SỞ GD&ĐT
TRƯỜNG THPT
ĐỀ THAM KHẢO
(Đề có 3 trang)

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:...
Số báo danh:...

ĐỀ SỐ 14

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

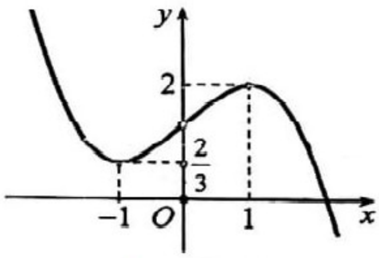
Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$				$-$	
y	0	$\nearrow$	2		$+\infty$	$\searrow$	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^{2020}(x-1)^{2021}(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;2]$ bằng

A. 20. **B.** 0. **C.** 4. **D.** -16.

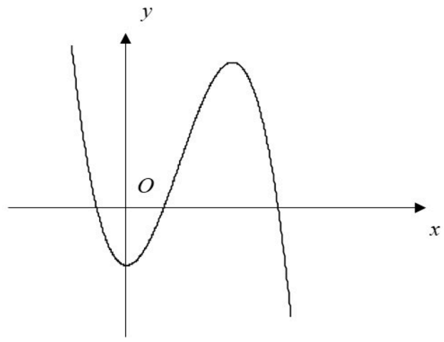
Câu 5: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+1}{x^2-1}$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-2)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 7: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là



A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

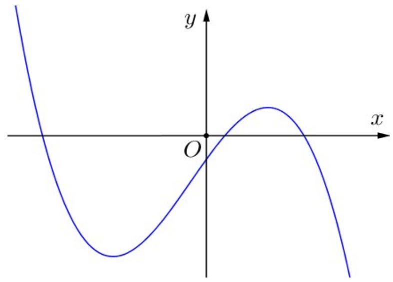
Câu 8: Số giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 9: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2021$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho các mệnh đề sau:

(I) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu một trong ba vecto đó bằng $\vec{0}$

(II) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba vecto đó cùng phương

(III) Trong hình hộp ABCD.A’B’C’D’ có ba vecto $\vec{AB'}, \vec{C'A'}, \vec{DA'}$ đồng phẳng

(IV) $\vec{x} = \vec{a}, + \vec{b} + \vec{c}$ luôn đồng phẳng với hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$

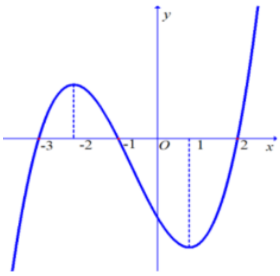
Câu 2: Cho hàm số *y=f(x)* có đạo hàm *f '(x)* xác định và liên tục trên R và có đồ thị hàm số *y=f '(x)* như hình vẽ:

(I) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

(II) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$

(III) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$

(IV) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$



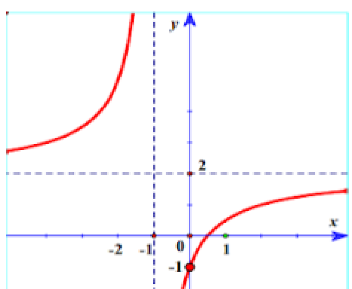
Câu 3: Cho hàm số *y=f(x)* có đồ thị như hình vẽ, khẳng định nào sau đây đúng

(I) Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang

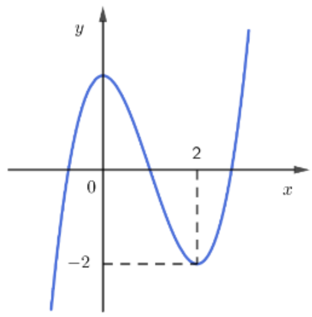
(II) Hàm số nghịch biến trên R

(III) Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận

(IV) Đồ thị hàm số không có cực trị



Câu 4: Cho đồ thị hàm số *y=f(x)* có đồ thị như hình bên
(I) Hàm số đạt cực đại tại $x=0$
(II) Hàm số có hai điểm cực trị
(III) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$
(IV) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có $f'(x)=(x-2)\left(x^2-3x+2\right)\left(x-3\right)^3$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=f\left(x^2-6x+m\right)$ có đúng 3 điểm cực trị phân biệt là nửa khoảng $[a;b)$. Giá trị của $a+b$ bằng

Câu 2: Cho hàm số: $y=x^3+2mx^2+3(m-1)x+2$ có đồ thị (C). Đường thẳng $d:y=-x+2$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt $A\left(0;-2\right)$, B và C. Với $M(3;1)$, giá trị của tham số m nguyên dương để tam giác MBC có diện tích bằng $2\sqrt{7}$ là:

Câu 3: Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+3}{x-m}$ có đồ thị $\left(C\right)$ và I là giao điểm của hai đường tiệm cận của $\left(C\right)$.Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho tiếp tuyến tại điểm M trên đồ thị $\left(C\right)$ cắt hai đường tiệm cận tại hai điểm A,B và tam giác IAB có diện tích bằng 64.Tổng các phần tử của tập hợp S là

Câu 4: Trong bài thi thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua một con sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100 m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất? Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sĩ 1 km theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia 100 m.

