 90). D. [150; 180).

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

- A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. B. $2x - y + 3z - 4 = 0$.
 C. $x - 2y - 4 = 0$. D. $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y		2		3	5

(Note: The table indicates a local maximum at x=1 with y=3, and a local minimum at x=1 with y=3. Arrows point from y=2 to y=3 and from y=3 to y=5.)

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

Câu 6: Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 7: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng

$$\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$$

- A. $\vec{u} = (-2; 1; -3)$. B. $\vec{u} = (-3; 2; 1)$. C. $\vec{u} = (3; -2; 1)$. D. $\vec{u} = (2; 1; 3)$.

Câu 8: Trong không gian cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 6. B. 12. C. 36. D. 4.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

- A. $(10; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[10; +\infty)$. D. $(-\infty; 10)$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 6. B. 9. C. 8. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 11: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là sai.

- A. $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$. B. $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'}$.
 C. $\vec{CA} = \vec{CB} + \vec{CD} + \vec{CC'}$. D. $\vec{C'A} = \vec{C'B} + \vec{C'D'}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$		↗ 2 ↘		-4	↗ $+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. D. -4.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a) b) c) d) ở mỗi câu, chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đường thẳng $x = 1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.
 b) Đường thẳng $y = \sqrt{2}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.
 c) Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang, 2 tiệm cận đứng.
 d) Đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận.

Câu 2: Cho hình chóp $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc, cạnh $AB = AC = a$, M là trung điểm của CB , H là trung điểm của MD . Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai?

- a) $\vec{DM} = -\frac{1}{2}(\vec{BD} + \vec{CD})$.
 b) $\vec{AH} = \frac{1}{2}\vec{AD} + \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AD})$.
 c) $\vec{AB} \cdot \vec{AH} = \frac{a^2}{4}$.
 d) Góc giữa vector \vec{AH} và \vec{BC} bằng 60° .



TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieunthi.org

Câu 3: Một lớp học có 50 học sinh, trong đó có 30 học sinh nam. Biết tỷ lệ học sinh biết bơi trong số học sinh nam là 60% và tỷ lệ học sinh biết bơi trong số học sinh nữ là 50%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh.

a) Xác suất học sinh được chọn là nam bằng $\frac{3}{5}$.

b) Xác suất học sinh được chọn là học sinh biết bơi, biết học sinh này là nam bằng $\frac{3}{5}$.

c) Biết học sinh được chọn là học sinh biết bơi thì xác suất học sinh đó là học sinh nam bằng $\frac{1}{4}$.

d) Xác suất để học sinh được chọn là nam khi biết học sinh đó không biết bơi là $\frac{6}{11}$.

Câu 4: Cho các hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x}$ xác định trên tập $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a. Hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{3}{x^2}$ trên D .

b. Hàm số $F(x) = 2x - 3\ln|x| + C$ là họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

c. Cho $F(1) = 5$, khi đó $F(x) = 2x - 3\ln|x| + 3$.

d. $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $xf(x)$ thỏa mãn $G(1) = 4$. Khi đó $G(2) = 2$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , mặt bên tạo với đáy một góc 30° . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng ma ; $m \in \mathbb{R}$. Giá trị m là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Câu 2: **Độ pH của một dung dịch** là đại lượng đặc trưng cho mức độ acid, base của một dung dịch. **pH** liên hệ trực tiếp với nồng độ H^+ thông qua biểu thức sau:

$$pH = -\log_{10}([H^+]).$$

- Trong đó: $[H^+](mol/L)$: là nồng độ của ion H^+ có trong dung dịch cần xét.

Hơn nữa:

$$pH = -\log_{10}\left(\frac{10^{-14}}{[OH^-]}\right)$$

- Trong đó: $[OH^-](mol/L)$: là nồng độ của ion OH^- có trong dung dịch cần xét.

