

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + x$  là

- A.  $e^x + x^2 + C$       B.  $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$       C.  $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$       D.  $e^x + 1 + C$

**Câu 2:** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$       B.  $S = \int_0^2 e^x dx$       C.  $S = \pi \int_0^2 e^x dx$       D.  $S = \pi \int_0^2 e^x dx$

**Câu 3:** Người ta ghi lại tiền lãi của một số nhà đầu tư, khi đầu tư vào hai lĩnh vực  $A, B$  cho kết quả như sau

Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực $A$	2	5	8	6	4
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực $B$	8	4	2	5	6

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro đầu tư các lĩnh vực có giá trị trung bình tiền lãi gần bằng nhau. Lĩnh vực nào có phương sai, độ lệch chuẩn tiền lãi cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn.

Theo quan điểm trên, độ rủi ro của cổ phiếu nào cao hơn?

- A. Lĩnh vực  $A$  có độ rủi ro bằng lĩnh vực  $B$ .  
 B. Lĩnh vực  $A$  có độ rủi ro cao hơn lĩnh vực  $B$ .  
 C. Lĩnh vực  $A$  có độ rủi ro thấp hơn lĩnh vực  $B$ .  
 D. Không so sánh được.

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;2)$ ,  $B(2;-1;3)$ . Viết phương trình đường thẳng  $AB$ .

- A.  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$       B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$   
 C.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$       D.  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$2$	$+\infty$	$0$

Khẳng định nào sau đây là *sai*?

Tài liệu free tại [Tailieuthi.org](http://Tailieuthi.org)

- A. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .
- B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
- C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- D. Hàm số không có đạo hàm tại  $x = -1$ .

**Câu 6:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\log(x^2 + 3x) - 1}$  ?

- A.  $(-\infty; -5] \cup [2; +\infty)$ .
- B.  $(2; +\infty)$ .
- C.  $(1; +\infty)$ .
- D.  $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$ .

**Câu 7:** Mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(0;0;2)$ ,  $B(1;0;0)$  và  $C(0;3;0)$  có phương trình là

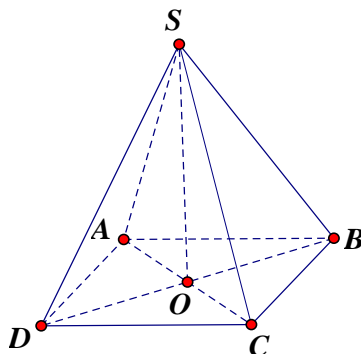
- A.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$ .
- B.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = -1$ .
- C.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$ .
- D.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = -1$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi,  $SA = SC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Mặt phẳng  $(SBD)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ .
- B. Mặt phẳng  $(SBC)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ .
- C. Mặt phẳng  $(SAD)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ .
- D. Mặt phẳng  $(SAB)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $O = AC \cap BD$ .

Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi nên  $AC \perp BD$ .

Mặt khác tam giác  $SAC$  cân tại  $S$  nên  $SO \perp AC$ .

Từ và suy ra  $AC \perp (SBD)$  nên  $(SBD) \perp (ABCD)$ .

**Câu 9:** Số nghiệm của phương trình  $2^{x^2-x} = 1$  là

- A. 0.
- B. 3.
- C. 1.
- D. 2.

**Câu 10:** Cho dãy số  $(u_n)$  có:  $u_1 = \frac{1}{4}; d = -\frac{1}{4}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $S_5 = \frac{5}{4}$ .
- B.  $S_5 = \frac{4}{5}$ .
- C.  $S_5 = -\frac{5}{4}$ .
- D.  $S_5 = -\frac{4}{5}$ .

**Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn đẳng thức vector đúng:

- A.  $\vec{DB'} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$
- B.  $\vec{AC'} = \vec{AC} + \vec{AB} + \vec{AD}$

C.  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .

D.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$ .

**Câu 12:** Hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$y'$		-	-
$y = f(x)$	$2$	$+\infty$	$2$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .
- B. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ .
- C. Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .
- D. Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

**PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = e^x + x$ .

- a) Tính  $f(0) = 1$  và  $f(\ln 2) = 2 + \ln 2$ .
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = e^x + 1$ .
- c) Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; 1]$  là 2
- d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \ln 2]$  là  $2 + \ln 2$ .

**Câu 2:** Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu  $1m$ . Ô tô A đang chạy với vận tốc  $16m/s$  bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ phía trước nên ô tô A đạp phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = 16 - 4t$  ( $m/s$ ), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ thời điểm ô tô A bắt đầu đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) Ô tô A sẽ dừng lại khi vận tốc bằng 0.

Tải tài liệu free tại [Tailieuthi.org](http://Tailieuthi.org)

b) Ô tô A dừng lại tại thời điểm  $t = 5$ .

c) Quãng đường ô tô A đi được kể từ thời điểm bắt đầu hãm phanh đến lúc dừng lại là

$$s = \int_0^5 v(t) dt.$$

d) Để hai ô tô A và B khi dừng lại đạt khoảng cách an toàn thì ô tô A phải đạp phanh khi cách ô tô B một khoảng tối thiểu là 30 mét.

**Câu 3:** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Gọi  $A$  là biến cố “Viên bi được lấy ra có đánh số”,  $B$  là biến cố “Viên bi được lấy ra có màu đỏ”.