Câu 5: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=3x^2+6x+4, \forall x\in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $\left(-2020;2020\right)$ của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)-\left(2m+4\right)x-5$ nghịch biến trên $\left(0;2\right)$?

Câu 6: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Tìm giá trị thực của *k* thỏa mãn đẳng thức vecto $\vec{AB}+\vec{B'C'}+\vec{DD'}=k\vec{AC'}$?

---------------------------------------**Hết**---------------------------------------

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu

-Giám thị không giải thích gì thêm

SỞ GD&ĐT
TRƯỜNG THPT
HƯỚNG DẪN GIẢI
(Đề có 3 trang)

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:...
Số báo danh:.. **ĐỀ SỐ 12**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$				$-$	
y	0	$\nearrow$	2		$+\infty$	$\searrow$	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ bằng

A. 1. ***B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=0$ suy ra đồ thị có tiệm cận ngang $y=0$.

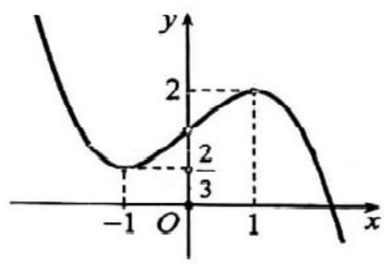
$\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=1$ suy ra đồ thị có tiệm cận ngang $y=1$.

$\lim\limits_{x\to1^+} f\left(x\right)=+\infty$ suy ra đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} f\left(x\right)=2$ không suy ra tiệm cận.

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^{2020}(x-1)^{2021}(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. ***C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=(x+1)^{2020}(x-1)^{2021}(2-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;2]$ bằng

A. 20. **B.** 0. **C.** 4. ***D.** -16.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=3x^2-3$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

$$\begin{cases}f(-3)=-16\\f(-1)=4\\f(1)=0\\f(3)=20\end{cases}\Rightarrow\min_{[-3;3]}f(x)=-16.$$

Câu 5: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+1}{x^2-1}$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. ***D.** 2.

Lời giải

- $y=\dfrac{2x^2-3x+1}{x^2-1}=\dfrac{(2x-1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}=\dfrac{2x-1}{x+1}$

- Ta có: $\lim\limits_{x\to\infty}y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x-1}{x+1}=2$ $\Rightarrow y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{2x-1}{x+1}=\infty\Rightarrow x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-2)^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. ***B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

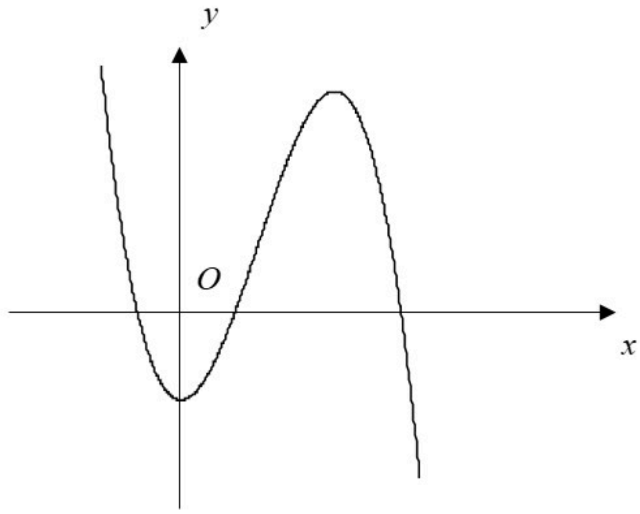
Lời giải

Số điểm cực trị của hàm số là nghiệm đơn của phương trình $f'(x)=0$.

$\Leftrightarrow x(x+1)(x-2)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$ với $x=0, x=-1$ là nghiệm đơn.