Xét thí nghiệm hóa học dưới đây:

Người ta muốn xác định độ pH của một dung dịch bằng cách trộn 0,2(L) dung dịch H_2SO_4 có $n_{H_2SO_4} = 0,02$ mol với 0,5(L) dung dịch $NaOH$ có $n_{NaOH} = 0,06$ mol. Tính độ pH của dung dịch tạo thành (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 3: Một ông chủ nhà muốn làm một cái thang cứu hộ khi có nguy hiểm xảy ra. Ông ta muốn làm cái thang để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà. Với hàng rào cao 2,4 mét được đặt song song và cách bức tường của ngôi nhà một khoảng bằng 1,5 mét. Chiều dài ngắn nhất của cây thang bao nhiêu mét để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà (tham khảo hình vẽ) (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)?



Câu 4: Một nhà xuất bản sách muốn đưa ra thị trường một quyển sách Toán. Biết một trang giấy của một quyển sách Toán có dạng hình chữ nhật. Phần in chữ (hình ảnh) trên trang giấy đó cần diện tích là $337,5 \text{ cm}^2$. Biết lề trên, lề dưới của trang giấy là 3 cm; lề phải, lề trái của trang giấy là 2 cm. Để tiết kiệm chi phí in ấn và giấy nên nhà xuất bản yêu cầu diện tích trang giấy là nhỏ nhất. Khi đó, quyển sách dày 100 tờ bao gồm cả bìa, mỗi tờ (trừ tờ bìa) đều in 2 mặt.

+ Giá bìa màu: 2.000 đồng/ trang.

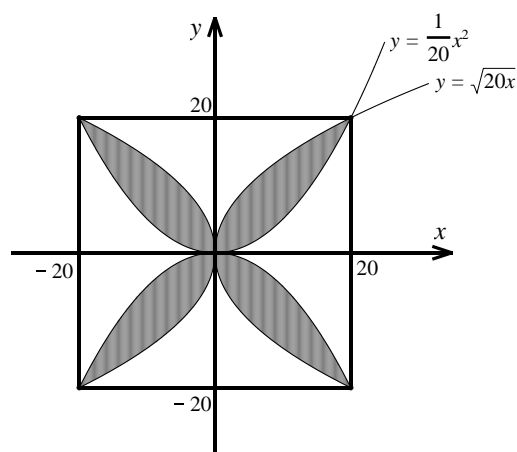
+ Giá in ấn: 2.000 đồng/ m^2 .

+ Giá giấy: 1.300 đồng/ m^2 .

Với giá gốc (giá sách ban đầu) chỉ chiếm 20% giá bán của sách.

Khi đó giá bán mỗi quyển sách tối thiểu là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn đến đơn vị hàng nghìn).

Câu 5: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm được thiết kế như hình bên dưới. Khi đó giá tiền mỗi viên gạch được tính bằng giá tiền in màu lên nền gạch: Giá tiền in màu 4 cánh hoa là 30.000 đồng trên 1000 cm^2 , và phần màu trắng (còn lại) là 15.000 đồng trên 1000 cm^2 . Một nền nhà diện tích $60m^2$ lát toàn bộ gạch hoa trên thì số tiền mua đủ số gạch là bao nhiêu triệu đồng.



Câu 6: Từ tập tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số. Chọn một số bất kỳ trong tập số trên. Xác suất để số chọn ra thỏa mãn: Trong 4 chữ số của số đó chỉ một chữ số xuất hiện đúng hai lần (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại TailieunonThi.org

PHẦN ĐÁP ÁN

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1A	2D	3A	4A	5A	6D	7B	8D	9C	10A	11B	12D
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu	1	2	3	4
a)	Đ	Đ	Đ	Đ
b)	S	S	Đ	Đ
c)	S	Đ	S	Đ
d)	Đ	S	Đ	S

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn

CÂU	ĐÁP ÁN
1	0,43
2	12,9
3	5,47
4	0121
5	9,60
6	0,43

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $y = x^4$ là:

A. $\frac{1}{5}x^5 + C$

B. $4x^3 + C$

C. $x^5 + C$

D. $5x^5 + C$

Lời giải

Ta có $\int x^4 dx = \frac{1}{5}x^5 + C$.