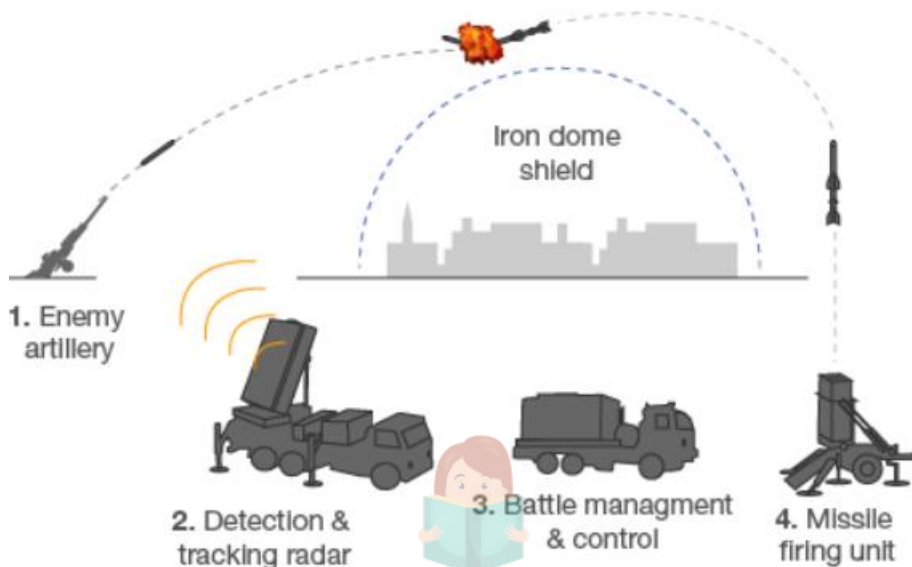
a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

b)  $P(B) = \frac{3}{5}$

c) Xác suất để lấy ra được viên bi màu đỏ có đánh số là  $P(A | B)$ .

d) Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là  $P(A) = \frac{7}{16}$ .

**Câu 4:** Hệ thống phòng không “Vòm sắt” là một trong những hệ thống đánh chặn tên lửa từ xa rất nổi tiếng của Israel. Để “Vòm sắt” hoạt động được chính xác người ta trang bị một Radar có khả năng phát hiện tên lửa với bán kính 417 km. Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  một hệ thống “Vòm sắt” đang ở vị trí  $O(0;0;0)$  và một quả tên lửa đang ở vị trí  $A(688;185;-8)$  được phóng lên và bay theo một quỹ đạo là đường thẳng có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (-91; -75; 0)$ .



Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

a) Phương trình mặt cầu thể hiện vùng phủ sóng của Radar là  $x^2 + y^2 + z^2 = 417$

b) Radar phát hiện một quả tên lửa ngay tại vị trí được phóng lên

Tại tài liệu free tại [Tailieuonhi.org](http://Tailieuonhi.org)

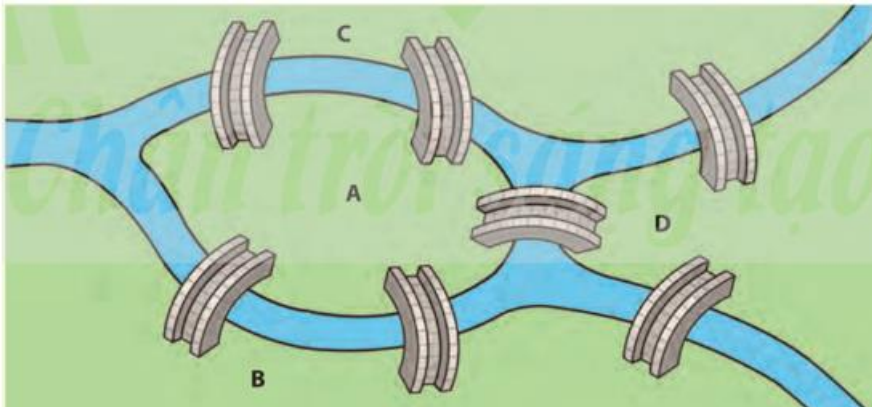
c) Giả sử hệ thống “Vòm sắt” gặp trục trặc không thể bắn hạ quả tên lửa khi đó vị trí cuối cùng quả tên lửa xuất hiện trên màn hình radar là  $B(415; -40; -8)$

d) Nếu hệ thống gặp trục trặc không bắn hạ được tên lửa thì khoảng cách gần nhất từ hệ thống “Vòm sắt” đến quả tên lửa là  $\approx 190 \text{ km}$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

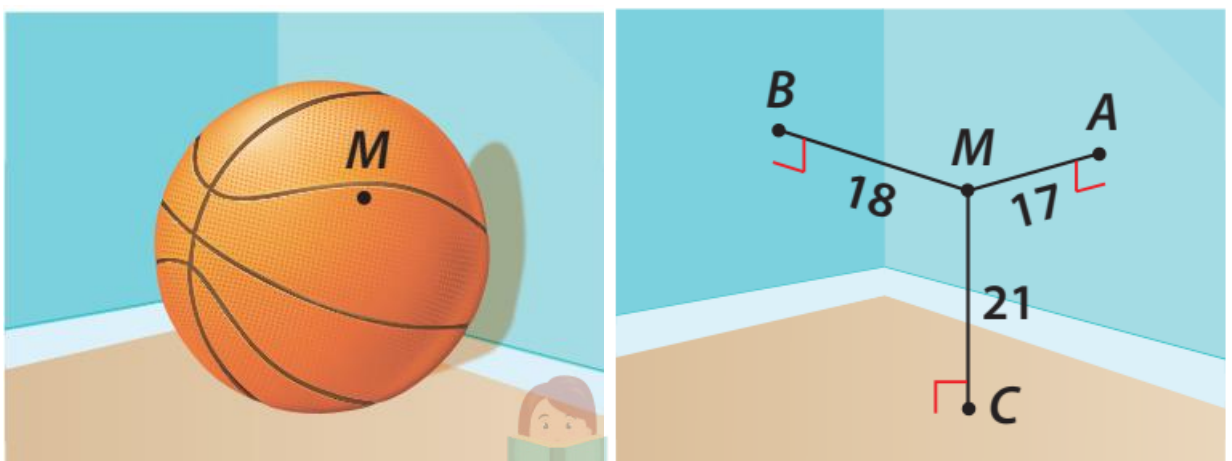
**Câu 1:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $\sqrt{2}$ ,  $AA' = 2$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BD$  và  $CD'$

**Câu 2:** Thành phố Königsberg thuộc Phổ có bảy cây cầu nối bốn vùng đất được chia bởi các nhánh sông Pregel như hình dưới.