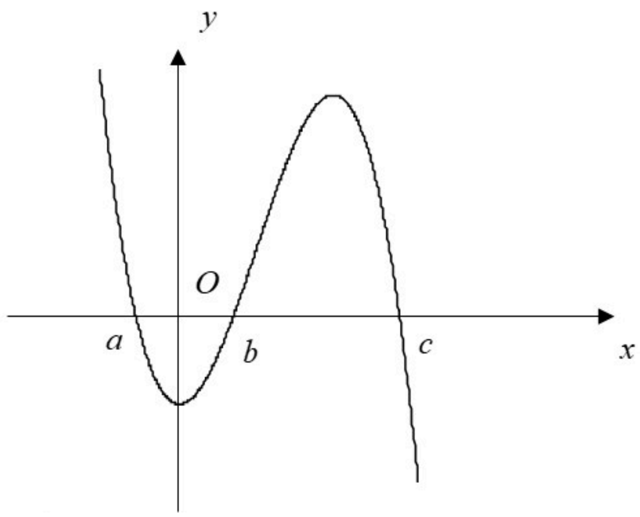
Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 7: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là



A. 1. **B.** 4. ***C.** 2. **D.** 3.

Lời giải



- Từ đồ thị đã cho, ta giả sử hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành lần lượt là $a,b,c \quad (a<b<c)$.
- Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	CD	↘	CT	↗	CD	↘	$-\infty$

- Từ đó ta suy ra hàm số $f(x)$ đã cho có 2 điểm cực đại.

Câu 8: Số giao điểm của đường thẳng $y = x+1$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

*A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x+1 = x^3 - 3x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm là 3.

Câu 9: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2021$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;0)$. ***D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Ta có: $y = x^4 - 2x^2 + 2021 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$

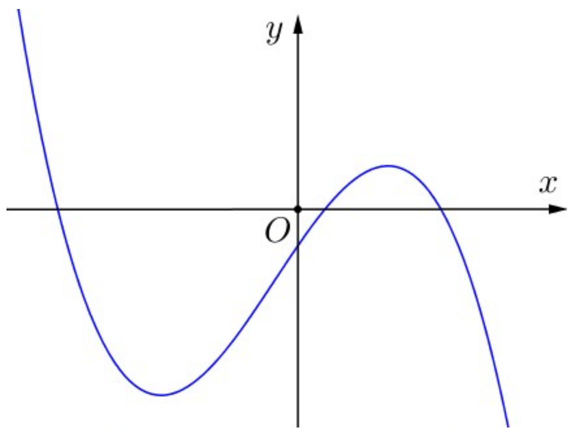
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2020	$\nearrow$	2021	$\searrow$	2020	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$

Nên chọn D

Câu 10: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. ***D.** $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

Dựa vào hình dáng đồ thị suy ra $a < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

Đạo hàm $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Đồ thị có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục tung nên $\frac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c > 0$.

Mặt khác, dựa vào đồ thị, suy ra tổng hai điểm cực trị của hàm số âm, do đó $-\frac{2b}{3a} < 0 \Rightarrow b < 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho các mệnh đề sau:

(I) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu một trong ba vecto đó bằng $\vec{0}$

(II) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba vecto đó cùng phương

(III) Trong hình hộp ABCD.A'B'C'D' có ba vecto $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{C'A'}, \overrightarrow{DA'}$ đồng phẳng

(IV) $\vec{x} = \vec{a}, + \vec{b} + \vec{c}$ luôn đồng phẳng với hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$

Hướng dẫn giải

(I) Đ (II) Đ (III) Đ (IV) S

+Giả sử cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' và gọi M là trung điểm C'D' khi đó:

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AM} \to \overrightarrow{AM}$ không đồng phẳng với $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$

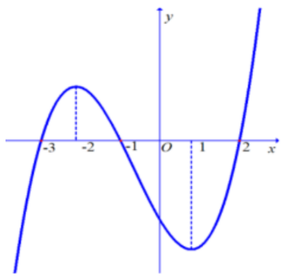
Câu 2: Cho hàm số *y=f(x)* có đạo hàm*f '(x)* xác định và liên tục trên R và có đồ thị hàm số *y=f '(x)* như hình vẽ:

(I) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

(II) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$

(III) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$

(IV) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$



Hướng dẫn giải

(I) S (II) Đ (III) S (IV) S

Từ đồ thị hàm số *y=f'(x)* ta có

$f'(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-3;-1)$ và $(2;+\infty)$

$f'(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-3)$ và $(-1;2)$

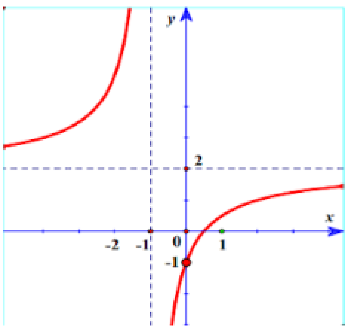
Câu 3: Cho hàm số *y=f(x)* có đồ thị như hình vẽ, khẳng định nào sau đây đúng