Câu 2: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.

B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$.

C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$.

D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.



Lời giải

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^1 |2x^2 + 1| dx = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$ do $2x^2 + 1 > 0 \forall x \in [0; 1]$.

Câu 3: Bảng dưới biểu thị kết quả điều tra thời gian sử dụng Internet hằng ngày của một số người.

Thời gian (phút)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)	[150;180)
Số người	2	4	10	5	3

Một của bảng số liệu trên thuộc nhóm nào?

- A.** [90;120). **B.** [120;150). **C.** [60;90). **D.** [150;180).

Lời giải

Ta có: nhóm [90;120) có tần số bằng 10. Khi đó một của bảng số liệu trên thuộc nhóm [90;120).

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-1;3)$ là

- A.** $2x - y + 3z + 9 = 0$. **B.** $2x - y + 3z - 4 = 0$.
C. $x - 2y - 4 = 0$. **D.** $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-1;3)$ là

$$2 \cdot (x-1) - 1 \cdot (y-2) + 3 \cdot (z+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 2 - y + 2 + 3z + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - y + 3z + 9 = 0.$$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	2	$+\infty$	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** 3 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 1

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5$ nên đường thẳng $y=2$ và $y=5$ là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3

Câu 6: Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

- A.** $x = -2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Ta có $3^{x+2} = 27 \Leftrightarrow 3^{x+2} = 3^3 \Leftrightarrow x+2 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

- Câu 7:** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$
- A. $\vec{u} = (-2; 1; -3)$. B. $\vec{u} = (-3; 2; 1)$. C. $\vec{u} = (3; -2; 1)$. D. $\vec{u} = (2; 1; 3)$.

Lời giải

Vector chỉ phương của đường thẳng là $\vec{u} = (3; -2; -1) = -1(-3; 2; 1)$ nên $\vec{u}_1 = (-3; 2; 1)$ cũng là một vector chỉ phương của đường thẳng.

- Câu 8:** Trong không gian cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. 6. B. 12. C. 36. D. 4.

Lời giải

Ta có công thức thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3}.3.4 = 4$.

- Câu 9:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là
- A. $(10; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[10; +\infty)$. D. $(-\infty; 10)$.

Lời giải

Ta có $\log x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 10$.

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $[10; +\infty)$.

- Câu 10:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng
- A. 6. B. 9. C. 8. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1.q = 2.3 = 6$.

- Câu 11.** Trong không gian, cho hình hộp $ABCD A'B'C'D'$. **Đẳng thức nào sau đây sai?**
- A. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$. B. $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'}$.
- C. $\vec{CA'} = \vec{CB} + \vec{CD} + \vec{CC'}$. D. $\vec{C'A'} = \vec{C'B'} + \vec{C'D'}$.

Lời giải

Đáp án A đúng theo quy tắc hình hộp

Đáp án C đúng theo quy tắc hình hộp

Đáp án D đúng theo quy tắc hình bình hành

Đáp án B sai.

- Câu 12:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. -4.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4 .

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đường thẳng $x = 1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.
- b) Đường thẳng $y = \sqrt{2}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.
- c) Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang, 2 tiệm cận đứng.
- d) Đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận.

Lời giải

a) Đúng; b) Sai; c) Sai; d) Đúng

Điều kiện $x \in (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (-1; 1) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}{\sqrt{1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^4}}} = 1$ nên $y = 1$ là đường tiệm cận

ngang của đồ thị hàm số.

