SỞ GD&ĐT
TRƯỜNG THPT
ĐỀ THAM KHẢO
(Đề có 4 trang)

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:..
Số báo danh:..

ĐỀ SỐ 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình lăng trụ tứ giác đều ABCD.A'B'C'D' có độ dài mỗi cạnh đáy bằng 1 và độ dài mỗi cạnh bên bằng 2. Hãy tính tích vô hướng của $\vec{AA'}$ và $\vec{C'C}$

A. -4 **B.** 2 **C.** 4 **D.** -2

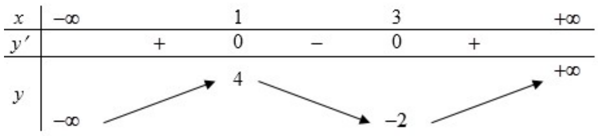
Câu 2: Cho hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a}.\vec{b}=-\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$

A. $\alpha=180^0$ **B.** $\alpha=0^0$ **C.** $\alpha=90^0$ **D.** $\alpha=45^0$

Câu 3: Số giao điểm của đường cong $y=x^2+2x+3$ và đường cong $y=x^3+2x^2+3x+4$ là:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

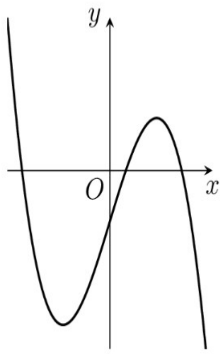
Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

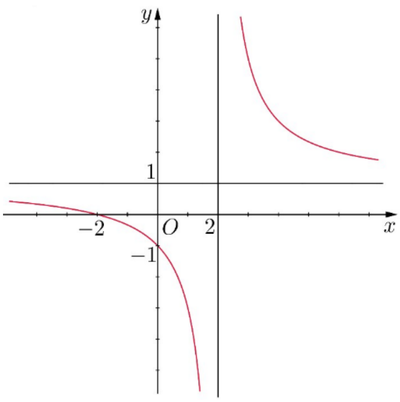
A. $(3;+\infty)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm



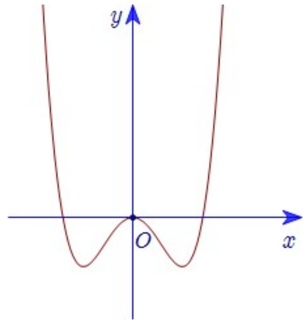
A. $x=a$ **B.** $x=0$ **C.** $x=-a$ **D.** $y=0$

Câu 6: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới?



A. $y=\dfrac{x+2}{x-2}$. **B.** $y=-x^3+3x^2-1$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình. Phương trình $f(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm đơn?



A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

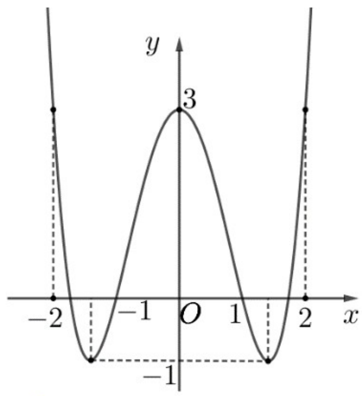
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	-3		-2		0		1		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	8

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 8.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

