

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$.

Câu 2: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ **B.** $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ **C.** $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ **D.** $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$

Câu 3: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 3,39.

B. 11,62.

C. 0,13.

D. 0,36.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng M_1M_2 ?

A. $\vec{u}_2 = (1;2;0)$

B. $\vec{u}_3 = (1;0;0)$

C. $\vec{u}_4 = (-1;2;0)$

D. $\vec{u}_1 = (0;2;0)$

Câu 5: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{2x+1}{x+2}$ có phương trình là:

A. $x = -2$.

B. $y = 3$.

C. $x = -1$.

D. $y = 2$.

Câu 6: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{16 - 2^{2x+1}}$.

A. $D = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

B. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

C. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

D. $D = \left[0; \frac{3}{2}\right]$.

Câu 7: Trong không gian Oxyz, mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 12$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

A. $y+1=0$.

B. $y-2=0$.

C. $y+2=0$.

D. $x+z-1=0$.

Lời giải

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh bên SA vuông góc với (ABC) . Gọi I là trung điểm cạnh AC , H là hình chiếu của I trên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SBC) \perp (IHB)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$. C. $(SAC) \perp (SBC)$. D. $(SBC) \perp (SAB)$.

Câu 9: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2+x} = 9$ bằng

- A. 2. B. 3. C. -2. D. -1.

Câu 10: Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$.

- A. $S = 1$. B. $S = \frac{2}{3}$. C. $S = \frac{3}{2}$. D. $S = 2$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$. B. $\vec{SA} + \vec{SB} = \vec{SC} + \vec{SD}$.
 C. $\vec{SA} + \vec{SD} = \vec{SB} + \vec{SC}$. D. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = \vec{0}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	
y	$-\infty$		↗	↘	$-\infty$	↘	↗	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(-1; 1)$. B. $(0; 1)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x^2+4}$.

a) $f(24) = \frac{9}{116}$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận ngang.

c) Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x = 4$.

d) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a; b]$ thì $3a + 4b = 5$.

Câu 2: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A .

a) $v_B(t) = at$

b) Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là $\frac{375}{2}m$.

c) Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là $\frac{225a}{2}m$.

d) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $25(m/s)$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 2; -1)$ và bán kính $R = 3$.

b) Góc tọa độ $O(0; 0; 0)$ nằm trong mặt cầu (S) .

c) Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là 1.

d) Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y - z = 0$.

Câu 4: Ở huyện Đông Anh, Hà Nội, vào tháng 7, người ta đo được xác suất để có mưa vào thứ hai là x^2 . Nếu trời có mưa vào thứ hai thì xác suất để có mưa vào thứ ba là $\frac{1}{4}x$. Nếu thứ hai không có mưa thì xác suất để có mưa vào thứ ba là x .

a) Biểu thức theo biến x cho biết xác suất để mưa sẽ rơi vào cả thứ hai và thứ ba là $2x^3$.

b) Khả năng trời sẽ có mưa vào cả thứ hai và thứ ba là 25% khi $x = 0,5$.

c) Biểu thức theo biến x , cho biết xác suất để trời sẽ mưa vào thứ ba là $x + x^2 - \frac{3x^3}{4}$.

d) Xác suất để có mưa vào thứ hai với điều kiện của biến x thỏa mãn xác suất trời sẽ mưa vào thứ ba lớn nhất bằng $\frac{1}{6}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

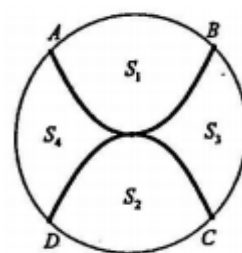
Câu 1: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có cạnh $AB = 6$. Gọi M là trung điểm cạnh AA_1 . Biết góc giữa hai đường thẳng CM và A_1B là 45° . Tính khoảng cách giữa đường thẳng CM và A_1B . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2: Có ba lớp học sinh 10A, 10B, 10C gồm 128 em cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi em lớp 10A trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi em lớp 10B trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi em lớp 10C trồng được 6 cây bạch đàn. Cả ba lớp trồng được là 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Hỏi lớp 10C có bao nhiêu học sinh?