Vì $\lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} y = +\infty$ nên $x = -\sqrt{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vì $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x+1)(x+2)}{\sqrt{(x+1)(x+\sqrt{2})(x-1)(x-\sqrt{2})}} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{x+1}(x+2)}{\sqrt{(x+\sqrt{2})(x-1)(x-\sqrt{2})}} = 0$ nên

$x = -1$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vì $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vì $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}^+} y = +\infty$ nên $x = \sqrt{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

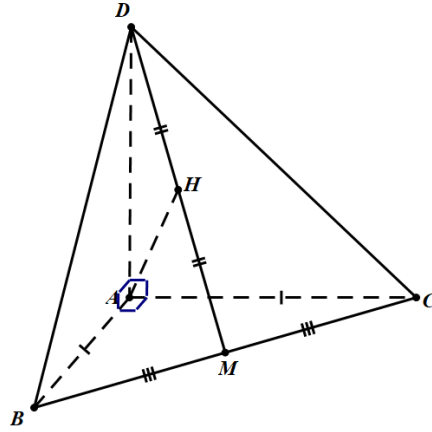
Câu 2: Cho hình chóp $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc, cạnh $AB = AC = a$, M là trung điểm của CB , H là trung điểm của MD . Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{DM} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD})$.
- b) $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$.
- c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{a^2}{4}$.
- d) Góc giữa vectơ \overrightarrow{AH} và \overrightarrow{BC} bằng 60°



TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieunthi.org



a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Sai

a) Đúng.

$$\overrightarrow{DM} = \frac{\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}}{2} \Rightarrow \overrightarrow{DM} = \frac{\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}}{-2}$$

b) Sai.

$$\overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AD}}{2}, \overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \frac{\frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} + \overrightarrow{AD}}{2}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{4}$$

c) Đúng.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} \cdot \left(\frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{4} \right) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{4} = \frac{AB^2}{4} = \frac{a^2}{4}$$

d) Sai.

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{4}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \cdot \left(\frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{4} \right)$$

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC}}{4} - \frac{\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}}{2} - \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{4}$$

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC}}{4} - \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}}{4} = 0.$$

Vậy góc giữa vectơ \overrightarrow{AH} và \overrightarrow{BC} bằng 90° .

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp AM \\ BC \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (ACM) \Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow (\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$$

Câu 3: Một lớp học có 50 học sinh, trong đó có 30 học sinh nam. Biết tỷ lệ học sinh biết bơi trong số học sinh nam là 60% và tỷ lệ học sinh biết bơi trong số học sinh nữ là 50%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh.

a) Xác suất học sinh được chọn là nam bằng $\frac{3}{5}$.

b) Xác suất học sinh được chọn là học sinh biết bơi, biết học sinh này là nam bằng $\frac{3}{5}$.

- c) Biết học sinh được chọn là học sinh biết bơi thì xác suất học sinh đó là học sinh nam bằng $\frac{1}{4}$.
- d) Xác suất để học sinh được chọn là nam khi biết học sinh đó không biết bơi là $\frac{6}{11}$.

Lời giải

a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng

Gọi A là biến cố “học sinh được chọn là học sinh nam” thì \bar{A} là biến cố “học sinh được chọn là học sinh nữ”;

B là biến cố: "Học sinh được chọn là học sinh biết bơi" thì \bar{B} là biến cố: "Học sinh được chọn là học sinh không biết bơi".

Theo giả thiết ta có:

$$P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} \text{ và } P(\bar{A}) = \frac{50-30}{50} = \frac{2}{5}.$$

$$P(B|A) = 60\% = \frac{3}{5} \text{ và } P(B|\bar{A}) = 50\% = \frac{1}{2}.$$

a) Xác suất học sinh được chọn là nam bằng $P(A) = \frac{3}{5}$.

b) Xác suất học sinh được chọn là học sinh biết bơi, biết học sinh này là nam bằng $P(B|A) = \frac{3}{5}$.

c) Xác suất học sinh được chọn là học sinh biết bơi là

$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{14}{25};$$

Học sinh được chọn là học sinh biết bơi thì xác suất học sinh đó là học sinh nam bằng

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{14}{25}} = \frac{9}{14}.$$

d) Vì $P(B|A) = \frac{3}{5}$ nên $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$.