(I) Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang

(II) Hàm số nghịch biến trên R

(III) Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận

(IV) Đồ thị hàm số không có cực trị



Hướng dẫn giải

(I) S (II) S (III) Đ (IV) Đ

(I) SAI Hàm số chỉ có 1 tiệm cận ngang

(II) SAI Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định

(IV) Đúng hàm nhất biến luôn không có cực trị

(III Đúng(1 đường TCĐ và 1 đường TCN)

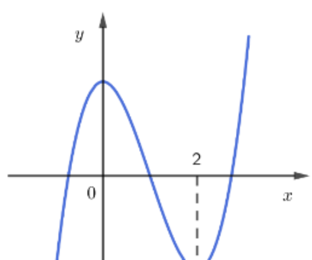
Câu 4: Cho đồ thị hàm số *y=f(x)* có đồ thị như hình bên

(I) Hàm số đạt cực đại tại *x*=0

(II) Hàm số có hai điểm cực trị

(III) Hàm số đạt cực tiểu tại *x*=−2

(IV) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2



Hướng dẫn giải

(I) Đ (II) Đ (III) S (IV) S

(III) Hàm số đạt cực tiểu tại x=2

(IV) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng −2

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x-2)(x^2-3x+2)(x-3)^3$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=f(x^2-6x+m)$ có đúng 3 điểm cực trị phân biệt là nửa khoảng $[a;b)$. Giá trị của $a+b$ bằng

Lời giải

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x^2-3x+2=0 \\ x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1; x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực trị $x=1$; $x=3$.

* Xét $y=f(x^2-6x+m)$.

$y'=(2x-6).f'(x^2-6x+m)$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ f'(x^2-6x+m)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x^2-6x+m=1 \\ x^2-6x+m=3 \\ x^2-6x+m=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x^2-6x=1-m \\ x^2-6x=3-m \\ x^2-6x=2-m \end{array}\right.$.

(Trong đó: $x^2-6x+m=2$ nếu có nghiệm thì là nghiệm bội chẵn nên không thể là điểm cực trị của hàm số).

* Bảng biến thiên của $g(x)=x^2-6x$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-9	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số có đúng 3 điểm cực trị phân biệt $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 1-m<-9 \\ 3-m>-9 \end{cases} \\ 1-m=-9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m>10 \\ m<12 \end{cases} \\ m=10 \end{array}\right. \Rightarrow 10 \le m < 12$.

Vậy $m \in [10;12)$ thỏa yêu cầu bài toán. Từ đó $a=10; b=12 \Rightarrow a+b=22$.

Câu 2: Cho hàm số: $y=x^3+2mx^2+3(m-1)x+2$ có đồ thị (C). Đường thẳng $d: y=-x+2$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt $A(0;-2)$, B và C. Với $M(3;1)$, giá trị của tham số m để tam giác MBC có diện tích bằng $2\sqrt{7}$ là:

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3+2mx^2+3(m-1)x+2=-x+2 \Leftrightarrow x\left(x^2+2mx+3(m-1)\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2+2mx+3(m-1)=0 \quad (1) \end{array}\right.$

Đường thẳng d cắt (C) tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m+3>0 \\ m-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall m\in \mathbb{R} \\ m\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m\neq 1$.

Khi đó ta có: $C(x_1;-x_1+2), B(x_2;-x_2+2)$ trong đó x_1, x_2 là nghiệm của (1), nên theo Viet thì $\begin{cases} x_1+x_2=-2m \\ x_1x_2=3m-3 \end{cases}$.

Vậy $\overrightarrow{CB}=(x_2-x_1;-x_2+x_1)\Rightarrow CB=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}=\sqrt{8(m^2-3m+3)}$

$d(M;(d))=\dfrac{|-3-1+2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

Diện tích tam giác MBC bằng $2\sqrt{7}$ khi và chỉ khi :

$\dfrac{1}{2}\sqrt{8(m^2-3m+3)}.\sqrt{2}=2\sqrt{7}\Leftrightarrow m^2-3m+3=7 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=4 \end{array}\right.$ (thỏa $m\neq 1$)

Vậy chọn $m=-1 \vee m=4$.

Câu 3: Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+3}{x-m}$ có đồ thị (C) và I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho tiếp tuyến tại điểm M trên đồ thị (C) cắt hai đường tiệm cận tại hai điểm A,B và tam giác IAB có diện tích bằng 64. Tổng các phần tử của tập hợp S là

Lời giải

Đồ thị $(C): y=\dfrac{2mx+3}{x-m}$ có tiệm cận đứng $x=m$ và tiệm cận ngang $y=2m$ nên giao điểm của hai tiệm cận là $I(m;2m)$.