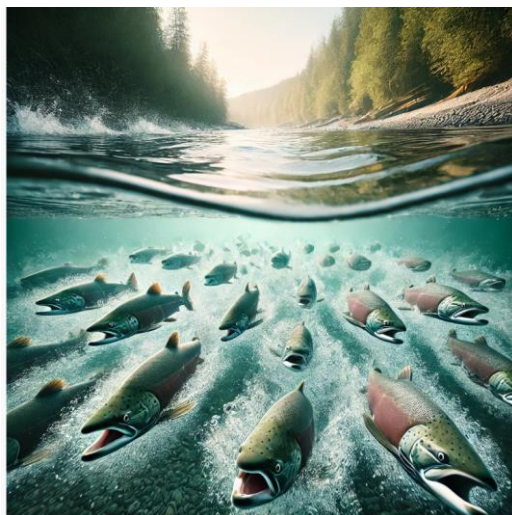
Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(21, 35, 50)$, biết bán kính phủ sóng của ngọn đèn là $4km$. Giả sử người đi biển di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $I(21, 35, 50)$ đến vị trí $A(5121; 658; 0)$. Tìm cao độ của vị trí cuối cùng trên đoạn thẳng IA sao cho người đi biển còn có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.



Câu 4: Sân trường có một bồn hoa hình tròn tâm O . Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần bởi hai đường parabol có cùng đỉnh O và đối xứng nhau qua O . Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm A, B, C, D tạo thành một hình vuông có cạnh bằng 4 m (như hình vẽ). Phần diện tích S_1, S_2 dùng để trồng hoa, phần diện tích S_3, S_4 dùng để trồng cỏ (Diện tích làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai). Biết kinh phí trồng hoa là 150.000 đồng/m², kinh phí để trồng cỏ là 100.000 đồng/m². Hỏi nhà trường cần bao nhiêu tiền để trồng bồn hoa đó? (Đơn vị tính nghìn đồng) chục nghìn).



Câu 5: Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) vượt khoảng cách 300km để tới nơi sinh sản. Vận tốc dòng nước là 6km/h. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v km/h thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$ trong đó c là hằng số cho trước. E tính bằng Jun. Tính vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên, để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất?



Câu 6: Có 10 lọ hóa chất trong đó có 4 lọ loại I, 6 lọ loại II. Nếu dùng lọ loại I thì kết quả tốt với xác suất 0,9, nếu dùng lọ loại II thì kết quả tốt với xác suất 0,5. Tìm xác suất để lọ hóa chất tốt này thuộc loại I.



TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 02

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \left(x^2 + \frac{2}{x^2}\right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$

Câu 2: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ **B.** $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ **C.** $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ **D.** $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx.$$

Câu 3: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 3,39.

B. 11,62.

C. 0,13.

D. 0,36.

Lời giải

Chọn C

+ Cỡ mẫu: $n = 20$.

Quãng đường	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

+ Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{2,85 \cdot 3 + 3,15 \cdot 6 + 3,45 \cdot 5 + 3,75 \cdot 4 + 4,05 \cdot 2}{20} = 3,39.$$

+ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{20} (2,85^2 \cdot 3 + 3,15^2 \cdot 6 + 3,45^2 \cdot 5 + 3,75^2 \cdot 4 + 4,05^2 \cdot 2) - 3,39^2 \approx 0,13.$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2 ?

- A. $\vec{u}_2 = (1;2;0)$ B. $\vec{u}_3 = (1;0;0)$ **C. $\vec{u}_4 = (-1;2;0)$** D. $\vec{u}_1 = (0;2;0)$

Lời giải

Chọn C

M_1 là hình chiếu của M lên trục $Ox \Rightarrow M_1(1;0;0)$.

M_2 là hình chiếu của M lên trục $Oy \Rightarrow M_2(0;2;0)$.

Khi đó: $\overrightarrow{M_1M_2} = (-1;2;0)$ là một vectơ chỉ phương của M_1M_2 .

Câu 5: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{2x+1}{x+2}$ có phương trình là:

- A. $x = -2$. **B. $y = 3$.** C. $x = -1$. D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2x+1}{x+2}\right) = 1 + 2 = 3$ nên đồ thị hàm số có TCN: $y = 3$.

Câu 6: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{16 - 2^{2x+1}}$.