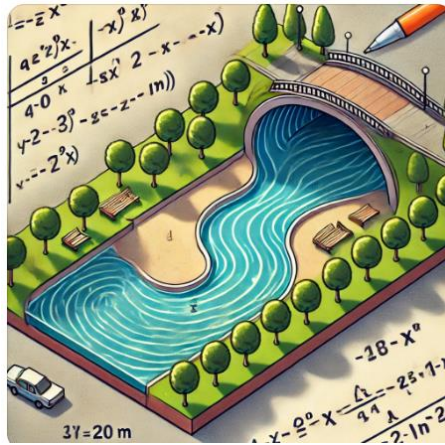
Vào mỗi sáng Chủ nhật, người dân thành phố thường đi dạo qua các cây cầu. Họ tự hỏi không biết có thể bắt đầu từ một điểm nào đó trong thành phố, đi qua khắp các cây cầu, mỗi cầu chỉ đi qua một lần, rồi quay về điểm xuất phát. Theo em, có bao nhiêu cách như vậy?

**Câu 3:** Bạn Bình đó bạn Nam tìm được đường kính của quả bóng rổ, biết rằng nếu đặt quả bóng ở một góc căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm  $M$  trên quả bóng với khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà lần lượt là 17 cm, 18 cm, 21 cm. Bán kính quả bóng bằng bao nhiêu biết loại bóng tiêu chuẩn có đường kính nằm trong khoảng từ 23 cm đến 24,5 cm



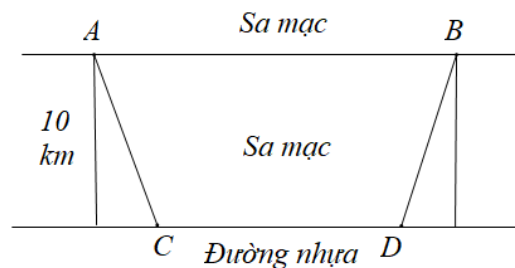
**Câu 4:** Ông Hùng muốn xây dựng một công viên hình chữ nhật với chiều dài 50m và chiều rộng 20m. Trong công viên, có một con sông uốn lượn dọc theo phương trình  $y = \sin \frac{x}{10} + 1$ ,  $x \in [0, 5\pi]$ . Con sông chia công viên thành hai phần không bằng nhau.

Tải tài liệu free tại [Tailieunthi.org](http://Tailieunthi.org)



Tính diện tích phần còn lại của công viên không bị con sông chiếm chỗ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

**Câu 5:** Một nhà địa chất học đang ở tại điểm  $A$  trên sa mạc. Anh ta muốn đến điểm  $B$  và cách  $A$  một đoạn là  $70\text{km}$ . Trong sa mạc thì xe anh ta chỉ có thể di chuyển với vận tốc là  $30\text{km/h}$ . Nhà địa chất phải đến được điểm  $B$  sau 2 giờ. Vì vậy, nếu anh ta đi từ  $A$  đến  $B$  sẽ không thể đến đúng giờ được. May mắn thay, có một con đường nhựa song song với đường nối  $A$  và  $B$  và cách  $AB$  một đoạn  $10\text{km}$ . Trên đường nhựa đó thì xe nhà địa chất này có thể di chuyển với vận tốc  $50\text{km/h}$ . Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ  $A$  đến  $B$  là bao nhiêu phút?



**Câu 6:** Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội  $B$  và gene lặn  $b$ .

Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene  $bb$ ,  $Bb$  tương đương là  $40\%$  và  $60\%$ . Tính xác suất để cây con có kiểu gene  $bb$ .



TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại [Tailieuonthi.org](http://Tailieuonthi.org)

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.** Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + x$  là

A.  $e^x + x^2 + C$

B.  $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$

C.  $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$

D.  $e^x + 1 + C$

Lời giải

Chọn B

**Câu 2:** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$

B.  $S = \int_0^2 e^x dx$

C.  $S = \pi \int_0^2 e^x dx$

D.  $S = \pi \int_0^2 e^x dx$

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  là:  $S = \int_0^2 e^x dx$ .

**Câu 3:** Người ta ghi lại tiền lãi của một số nhà đầu tư, khi đầu tư vào hai lĩnh vực  $A, B$  cho kết quả như sau

Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực $A$	2	5	8	6	4
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực $B$	8	4	2	5	6

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro đầu tư các lĩnh vực có giá trị trung bình tiền lãi gần bằng nhau. Lĩnh vực nào có phương sai, độ lệch chuẩn tiền lãi cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn.

Theo quan điểm trên, độ rủi ro của cổ phiếu nào cao hơn?

A. Lĩnh vực  $A$  có độ rủi ro bằng lĩnh vực  $B$ .

B. Lĩnh vực  $A$  có độ rủi ro cao hơn lĩnh vực  $B$ .

C. Lĩnh vực  $A$  có độ rủi ro thấp hơn lĩnh vực  $B$ .

D. Không so sánh được.

Lời giải

Chọn C

Lĩnh vực  $A$

Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực $A$	2	5	8	6	4

Lĩnh vực  $B$

Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực $B$	8	4	2	5	6

Tải tài liệu free tại [Tailieuonthi.org](http://Tailieuonthi.org)

Giá trị trung bình của hai lĩnh vực A và B là

$$\bar{x}_A = \frac{1}{25} \cdot (2.7,5 + 5.12,5 + 8.17,5 + 6.22,5 + 4.27,5) = 18,5$$

$$\bar{x}_B = \frac{1}{25} \cdot (8.7,5 + 4.12,5 + 2.17,5 + 5.22,5 + 6.27,5) = 16,9$$

Về độ trung bình đầu tư vào lĩnh vực A lãi hơn lĩnh vực B.

Độ lệch chuẩn của hai lĩnh vực A và B là

$$s_A = \sqrt{\frac{1}{25} \cdot (2.7,5^2 + 5.12,5^2 + 8.17,5^2 + 6.22,5^2 + 4.27,5^2) - 18,5^2} = 5,8$$

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{25} \cdot (8.7,5^2 + 4.12,5^2 + 2.17,5^2 + 5.22,5^2 + 6.27,5^2) - 16,9^2} = 8,04.$$

Như vậy độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thu tiền được hàng tháng khi đầu tư vào lĩnh vực B cao hơn lĩnh vực A nên đầu tư vào lĩnh vực B rủi ro hơn.