Mặt khác, $P(B) = \frac{14}{25}$ nên $P(\bar{B}) = \frac{11}{25}$.

Do đó, theo công thức Bayes, xác suất để học sinh được chọn là nam khi biết học sinh đó không biết bơi là

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(\bar{B}|A)P(A)}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{11}{25}} = \frac{6}{11}.$$

Câu 4: Cho các hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x}$ xác định trên tập $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a. Hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{3}{x^2}$ trên D .

b. Hàm số $F(x) = 2x - 3\ln|x| + C$ là họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

c. Cho $F(1) = 5$, khi đó $F(x) = 2x - 3\ln|x| + 3$.

d. $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $xf(x)$ thỏa mãn $G(1) = 4$. Khi đó $G(2) = 2$.

Lời giải

a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai

a) Ta có $f'(x) = \frac{3}{x^2} = g(x), \forall x \in D$. Vậy hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ trên D . Chọn **đúng**.

b) Ta có $F(x) = \int f(x)dx = \int \frac{2x-3}{x} dx = \int \left(2 - \frac{3}{x}\right) dx = 2x - 3\ln|x| + C$. Chọn **đúng**.

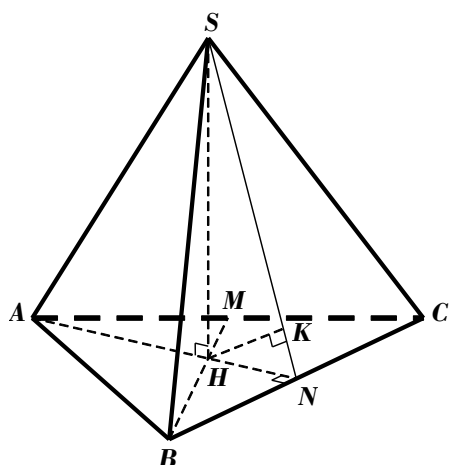
c) Vì $F(1) = 5 \Rightarrow 2 \cdot 1 - 3\ln 1 + C = 5 \Rightarrow C = 3$. Vậy $F(x) = 2x - 3\ln|x| + 3$. Chọn **đúng**.

d) Vì $G(x) = \int xf(x)dx = \int x \left(\frac{2x-3}{x}\right) dx = \int (2x-3) dx = x^2 - 3x + C$, và

$G(1) = 4 \Rightarrow 1 - 3 \cdot 1 + C = 4 \Rightarrow C = 6 \Rightarrow G(x) = x^2 - 3x + 6$. Vậy $G(2) = 4$. Chọn **sai**.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , mặt bên tạo với đáy một góc 30° . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng ma ; $m \in \mathbb{R}$. Giá trị m là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).



Lời giải

Gọi M, N lần lượt là trung điểm AC và BC . Suy ra $H = AN \cap BM$ là tâm của tam giác đều ABC . Vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SH \perp (ABC)$.

Ta có $d(A, (SBC)) = 3d(H, (SBC))$

Kẻ $HK \perp SN$ ($K \in SN$). (1)

Ta có $\begin{cases} BC \perp HN \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHN) \Rightarrow BC \perp HK$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $HK \perp (SBC)$ nên

$d(H, (SBC)) = HK$.

Vì $\begin{cases} BC \perp AN \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAN) \Rightarrow BC \perp SN$.

Do $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SN \subset (SBC), SN \perp BC \\ AN \subset (ABC), AN \perp BC \end{cases}$ suy ra $30^\circ = (SBC), (ABC) = SN, AN = SNA = SNH$.

Trong tam giác vuông SHN , ta có $HN = \frac{AN}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ suy ra $SH = HN \cdot \tan SNH = \frac{a}{6}$.

Trong tam giác vuông SHN , ta có $HK = \frac{SH \cdot HN}{\sqrt{SH^2 + HN^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{12}$.