- A. $D = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. **C. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$.** D. $D = \left(0; \frac{3}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \sqrt{16 - 2^{2x+1}}$ xác định khi và chỉ khi $16 - 2^{2x+1} \geq 0 \Leftrightarrow 2x+1 \leq 4 \Leftrightarrow x \leq \frac{3}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 12$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

- A. $y+1=0$. B. $y-2=0$. **C. $y+2=0$.** D. $x+z-1=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu có tâm $I(1; -2; 0)$.



Mặt phẳng song song mặt phẳng (Oxz) nên có dạng $y + D = 0$, qua $I(1; -2; 0)$ nên $D = 2$.

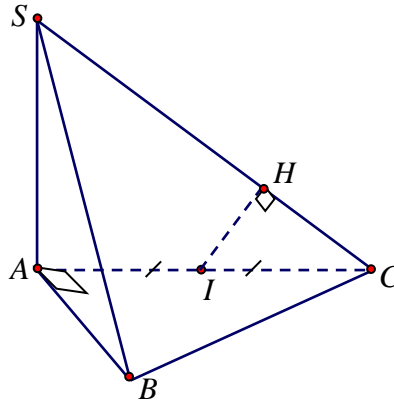
Vậy mặt phẳng cần tìm là $y + 2 = 0$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh bên SA vuông góc với (ABC) . Gọi I là trung điểm cạnh AC , H là hình chiếu của I trên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SBC) \perp (IHB)$. **B. $(SAC) \perp (SAB)$.** C. $(SAC) \perp (SBC)$. D. $(SBC) \perp (SAB)$.

Lời giải

Chọn B



Vì $AB \perp (SAC)$ nên $(SAC) \perp (SAB)$.

Câu 9: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2+x} = 9$ bằng

- A. 2. B. 3. **C. -2.** D. -1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 3^{x^2+x} = 9 \Leftrightarrow x^2 + x = 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Khi đó tích các nghiệm của phương trình là $1 \cdot (-2) = -2$.

Câu 10: Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$.

- A. $S = 1$. **B. $S = \frac{2}{3}$.** C. $S = \frac{3}{2}$. D. $S = 2$.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức tính tổng cấp số nhân lùi vô hạn ta có:

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}.$$

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$.** B. $\vec{SA} + \vec{SB} = \vec{SC} + \vec{SD}$.
C. $\vec{SA} + \vec{SD} = \vec{SB} + \vec{SC}$. D. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org

Ta có $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{VP}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		$-\infty$		4		$+\infty$

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(-1;1)$. B. $(0;1)$. C. $(4;+\infty)$. D. $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(0;1)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x^2+4}$.

a) $f(24) = \frac{9}{116}$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận ngang.

c) Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x = 4$.

d) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a;b]$ thì $3a + 4b = 5$.

Lời giải

a) Đúng.

b) Đúng vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$.

c) Đúng.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = \frac{-2x^2 + 6x - 8}{(x^2 + 4)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = -1 \\ x = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0		-1		$\frac{1}{4}$		0

Từ bảng biến thiên suy ra $x = 4$ là điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

d) Sai.

Từ kết quả câu b) và c) ta suy ra tập giá trị của hàm số là $\left[-1; \frac{1}{4}\right] \Rightarrow 3a + 4b = -3 + 1 = -2$.

Câu 2: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A .

a) $v_B(t) = at$

b) Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là $\frac{375}{2}m$.

c) Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là $\frac{225a}{2}m$.

d) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là 25 (m/s)

Lời giải

a) **Đúng**

Ta có $v_B(t) = \int a \cdot dt = at + C$, $v_B(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v_B(t) = at$.

Vậy a) đúng

b) **Đúng**

Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là

$$S_A = \int_0^{25} \left(\frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t \right) dt = \left(\frac{1}{300}t^3 + \frac{13}{60}t^2 \right) \Big|_0^{25} = \frac{375}{2}.$$

Vậy b) đúng

c) **Sai**

Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là

$$S_B = \int_0^{15} at \cdot dt = \frac{at^2}{2} \Big|_0^{15} = \frac{225a}{2}.$$

Vậy c) sai

d) **Đúng**

Ta có $\frac{375}{2} = \frac{225a}{2} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}$.

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B(15) = \frac{5}{3} \cdot 15 = 25$ (m/s).