Giả sử $M\left(x_0;\dfrac{2mx_0+3}{x_0-m}\right)\in(C)$

Phương trình tiếp tuyến Δ với (C) tại M là $y=-\dfrac{2m^2+3}{(x_0-m)^2}(x-x_0)+\dfrac{2mx_0+3}{x_0-m}$.

Tiếp tuyến cắt TCĐ $x=m$ tại $A\left(m;\dfrac{2mx_0+2m^2+6}{x_0-m}\right)$, cắt tiệm cận ngang tại $B(2x_0-m;2m)$

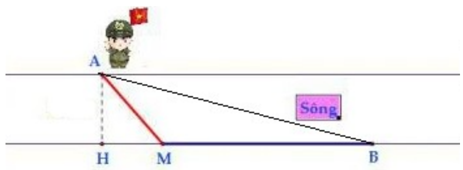
Ta có $IA = \left|\dfrac{4m^2 + 6}{x_0 - m}\right|$ và $IB = 2\left|x_0 - m\right|$.

Diện tích tam giác IAB là $S_{IAB} = 64 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} IA.IB = 64 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\left|\dfrac{4m^2 + 6}{x_0 - m}\right|.2\left|x_0 - m\right| = 64 \Leftrightarrow 4m^2 + 6 = 64 \Leftrightarrow m = \pm\dfrac{\sqrt{58}}{2}$

Vậy $S = \dfrac{\sqrt{58}}{2} + \left(-\dfrac{\sqrt{58}}{2}\right) = 0$.

Câu 4: Trong bài thi thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua một con sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100 m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ. Hãy cho biết chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất? Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sĩ 1 km theo đường chim bay và chiến sĩ cách bờ bên kia 100 m.

Lời giải



Ta có hình vẽ minh họa trên với các thông số:

$AH = 100m,\ \ AB = 1km = 1000m \Rightarrow HB = 300\sqrt{11}m$

Giả sử chiến sĩ bơi từ A đến M sau đó chạy bộ từ M đến **B.**

Đặt $HM = x(x \in \left[0; 300\sqrt{11}\right] \Rightarrow AM = \sqrt{10000 + x^2}, MB = 300\sqrt{11} - x$

Giả sử vận tốc bơi là 1 thì vận tốc chạy là 3 ta có thời gian phải di chuyển là:

$$t = \sqrt{10000 + x^2} + \frac{300\sqrt{11} - x}{3}$$

Từ đó ta có:

$$t' = \frac{x}{\sqrt{10000 + x^2}} - \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow x = 25\sqrt{2}$$

$$x = 0 \Rightarrow t = 100 + 100\sqrt{11}$$

$$x = 25\sqrt{2} \Rightarrow t = \frac{200}{3}\sqrt{2} + 100\sqrt{11}$$

$$x = 300\sqrt{11} \Rightarrow t = 1000$$

Vậy thời gian ngắn nhất khi $x = 25\sqrt{2} \Rightarrow AM = 75\sqrt{2}(m)$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 + 6x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $(-2020; 2020)$ của tham số m để hàm số $g(x) = f(x) - (2m+4)x - 5$ nghịch biến trên $(0;2)$?

Lời giải

Ta có $g'(x) = f'(x) - (2m+4)$.

Hàm số $g(x) = f(x) - (2m+4)x - 5$ nghịch biến trên $(0;2)$ khi $g'(x) \le 0, \forall x \in (0;2)$

$\Leftrightarrow f'(x) - (2m+4) \le 0, \forall x \in (0;2) \Leftrightarrow 3x^2 + 6x + 4 \le 2m + 4, \forall x \in (0;2)$.

Xét hàm số $h(x)=3x^2+6x+4 \Rightarrow h'(x)=6x+6$. Ta có BBT:

x	0	2
$h'(x)$	+	
$h(x)$	4 $\nearrow$	28

Vậy $2m+4 \geq 28 \Leftrightarrow m \geq 12$. Vì m nguyên thuộc $(-2020;2020)$ nên có 2008 giá trị thỏa mãn.

Câu 6: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Tìm giá trị thực của *k* thỏa mãn đẳng thức vecto $\vec{AB}+\vec{B'C'}+\vec{DD'}=k\vec{AC'}$?

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN 1

+Ta có $\vec{AB}+\vec{B'C'}+\vec{DD'}=\vec{AB}+\vec{BC}+\vec{CC'}=\vec{AC'}$

$\rightarrow \vec{AC'}=k\vec{AC'} \Leftrightarrow k=1$