Vậy $d(A, (SBC)) = 3HK = \frac{a\sqrt{3}}{4} \approx 0,43a$.

Câu 2: Độ pH của một dung dịch là đại lượng đặc trưng cho mức độ acid, base của một dung dịch. pH liên hệ trực tiếp với nồng độ H^+ thông qua biểu thức sau:

$$pH = -\log_{10}([H^+]).$$

- Trong đó: $[H^+]$ (mol/L): là nồng độ của ion H^+ có trong dung dịch cần xét.

Hơn nữa:

$$pH = -\log_{10}\left(\frac{10^{-14}}{[OH^-]}\right)$$

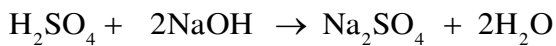
- Trong đó: $[OH^-]$ (mol/L): là nồng độ của ion OH^- có trong dung dịch cần xét.

Xét thí nghiệm hóa học dưới đây:

Người ta muốn xác định độ pH của một dung dịch bằng cách trộn 0,2(L) dung dịch H_2SO_4 có $n_{H_2SO_4} = 0,02$ mol với 0,5(L) dung dịch NaOH có $n_{NaOH} = 0,06$ mol. Tính độ pH của dung dịch tạo thành (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Phương trình hóa học:



Ban đầu: 0,02 0,06

Phản ứng: 0,02 \rightarrow 0,02

Sau phản ứng: 0 0,04

Vì sau phản ứng còn dư NaOH nên dung dịch sau phản ứng mang tính base.

Thể tích dung dịch sau phản ứng bằng: $V = 0,2 + 0,3 = 0,5$ (L).

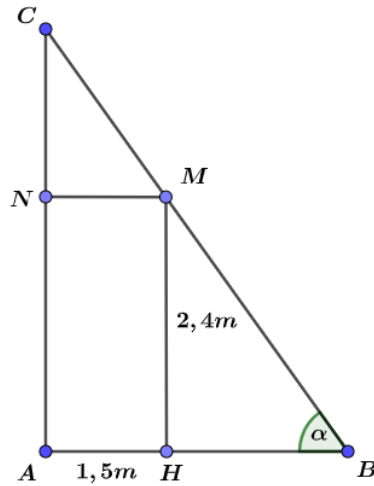
Ta có: $[OH^-] = \frac{0,04}{0,5} = 0,08M$. Suy ra $pH = -\log_{10}\left(\frac{10^{-14}}{[OH^-]}\right) \approx 12,9$.

Câu 3: Một ông chủ nhà muốn làm một cái thang cứu hộ khi có nguy hiểm xảy ra. Ông ta muốn làm cái thang để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà. Với hàng rào cao 2,4 mét được đặt song song và cách bức tường của ngôi nhà một khoảng bằng 1,5 mét. Chiều dài ngắn nhất của cây thang bao nhiêu mét để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà (tham khảo hình vẽ) (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)?



TaiLieuOnThi

Lời giải



Gọi góc hợp bởi thang và mặt đất là α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$). Chiều dài thang là $BC = BM + MC$.

Tam giác vuông MHB có $BM = \frac{2,4}{\sin \alpha}$.

Tam giác vuông MNC có $MC = \frac{1,5}{\cos \alpha}$.

$$BC = BM + MC = \frac{2,4}{\sin \alpha} + \frac{1,5}{\cos \alpha}.$$

Xét hàm số $y = \frac{2,4}{\sin x} + \frac{1,5}{\cos x}$ với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

$$y' = \frac{-2,4 \cdot \cos x}{\sin^2 x} + \frac{1,5 \cdot \sin x}{\cos^2 x} = \frac{-2,4 \cdot \cos^3 x + 1,5 \cdot \sin^3 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x},$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2,4 \cdot \cos^3 x = 1,5 \cdot \sin^3 x \Leftrightarrow \tan^3 x = \frac{2,4}{1,5} \Leftrightarrow \tan x = \sqrt[3]{\frac{8}{5}}, \text{ do } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

nên $x \approx 0,863 \text{ rad}$

Ta có bảng biến thiên

x	0	0,863	$\frac{\pi}{2}$
y'	-	0	+
y			5,47

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy chiều dài thang bé nhất xấp xỉ 5,47 mét.