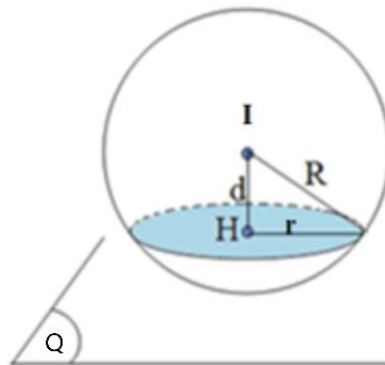
Vậy d) đúng



TailieuOnThi

- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2.
- a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 2; -1)$ và bán kính $R = 3$.
- b) Góc tọa độ $O(0; 0; 0)$ nằm trong mặt cầu (S) .
- c) Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là 1.
- d) Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y - z = 0$.**

Lời giải



- a) **Sai.** $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$ có $a = 3; b = -2; c = 1$ nên có tâm $I(3; -2; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2 - 5} = 3$.
- b) **Sai.** Vì $OI = \sqrt{(3-0)^2 + (-2-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{14} > 3$ nên $O(0; 0; 0)$ nằm ngoài mặt cầu (S) .
- c) **Sai.** (Q) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 nên $r = 2$.
- Ta có $R^2 = r^2 + d^2 \Rightarrow d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$.
- Vậy khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là $\sqrt{5}$.
- d) **Đúng.** Gọi $\vec{n} = (a; b; c)$ ($\vec{n} \neq \vec{0}$) là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

Vì phẳng (Q) chứa trục Ox nên (Q) có một vectơ chỉ phương là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Ta có $\vec{n} \perp \vec{i} \Leftrightarrow a \cdot 1 + b \cdot 0 + c \cdot 0 = 0 \Leftrightarrow a = 0$.

Mặt phẳng (Q) đi qua O và nhận vectơ $\vec{n} = (0; b; c)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình:

$$by + cz = 0$$

Vì

$$d(I, (Q)) = \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|b \cdot (-2) + c \cdot 1|}{\sqrt{0^2 + b^2 + c^2}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |-2b + c| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{b^2 + c^2} \Leftrightarrow 4b^2 - 4bc + c^2 = 5(b^2 + c^2)$$

$$\Leftrightarrow (b + 2c)^2 = 0 \Leftrightarrow b + 2c = 0.$$

Chọn $c = -1 \Rightarrow b = 2$. Vậy mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y - z = 0$.

Câu 4: Ở huyện Đông Anh, Hà Nội, vào tháng 7, người ta đo được xác suất để có mưa vào thứ hai là x^2 . Nếu trời có mưa vào thứ hai thì xác suất để có mưa vào thứ ba là $\frac{1}{4}x$. Nếu thứ hai không có mưa thì xác suất để có mưa vào thứ ba là x .

a) Biểu thức theo biến x cho biết xác suất để mưa sẽ rơi vào cả thứ hai và thứ ba là $2x^3$.

b) Khả năng trời sẽ có mưa vào cả thứ hai và thứ ba là 25% khi $x = 0,5$.

c) Biểu thức theo biến x , cho biết xác suất để trời sẽ mưa vào thứ ba là $x + x^2 - \frac{3x^3}{4}$.

d) Xác suất để có mưa vào thứ hai với điều kiện của biến x thỏa mãn xác suất trời sẽ mưa vào thứ ba lớn nhất bằng $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Gọi biến cố A là: “Có mưa vào thứ hai”.

B là: “Có mưa vào thứ ba”.

Từ giả thiết có $P(A) = x^2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - x^2$

$$P(B|A) = \frac{1}{4}x \text{ và } P(B|\bar{A}) = x$$

a) Xác suất để mưa sẽ rơi vào cả thứ hai và thứ ba là $P(A).P(B|A) = x^2 \cdot \frac{1}{4}x = \frac{x^3}{4}$ suy ra mệnh đề **sai**.

b) Để khả năng trời sẽ có mưa vào cả thứ hai và thứ ba là 25% thì

$$\frac{x^3}{4} = 25\% \Leftrightarrow x = 1 \text{ suy ra mệnh đề } \mathbf{sai}.$$

c) Xác suất để trời sẽ mưa vào thứ ba là

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$$

$$= x^2 \cdot \frac{1}{4}x + (1 - x^2) \cdot x$$

$$= x - \frac{3x^3}{4} \text{ suy ra mệnh đề } \mathbf{sai}.$$

d) Điều kiện của biến $0 \leq x \leq 1$

Xét hàm số $y = x - \frac{3}{4}x^3$ trên đoạn $[0; 1]$

Ta có $y' = 1 - \frac{9}{4}x^2; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = -\frac{2}{3} (l) \end{cases}$