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;2)$ ,  $B(2;-1;3)$ . Viết phương trình đường thẳng  $AB$ .

A.  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$

B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$

C.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$

D.  $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\overline{AB} = (1; -2; 1)$ .

Đường thẳng  $AB$  đi qua điểm  $A(1;1;2)$  và nhận vectơ  $\overline{AB} = (1; -2; 1)$  làm vectơ chỉ phương.

Vậy phương trình của  $AB$  là  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$f'(x)$		+	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$2$	$+\infty$	$0$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là *sai*?

A. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại  $x=1$ .

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

D. Hàm số không có đạo hàm tại  $x=-1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Tải tài liệu free tại [Tailieunthi.org](http://Tailieunthi.org)

Vì  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$  nên hàm số có tiệm cận đứng  $x = -1$ .

**Câu 6:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\log(x^2 + 3x) - 1}$  ?

- A.**  $(-\infty; -5] \cup [2; +\infty)$ .    **B.**  $(2; +\infty)$ .    **C.**  $(1; +\infty)$ .    **D.**  $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Điều kiện: } \log(x^2 + 3x) \geq 1 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5 \\ x \geq 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } D = (-\infty; -5] \cup [2; +\infty)$$

**Câu 7:** Mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(0;0;2)$ ,  $B(1;0;0)$  và  $C(0;3;0)$  có phương trình là

- A.**  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$ .    **B.**  $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = -1$ .    **C.**  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$ .    **D.**  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có phương trình mặt phẳng là

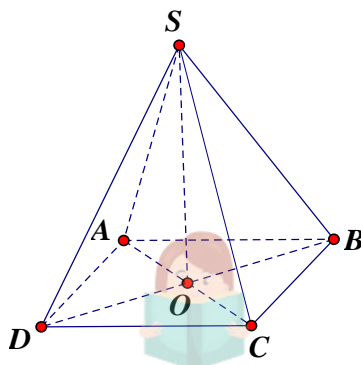
$$\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1.$$

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi,  $SA = SC$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Mặt phẳng  $(SBD)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ .  
**B.** Mặt phẳng  $(SBC)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ .  
**C.** Mặt phẳng  $(SAD)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ .  
**D.** Mặt phẳng  $(SAB)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $O = AC \cap BD$ .

Tứ giác  $ABCD$  là hình thoi nên  $AC \perp BD$ .

Mặt khác tam giác  $SAC$  cân tại  $S$  nên  $SO \perp AC$ .

Tại tài liệu free tại [Tailieuthi.org](http://Tailieuthi.org)

Từ và suy ra  $AC \perp (SBD)$  nên  $(SBD) \perp (ABCD)$ .

**Câu 9:** Số nghiệm của phương trình  $2^{x^2-x} = 1$  là

A. 0.

B. 3.

C. 1.

**D. 2.**

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } 2^{x^2-x} = 1 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^0 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm.

**Câu 10:** Cho dãy số  $(u_n)$  có:  $u_1 = \frac{1}{4}; d = -\frac{1}{4}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $S_5 = \frac{5}{4}$ .

B.  $S_5 = \frac{4}{5}$ .

**C.  $S_5 = -\frac{5}{4}$ .**

D.  $S_5 = -\frac{4}{5}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Sử dụng công thức tính tổng  $n$  số hạng đầu tiên:  $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$

$$\text{Tính được: } S_5 = -\frac{5}{4}.$$

**Câu 11:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn đẳng thức vectơ đúng:

**A.  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .**

B.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .

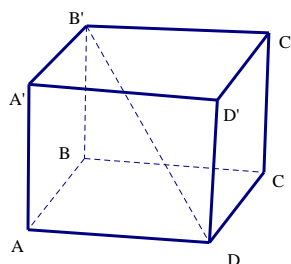
C.  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .

D.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Theo quy tắc hình hộp ta có  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$



**Câu 12:** Hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	2	$+\infty$
$y'$	-		-
$y = f(x)$	2	$+\infty$	2

(Note: In the original image, there are arrows pointing from the value 2 in the first row to  $-\infty$  in the third row, and from the value  $+\infty$  in the second row to 2 in the third row.)

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .
- B. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ .
- C. Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .
- D. Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = e^x + x$ .

**a)** Tính  $f(0) = 1$  và  $f(\ln 2) = 2 + \ln 2$ .

**b)** Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = e^x + 1$ .

**c)** Nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$  trên đoạn  $[0; 1]$  là 2

**d)** Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \ln 2]$  là  $2 + \ln 2$ .

**Lời giải**

**a) Đúng.** Tính  $f(0)$  và  $f(\ln 2)$ :

$$f(0) = e^0 + 0 = 1.$$

$$f(\ln 2) = e^{\ln 2} + \ln 2 = 2 + \ln 2.$$

**b) Đúng.** Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = e^x + 1$ .

**c) Sai.** Vì  $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$  nên phương trình  $f'(x) = 0$  vô nghiệm trên  $[0; 1]$

**d) Đúng.**

$$f(0) = 1$$

$$f(\ln 2) = 2 + \ln 2$$

Vì hàm số  $f(x) = e^x + x$  là một hàm đồng biến nên giá trị lớn nhất của hàm số sẽ đạt tại  $x = \ln 2$ .

Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \ln 2]$  là  $2 + \ln 2$ .

**Câu 2:** Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu  $1m$ . Ô tô A đang chạy với vận tốc  $16m/s$  bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ phía trước nên ô tô A đạp phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = 16 - 4t$  ( $m/s$ ), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ thời điểm ô tô A bắt đầu đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại [Tailieuonthi.org](http://Tailieuonthi.org)



a) Ô tô A sẽ dừng lại khi vận tốc bằng 0.

b) Ô tô A dừng lại tại thời điểm  $t = 5$ .

c) Quãng đường ô tô A đi được kể từ thời điểm bắt đầu hãm phanh đến lúc dừng lại là

$$s = \int_0^5 v(t) dt.$$

d) Để hai ô tô A và B khi dừng lại đạt khoảng cách an toàn thì ô tô A phải đạp phanh khi cách ô tô B một khoảng tối thiểu là 30 mét.