Câu 4: Một nhà xuất bản sách muốn đưa ra thị trường một quyển sách Toán. Biết một trang giấy của một quyển sách Toán có dạng hình chữ nhật. Phần in chữ (hình ảnh) trên trang giấy đó cần diện tích là $337,5 \text{ cm}^2$. Biết lề trên, lề dưới của trang giấy là 3 cm; lề phải, lề trái của trang giấy là 2 cm. Để tiết kiệm chi phí in ấn và giấy nên nhà xuất bản yêu cầu diện tích trang giấy là nhỏ nhất. Khi đó, quyển sách dày 100 tờ bao gồm cả bìa, mỗi tờ (trừ tờ bìa) đều in 2 mặt.

+ Giá bìa màu: 2.000 đồng/ trang.

+ Giá in ấn: 2.000 đồng/m^2 .

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

+ Giá giấy: $1.300 \text{ đồng}/m^2$.

Với giá gốc (giá sách ban đầu) chỉ chiếm 20% giá bán của sách.

Khi đó giá bán mỗi quyển sách tối thiểu là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn đến đơn vị hàng nghìn).

Lời giải

Gọi a, b (cm) ($a \geq b > 0$) lần lượt là chiều dài và chiều rộng của trang chữ.

Suy ra chiều dài và chiều rộng của trang giấy lần lượt là $a + 6$, $b + 4$.

Phần in chữ trên trang giấy đó cần diện tích là $337,5 \text{ cm}^2$ nên ta có $a \cdot b = 337,5 \Leftrightarrow b = \frac{337,5}{a}$

Diện tích trang giấy là $S = (a + 6)(b + 4) = (a + 6)\left(\frac{337,5}{a} + 4\right) = 4a + \frac{2025}{a} + 361,5$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $S \geq 2\sqrt{4a \cdot \frac{2025}{a}} + 361,5 = 541,5$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 4a = \frac{2025}{a} \Leftrightarrow a = 22,5 \Rightarrow b = 15$.

Vậy để diện tích trang giấy là nhỏ nhất thì chiều dài và chiều rộng của trang giấy lần lượt là $28,5 \text{ cm}$ và 19 cm .

- Tổng số trang in ấn là: $(100 - 2) \cdot 2 = 196$ (trang).

- Diện tích phần in ấn là: $196 \cdot 337,5 = 66150 (\text{cm}^2) = 6,615 (\text{m}^2)$.

- Số tiền in ấn: $6,615 \cdot 2000 = 13230$ đồng.

- Tổng số tờ giấy in: $100 - 2 = 98$ (tờ).

- Diện tích tờ giấy in: $98 \cdot 28,5 \cdot 19 = 53067 (\text{cm}^2) = 5,3067 (\text{m}^2)$.

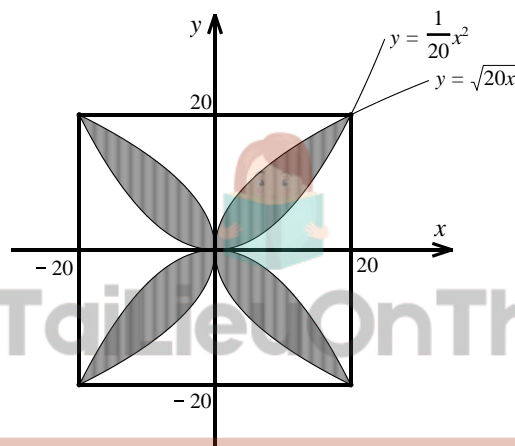
- Số tiền giấy: $5,3067 \cdot 1300 = 6898,71$ (đồng).