TailieuOnThi

Câu 2: Có ba lớp học sinh 10A,10B,10C gồm 128 em cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi em lớp 10A trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi em lớp 10B trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi em lớp 10C trồng được 6 cây bạch đàn. Cả ba lớp trồng được là 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Hỏi lớp 10C có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Trả lời: 45

Gọi số học sinh của lớp 10A,10B,10C lần lượt là x, y, z . Điều kiện x, y, z nguyên dương.

$$\text{Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình } \begin{cases} x + y + z = 128 \\ 3x + 2y + 6z = 476 \\ 4x + 5y = 375 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 43 \\ z = 45 \end{cases}$$

Vậy lớp 10C có 45 em.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(21,35,50)$, biết bán kính phủ sóng của ngọn đèn là $4km$. Giả sử người đi biển di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $I(21,35,50)$ đến vị trí $A(5121;658;0)$. Tìm cao độ của vị trí cuối cùng trên đoạn thẳng IA sao cho người đi biển còn có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.



Lời giải

Trả lời: 11

Đường thẳng IA đi qua điểm I và nhận $\vec{IA}(5100;623;-50)$ làm vector chỉ phương.

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } IA \text{ là } \begin{cases} x = 21 + 5100t \\ y = 35 + 623t \\ z = 50 - 50t \end{cases}$$

Giả sử H là vị trí cuối cùng trên đoạn thẳng IA sao cho người đi biển có thể nhìn thấy ánh sáng từ ngọn hải đăng. Khi đó $IH = R$.

Ta có $H \in IA$ nên gọi tọa độ điểm $H(21 + 5100t; 35 + 623t; 50 - 50t) \Rightarrow \vec{IH}(5100t; 623t; -50t)$.

$$IH = R \Leftrightarrow \sqrt{(5100t)^2 + (623t)^2 + (-50t)^2} = 4000$$

$$\Leftrightarrow t \approx \pm 0,78.$$

+ Với $t \approx 0,78$, ta có $H(3900;520,94;11)$ và $\vec{IH}(3978;485,94;-39)$

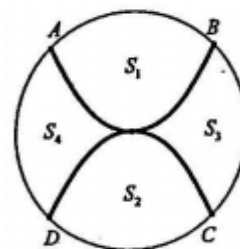
Khi đó $\vec{IA} = \frac{50}{39}\vec{IH}$ nên hai vectơ \vec{IA}, \vec{IH} cùng hướng, vậy thỏa mãn H thuộc đoạn thẳng IA .

+ Với $t \approx -0,78$, ta có $H(-3957; -450,94; 89)$ và $\overline{IH}(-3978; -485,94; 39)$

Khi đó $\overline{IA} = -\frac{50}{39}\overline{IH}$ nên hai vectơ $\overline{IA}, \overline{IH}$ ngược hướng, vậy thỏa mãn H không thuộc đoạn thẳng IA.

Vậy vị trí cuối cùng trên đoạn thẳng IA sao cho người đi biển còn có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng là điểm $H(3900; 520,94; 11)$, cao độ là 11.

Câu 4: Sân trường có một bồn hoa hình tròn tâm O. Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần bởi hai đường parabol có cùng đỉnh O và đối xứng nhau qua O. Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm A, B, C, D tạo thành một hình vuông có cạnh bằng 4 m (như hình vẽ). Phần diện tích S_1, S_2 dùng để trồng hoa, phần diện tích S_3, S_4 dùng để trồng cỏ (Diện tích làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai). Biết kinh phí trồng hoa là 150.000 đồng/m², kinh phí để trồng cỏ là 100.000 đồng/m². Hỏi nhà trường cần bao nhiêu tiền để trồng bồn hoa đó? (Đơn vị tính nghìn đồng) chục nghìn).