### Lời giải

a) **Đúng.** Xe đang lưu thông sẽ dừng lại khi vận tốc bằng 0 suy ra mệnh đề **đúng**.

b) **Sai.** Ô tô A dừng lại  $\Leftrightarrow v = 0 \Leftrightarrow 16 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 4$  suy ra mệnh đề **sai**.

c) **Sai.** Quãng đường ô tô A đi được kể từ thời điểm bắt đầu hãm phanh đến lúc dừng lại là

$$s = \int_0^4 v(t) dt \text{ suy ra mệnh đề sai}$$

d) **Sai.** Quãng đường ô tô A đi được kể từ thời điểm bắt đầu hãm phanh đến lúc dừng lại là

$$s = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^4 (16 - 4t) dt = 32(m).$$

Do đó ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng tối thiểu là  $32 + 1 = 33m$  suy ra mệnh đề **sai**.

**Câu 3:** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Gọi  $A$  là biến cố “Viên bi được lấy ra có đánh số”,  $B$  là biến cố “Viên bi được lấy ra có màu đỏ”.

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

b)  $P(B) = \frac{3}{5}$

c) Xác suất để lấy ra được viên bi màu đỏ có đánh số là  $P(A|B)$ .

d) Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là  $P(A) = \frac{7}{16}$ .

### Lời giải

a) **Đúng.** Số viên bi màu đỏ có đánh số là  $60\% \cdot 50 = 30$ . Suy ra **a đúng**.

b) **Sai.** Xác suất để lấy được viên bi màu đỏ là  $P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}$ . Suy ra **b Sai**.

c) **Đúng.** Biến cố “Viên bi được lấy ra có màu đỏ và đánh số” là biến cố  $A$  với điều kiện  $B$ . Vậy xác suất để lấy ra được viên bi màu đỏ có đánh số là  $P(A|B)$ . Suy ra **c đúng**.

d) **Sai.** Xác suất để lấy ra viên bi được lấy ra có đánh số là  $P(A)$ . Ta tính  $P(A)$  theo công thức:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$$

Ta có:  $P(B) = \frac{5}{8}$ ;  $P(A|B) = 60\%$ ;

$\bar{B}$  là biến cố lấy được viên bi vàng nên  $P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}$ .

$A|\bar{B}$  là biến cố lấy được viên bi màu vàng có đánh số nên  $P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = 50\%$ .

Vậy  $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot 60\% + \frac{3}{8} \cdot 50\% = \frac{9}{16}$

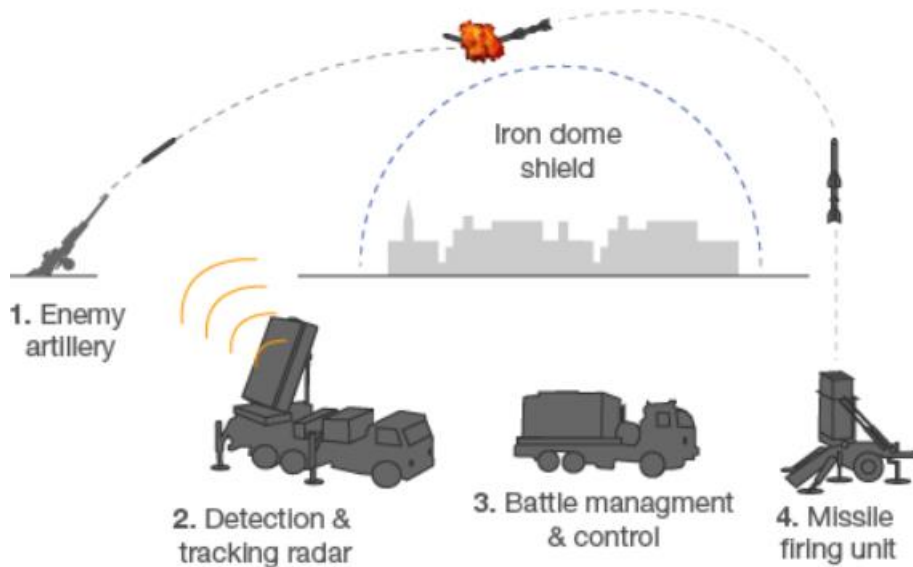
Vậy **d sai**.

**Câu 4:** Hệ thống phòng không “Vòm sắt” là một trong những hệ thống đánh chặn tên lửa từ xa rất nổi tiếng của Israel. Để “Vòm sắt” hoạt động được chính xác người ta trang bị một Radar có khả năng phát hiện tên lửa với bán kính 417 km. Trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  một hệ thống “Vòm sắt” đang ở vị trí  $O(0;0;0)$  và một quả tên lửa đang ở vị trí  $A(688;185;-8)$  được phóng lên và bay theo một quỹ đạo là đường thẳng có vector chỉ phương là  $\vec{u} = (-91; -75; 0)$ .



# TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại [Tailieunthi.org](http://Tailieunthi.org)



Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

- a) Phương trình mặt cầu thể hiện vùng phủ sóng của Radar là  $x^2 + y^2 + z^2 = 417$
- b) Radar phát hiện một quả tên lửa ngay tại vị trí được phóng lên
- c) Giả sử hệ thống “Vòm sắt” gặp trục trặc không thể bắn hạ quả tên lửa khi đó vị trí cuối cùng quả tên lửa xuất hiện trên màn hình radar là  $B(415; -40; -8)$
- d) Nếu hệ thống gặp trục trặc không bắn hạ được tên lửa thì khoảng cách gần nhất từ hệ thống “Vòm sắt” đến quả tên lửa là  $\approx 190\text{ km}$

### Lời giải

a) Phương trình mặt cầu tâm  $O(0;0;0)$ , bán kính  $R = 417$  là  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 417^2$  (\*) Suy ra mệnh đề **sai**

b) Thay tọa độ  $A(688;185;-8)$  vào VP của (\*) ta được  $688^2 + 185^2 + (-8)^2 = 507633 > 417^2$  suy ra điểm  $A(688;185;-8)$  nằm ngoài mặt cầu. Suy ra mệnh đề **sai**

c) Quỹ đạo của tên lửa là đường thẳng có phương trình  $d: \begin{cases} x = 688 - 91t \\ y = 185 - 75t \\ z = -8 \end{cases}$ . Giả sử điểm