Tổng số tiền in ấn 1 quyển sách là: $2 \cdot 2000 + 13230 + 6898,71 = 24128,71$ (đồng).

Vậy giá bán mỗi quyển sách là: $24128,71 \cdot 5 = 120643,55$ (đồng) ≈ 121 (nghìn đồng).

Câu 5: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm được thiết kế như hình bên dưới. Khi đó giá tiền mỗi viên gạch được tính bằng giá tiền in màu lên nền gạch: Giá tiền in màu 4 cánh hoa là 30.000 đồng trên 1000 cm^2 , và phần màu trắng (còn lại) là 15.000 đồng trên 1000 cm^2 . Một nền nhà diện tích 60 m^2 lát toàn bộ gạch hoa trên thì số tiền mua đủ số gạch là bao nhiêu triệu đồng.

Giá tiền 1 viên gạch gồm giá phần thô làm ra viên gạch và giá phần trang trí mới phù hợp với thực tế



Lời giải

Diện tích một cánh hoa là diện tích hình phẳng được tính theo công thức sau:

$$S = \int_0^{20} \left(\sqrt{20x} - \frac{1}{20}x^2 \right) dx = \left(\frac{2}{3} \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{x^3} - \frac{1}{60}x^3 \right) \Big|_0^{20} = \frac{400}{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$\text{Diện tích 4 cánh hoa của 1 viên gạch là } S_1 = 4 \cdot S = \frac{1600}{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$\text{Diện tích phần màu trắng của 1 viên gạch là } S_2 = 40 \cdot 40 - S_1 = 1600 - \frac{1600}{3} = \frac{3200}{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$\text{Nền nhà cần số viên gạch là } \frac{60 \times 100^2}{1600} = 300 \text{ (viên gạch)}$$

Vậy số tiền cần là mua 300 viên gạch là

$$T = 300 \times \left[\frac{1600}{3 \cdot 1000} \times 30000 + \frac{3200}{3 \cdot 1000} \times 15000 \right] = 9600000 \text{ (đồng)} = 9,60 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 6: Từ tập tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số. Chọn một số bất kì trong tập số trên. Xác suất để số chọn ra thỏa mãn: Trong 4 chữ số của số đó chỉ một chữ số xuất hiện đúng hai lần (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Lời giải

Gọi số tự nhiên có bốn chữ số là: \overline{abcd} ($a, b, c, d \in \mathbb{N}; 0 < a \leq 9, 0 \leq b, c, d \leq 9$).

$$\text{Số phần tử của không gian mẫu } n(\Omega) = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000.$$

Gọi A là biến cố: “Số được chọn có chỉ một chữ số xuất hiện đúng hai lần”

□ TH 1: Số xuất hiện hai lần là số 0.

Chọn a có 9 cách, vị trí hai số 0 có C_3^2 cách, vị trí còn lại có 8 cách $\Rightarrow 9 \cdot C_3^2 \cdot 8$ cách.

□ TH 2: Số xuất hiện hai lần là một trong các số: $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

Ví dụ: số xuất hiện hai lần là số 1.

Chọn vị trí hai số 1 có C_4^2 cách, hai vị trí còn lại có A_9^2 cách $\Rightarrow C_4^2 \cdot A_9^2$ cách.

Chọn $a = 0$, hai vị trí số 1 có C_3^2 cách, vị trí còn lại có 8 cách $\Rightarrow C_3^2 \cdot 8$ cách.

Với các số: $\{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ xuất hiện hai lần ta làm tương tự. Từ đó ta có: $9 \cdot (C_4^2 \cdot A_9^2 - C_3^2 \cdot 8)$

cách. Do đó $n(A) = 9 \cdot C_3^2 \cdot 8 + 9 \cdot (C_4^2 \cdot A_9^2 - C_3^2 \cdot 8) = 3888$ cách. Vậy $P(A) = \frac{3888}{9000} = \frac{54}{125} \approx 0,43$.

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại TailieunonThi.org