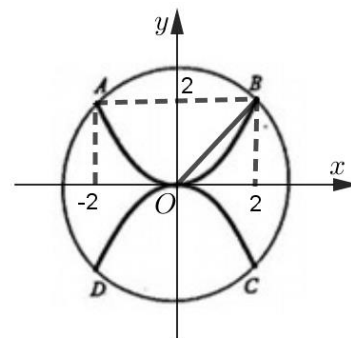
Lời giải

Trả lời: 3270.

Chọn hệ trục tọa độ vuông góc Oxy như hình vẽ.

Bồn hoa là hình tròn tâm O, bán kính bằng $OB = 2\sqrt{2}$ suy ra phương trình đường tròn biểu diễn cho bồn hoa là $x^2 + y^2 = 8$

\Rightarrow Phương trình nửa đường tròn phía trên trục hoành là $y = \sqrt{8 - x^2}$.



Đường parabol nằm phía trên trục hoành có phương trình $y = \frac{1}{2}x^2$.

Phần diện tích $S_1 = \int_{-2}^2 \left(\sqrt{8 - x^2} - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = 7,6165 \text{ m}^2$.

Để thấy $S_2 = S_1$ nên diện tích phần trồng hoa là $S = 15,23 \text{ m}^2$.

Vậy kinh phí trồng hoa là 2.280.000 đồng.

Diện tích trồng cỏ bằng diện tích bồn hoa trừ đi diện tích trồng hoa, bằng $8\pi - 15,23 = 9,90 \text{ m}^2$.

Suy ra kinh phí trồng cỏ là 990.000 đồng.

Vậy số tiền nhà trường cần để trồng bồn hoa đó là $2.280.000 + 990.000 = 3.270.000$ (đồng).

Vậy số tiền nhà trường cần để trồng bồn hoa đó là 3270 (nghìn đồng),

Câu 5: Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) vượt khoảng cách 300km để tới nơi sinh sản. Vận tốc dòng nước là 6km/h . Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v\text{ km/h}$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$ trong đó c là hằng số cho trước. E tính bằng Jun. Tìm vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên, để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất?



Lời giải

Trả lời: 9

Theo đề bài, vận tốc của cá khi bơi trên sông là $v - 6$, khi đó thời gian để cá bơi đến nơi sinh sản là $t = \frac{300}{v - 6}$.

Khi đó, $E(v) = cv^3 \frac{300}{v - 6}$ với $v > 6$. Đặt $x = v - 6$.

Bài năng lượng tiêu hao của cá được tính bởi hàm số:

$$f(x) = 300c \frac{(x+6)^3}{x} = 300c \left(x^2 + 18x + 108 + \frac{216}{x} \right) \text{ với } x > 0.$$

Ta có: $f'(x) = 300c \left(2x + 18 - \frac{216}{x^2} \right) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 + 18x^2 - 216 = 0 \Rightarrow x = 3$.

Bảng biến thiên:

x	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		$f(3)$	$+\infty$

Vậy $\min_{x \in (0; +\infty)} f(x) = f(3)$ hay khi vận tốc của cá khi nước đứng yên là $v = 9\text{km/h}$ thì cá ít tốn năng lượng nhất.

Câu 6: Có 10 lọ hóa chất trong đó có 4 lọ loại I, 6 lọ loại II. Nếu dùng lọ loại I thì kết quả tốt với xác suất 0,9, nếu dùng lọ loại II thì kết quả tốt với xác suất 0,5. Tìm xác suất để lọ hóa chất tốt này thuộc loại I.

Lời giải

Trả lời: 0,55

Gọi B_1 là biến cố: "Lấy được lọ hóa chất loại I", B_2 là biến cố: "Lấy được lọ hóa chất loại II",
 A là biến cố: "Lấy được lọ hóa chất có kết quả tốt".

$$\text{Ta có: } P(B_1) = \frac{4}{10}; P(B_2) = \frac{6}{10}; P(A|B_1) = 0,9; P(A|B_2) = 0,5$$

Theo công thức xác suất đầy đủ

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) = \frac{4}{10} \times 0,9 + \frac{6}{10} \times 0,5 = 0,66$$

Khi đó ta cần tính xác suất $P(B_1|A)$, theo công thức Bayes

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{4}{10} \times 0,9}{0,66} = \frac{6}{11} \approx 0,55.$$



TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại Tailieuonthi.org