$B(688 - 91t; 185 - 75t; -8)$  là điểm đầu tiên trên màn hình radar phát hiện ra quả tên lửa khi đó điểm  $B$  nằm trên mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 417^2$ .

$$(688 - 91t)^2 + (185 - 75t)^2 + (-8)^2 = 417^2$$

$$\Leftrightarrow 13906t^2 - 152966t + 333744 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 8 \\ t = 3 \end{cases}$$

Với  $t = 8$  suy ra  $B(-40; -415; -8)$ , khi đó  $\overline{AB} = (-728; -600; 0)$  suy ra  $|\overline{AB}| \approx 943,39$

Tải tài liệu free tại [Tailieuthi.org](http://Tailieuthi.org)

Với  $t = 3$  suy ra  $B(415; -40; -8)$ , khi đó  $\overrightarrow{AB} = (-273; -225; 0)$  suy ra  $|\overrightarrow{AB}| \approx 353,77$

Rõ ràng  $353,77 < 943,39$  do đó vị cuối cùng quả tên lửa xuất hiện trên Radar là

$B(-40; -415; -8)$  suy ra mệnh đề **sai**

**d)** Gọi  $H(688 - 91t; 185 - 75t; -8)$  là vị trí hệ thống “Vòm sắt” gần quả tên lửa. Khi đó để  $OH$  nhỏ nhất khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{OH} \perp \vec{u} = (-91; -75; 0)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = 0$$

$$\Leftrightarrow (688 - 91t) \cdot (-91) + (185 - 75t) \cdot (-75) = 0$$

$$\Leftrightarrow 13906t - 76483 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{11}{2}$$

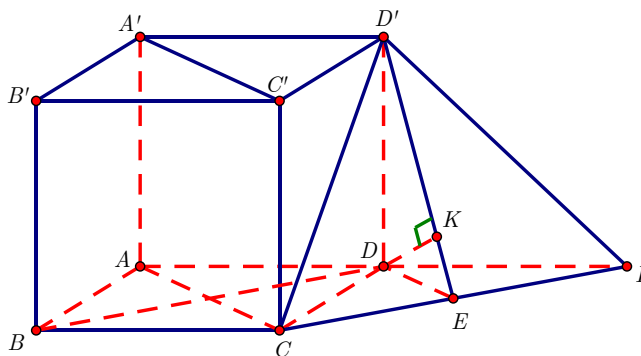
Suy ra  $H\left(\frac{375}{2}; -\frac{455}{2}; -8\right)$ ,  $|\overrightarrow{OH}| = \sqrt{\left(\frac{375}{2}\right)^2 + \left(\frac{-455}{2}\right)^2 + (-8)^2} \approx 295$  suy ra mệnh đề **sai**

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $\sqrt{2}$ ,  $AA' = 2$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BD$  và  $CD'$

**Lời giải**

**Trả lời: 0,89**



Gọi  $I$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $D$ , suy ra  $BCID$  là hình bình hành nên  $BD \parallel CI$ .

Do đó  $d[BD, CD'] = d[BD, (CD'I)] = d[D, (CD'I)]$ .

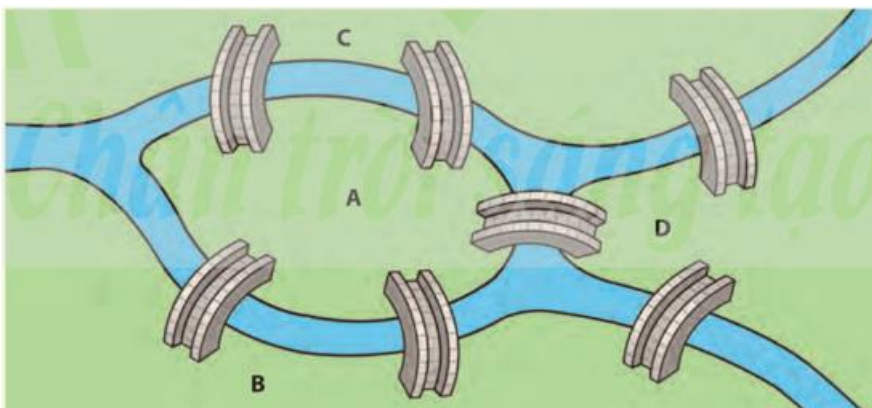
Kẻ  $DE \perp CI$  tại  $E$ , kẻ  $DK \perp D'E$ . Khi đó  $d[D, (CD'I)] = DK$ .

Xét tam giác  $IAC$ , ta có  $DE \parallel AC$  và có  $D$  là trung điểm của  $AI$  nên suy ra  $DE$  là đường trung bình của tam giác. Suy ra  $DE = \frac{1}{2}AC = 1$ .

Tải tài liệu free tại [Tailieuonthi.org](http://Tailieuonthi.org)

Tam giác vuông  $D'DE$ , có  $DK = \frac{D'D \cdot DE}{\sqrt{D'D^2 + DE^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \approx 0,89$ .

**Câu 2:** Thành phố Königsberg thuộc Phổ có bảy cây cầu nối bốn vùng đất được chia bởi các nhánh sông Pregel như hình dưới.

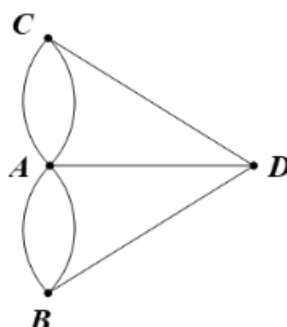


Vào mỗi sáng Chủ nhật, người dân thành phố thường đi dạo qua các cây cầu. Họ tự hỏi không biết có thể bắt đầu từ một điểm nào đó trong thành phố, đi qua khắp các cây cầu, mỗi cầu chỉ đi qua một lần, rồi quay về điểm xuất phát. Theo em, có bao nhiêu cách như vậy?

**Lời giải**

**Trả lời: 0**

Biểu thị mỗi vùng đất bằng một đỉnh, mỗi cây cầu bằng một cạnh nối hai đỉnh, ta được đồ thị như hình vẽ.



Ta thấy  $d(A) = 5; d(B) = d(C) = d(D) = 3$ .

Suy ra tất cả các đỉnh của đồ thị trên đều có bậc lẻ.

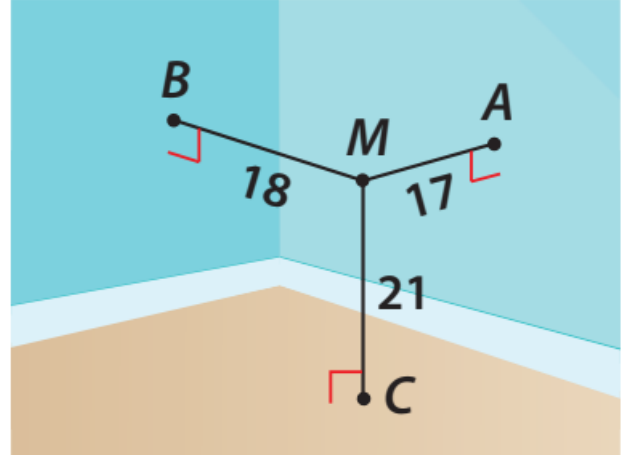
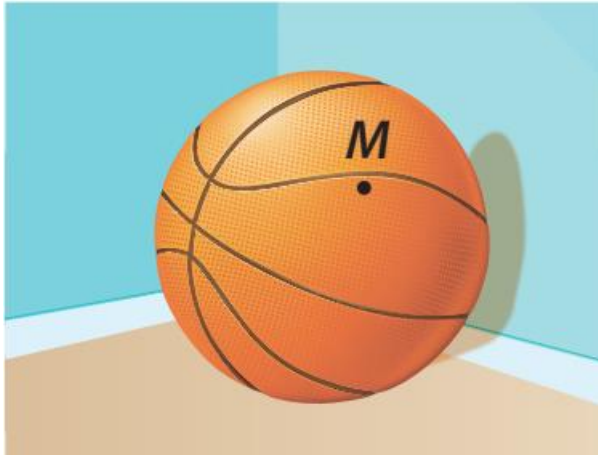
Do đó đồ thị không có chu trình Euler.

Nói cách khác, không thể bắt đầu từ một điểm nào đó trong thành phố, đi qua khắp các cây cầu, mỗi cầu chỉ đi qua một lần, rồi quay về điểm xuất phát.

**Câu 3:** Bạn Bình đó bạn Nam tìm được đường kính của quả bóng rổ, biết rằng nếu đặt quả bóng ở một góc căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm  $M$  trên quả bóng với khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà lần lượt là 17 cm, 18 cm, 21 cm. Bán kính quả bóng bằng bao nhiêu biết loại bóng tiêu chuẩn có đường kính nằm trong khoảng từ 23 cm đến 24,5 cm

TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại [Tailieuonthi.org](http://Tailieuonthi.org)



### Lời giải

**Trả lời:** 12cm

Chọn hệ trục tọa độ sao cho gốc tọa độ trùng với góc tường, các tia  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  hướng theo các đường giao giữa các bức tường và nền nhà.

Gọi tâm mặt cầu là  $I(a; b; c)$ , khi đó  $a, b, c$  là các số dương.

Do quả bóng tiếp xúc với các bức tường và nền nhà nên  $a = b = c = R$ .

Phương trình mặt cầu là  $(x - R)^2 + (y - R)^2 + (z - R)^2 = R^2$

Trên quả bóng có điểm  $M$  mà khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà lần lượt là 17 cm, 18 cm, 21 cm nên  $M(17; 18; 21)$  thuộc mặt cầu.

Do đó ta có:

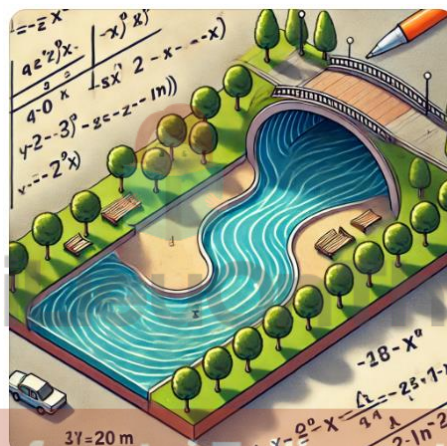
$$(17 - R)^2 + (18 - R)^2 + (21 - R)^2 = R^2 \Leftrightarrow 2R^2 - 112R + 1054 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} R = 28 - \sqrt{257} \\ R = 28 + \sqrt{257} \end{cases}$$

Do quả bóng tiêu chuẩn có đường kính nằm  $(23\text{cm}; 24.5\text{cm})$  nên  $R = 28 - \sqrt{257} \approx 12\text{ cm}$ .

**Câu 4:** Ông Hùng muốn xây dựng một công viên hình chữ nhật với chiều dài 50m và chiều rộng 20m.

Trong công viên, có một con sông uốn lượn dọc theo phương trình  $y = \sin \frac{x}{10} + 1$ ,  $x \in [0, 5\pi]$ .

Con sông chia công viên thành hai phần không bằng nhau (xem hình ảnh minh họa).



Tải tài liệu free tại [tailieuonthi.org](http://tailieuonthi.org)

Tính diện tích phần còn lại của công viên không bị con sông chiếm chỗ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

**Lời giải**

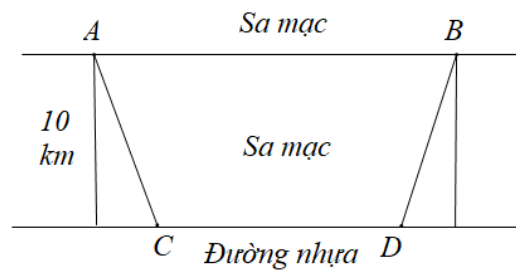
**Trả lời:** 974

Diện tích của con sông:  $S_{\text{sông}} = \int_0^{5\pi} \left( \sin \frac{x}{10} + 1 \right) dx \approx 25,7m^2$

Diện tích toàn bộ công viên:  $S_{cv} = 50.20 = 1000m^2$

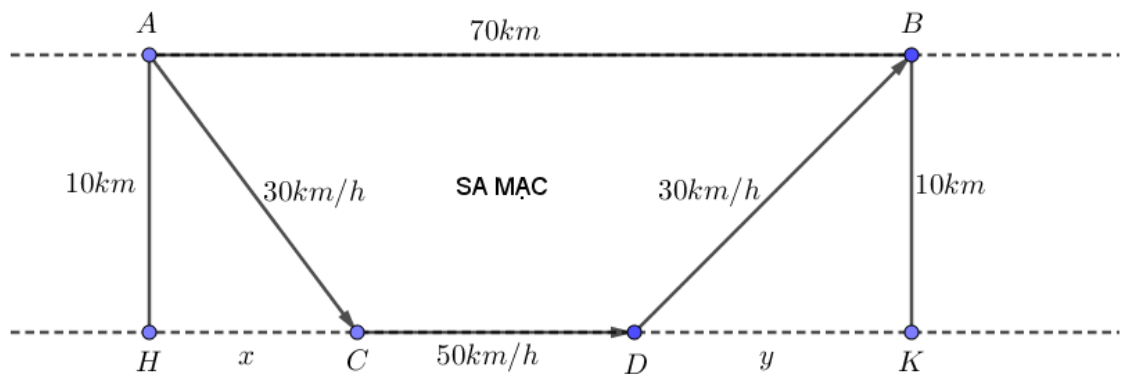
Diện tích phần còn lại của công viên không bị con sông chiếm chỗ là:  
 $1000m^2 - 25,7m^2 \approx 974m^2$

**Câu 5:** Một nhà địa chất học đang ở tại điểm  $A$  trên sa mạc. Anh ta muốn đến điểm  $B$  và cách  $A$  một đoạn là  $70km$ . Trong sa mạc thì xe anh ta chỉ có thể di chuyển với vận tốc là  $30km/h$ . Nhà địa chất phải đến được điểm  $B$  sau 2 giờ. Vì vậy, nếu anh ta đi từ  $A$  đến  $B$  sẽ không thể đến đúng giờ được. May mắn thay, có một con đường nhựa song song với đường nối  $A$  và  $B$  và cách  $AB$  một đoạn  $10km$ . Trên đường nhựa đó thì xe nhà địa chất này có thể di chuyển với vận tốc  $50km/h$ . Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ  $A$  đến  $B$  là bao nhiêu phút?



**Lời giải**

**Trả lời:** 116



Đặt  $HC = x; KD = y, (x, y > 0; x + y < 70)$ .

Quãng đường đi trên sa mạc là:  $AC + BD = \sqrt{100 + x^2} + \sqrt{100 + y^2}$  (km).

Thời gian đi trên sa mạc là:  $t_{AC} + t_{BD} = \frac{\sqrt{100 + x^2} + \sqrt{100 + y^2}}{30}$  (h).

Quãng đường đi trên đường nhựa:  $CD = 70 - (x + y)$  (km).

Thời gian đi trên đường nhựa là:  $t_{CD} = \frac{70 - (x + y)}{50}$  (h).

Tổng thời gian đi từ  $A$  đến  $B$  là:

$$T = t_{AC} + t_{CD} + t_{DB} = \frac{\sqrt{100+x^2} + \sqrt{100+y^2}}{30} + \frac{70-(x+y)}{50} \text{ (h)}.$$

Ta có:  $\sqrt{100+x^2} + \sqrt{100+y^2} \geq \sqrt{(10+10)^2 + (x+y)^2} = \sqrt{400+(x+y)^2}$  nên

$$T \geq \frac{\sqrt{400+(x+y)^2}}{30} + \frac{70-(x+y)}{50}. \text{ Đặt } t = x+y, (0 < t \leq 70).$$

Khi đó ta có:  $T \geq \frac{\sqrt{400+t^2}}{30} + \frac{70-t}{50}$  với  $0 < t \leq 70$ .

Khảo sát hàm  $f(t) = \frac{\sqrt{400+t^2}}{30} + \frac{70-t}{50}, \forall t \in (0; 70]$  ta có:  $\min_{(0;70]} f(t) = \frac{58}{30}$ , đạt được tại  $t = 15$ .

Vậy thời gian đi quãng đường  $AB$  ngắn nhất là  $\frac{58}{30}$ (h) = 116 phút.

**Câu 6:** Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội  $B$  và gene lặn  $b$ .

Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene  $bb$ ,  $Bb$  tương đương là 40% và 60%. Tính xác suất để cây con có kiểu gene  $bb$

### Lời giải

**Trả lời:** 0,49

Gọi  $A$  là biến cố: "Cây bố có kiểu gen  $bb$ ";  $M$  là biến cố: "Cây con lấy gene  $b$  từ cây bố";  $N$  là biến cố: "Cây con lấy gene  $b$  từ cây mẹ";  $E$  là biến cố: "Cây con có kiểu gene  $bb$ ". Theo giả thuyết hai biến cố  $M$  và  $N$  là độc lập nên  $P(E) = P(M) \cdot P(N)$ .

Tính  $P(M)$ :

Ta áp dụng công thức xác suất toàn phần  $P(M) = P(A) \cdot P(M|A) + P(\bar{A}) \cdot P(M|\bar{A})$ ,

Trong đó  $P(A) = 0,4; P(\bar{A}) = 0,6; P(M|A) = 1; P(M|\bar{A}) = \frac{1}{2}$ .

Suy ra  $P(M) = 0,4 \cdot 1 + 0,6 \cdot \frac{1}{2} = 0,7$ .

Tương tự ta tính được  $P(N) = 0,7$ . Vậy  $P(E) = P(M) \cdot P(N) = 0,7 \cdot 0,7 = 0,49$ .



# TaiLieuOnThi

Tải tài liệu free tại [Tailieuonthi.org](http://Tailieuonthi.org)