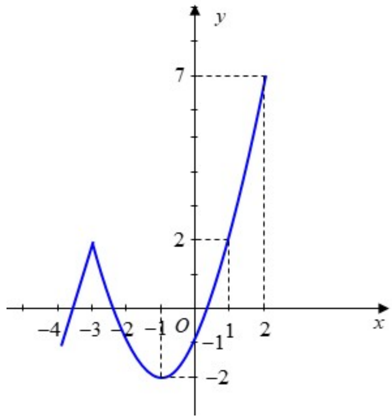


A. $(0;1)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 10: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

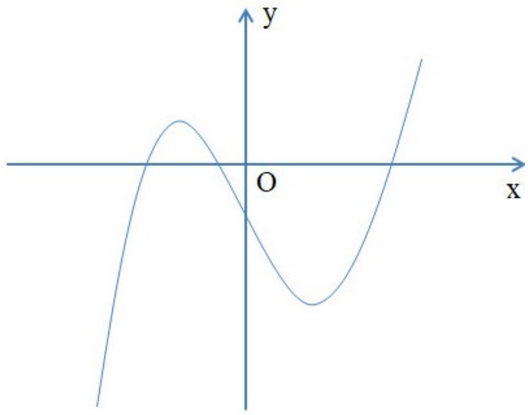
A. $y = x^4 + 2x^2 + 5$. **B.** $y = -2x^3 - 3x + 5$. **C.** $y = -x^4 - x^2$. **D.** $y = \dfrac{x+1}{-x+3}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-4;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó $\max\limits_{[-4;-1]} f(x) + \min\limits_{[-4;2]} f(x)$ bằng



A. 1.	**B.** 0.	**C.** 2.	**D.** 5.

Câu 12: Hàm số $y=ax^3+cx-1$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Nhận định nào sau đây đúng



A. $a<0$.	**B.** $b>0$.	**C.** $ab<0$.	**D.** $ab>0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng giá trị như hình

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	3	4	3	2

(I) Tồn tại $x_0\in[0;4]$ thỏa $f'(x_0)=0$

(II) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ là 2

(III) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đọa $[0;4]$ là 4

(IV) $f'(x)<0$ với $2<x<4$

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

(I) Hàm số $y=f(x)$ có điểm cực tiểu $x=0$

(II) Hàm số $y=4f(x)$ có 3 điểm cực trị

(III) Hàm số $y=f^2(x)$ có 3 điểm cực trị

(IV) Hàm số $y=f^2(x)+4f(x)+2222$ có 3 điểm cực trị

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức, có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

(I) Hàm số $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị

(II) Hàm số $y=f(x^2+1)$ có 4 điểm cực trị

(III) Phương trình $f(x^2+1)=f(3)$ có đúng 4 nghiệm

(IV) Nếu $f(1)+f(3)=f(2)+f(4)$ thì phương trình $f(x^2+1)=f(4)$ có đúng 2 nghiệm

Câu 4: Cho ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng

(I) $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}$ và $\vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - 6\vec{c}$ và $\vec{z} = -\vec{a} + 3\vec{b} + 6\vec{c}$ đồng phẳng

(II) $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c}$ và $\vec{y} = 3\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}$ và $\vec{z} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - 3\vec{c}$ đồng phẳng

(III) $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ và $\vec{y} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ và $\vec{z} = -\vec{a} + 3\vec{b} + 3\vec{c}$ đồng phẳng

(IV) $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ và $\vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ và $\vec{z} = -\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ đồng phẳng

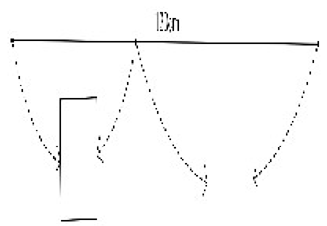
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-7)(x^2-9)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

Câu 2: Tập hợp những giá trị của tham số m có dạng $\frac{a}{b} < m \neq c$ thì $(C_m): y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 2(m^2+4m+1)x - 4m(m+1)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1. Khi đó $a+b+c$ bằng

Câu 3: Gọi (C) là đồ thị hàm số
$$y = \begin{cases} \dfrac{x^2 - \sqrt{x^4 - x^3 + 1}}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ \sqrt{4x^2+2x+1} + 2x + 2020 & \text{khi } x \le 1 \end{cases}.$$
Gọi $S = \{a \in \mathbb{R} \mid x = a$ hoặc $y = a$ là tiệm cận của $(C)\}$. Tính tổng các phần tử của S.

Câu 4: Một sợi dây kim loại dài 120cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất được uốn thành hình vuông, đoạn dây thứ hai được uốn thành vòng tròn (tham khảo hình bên dưới).



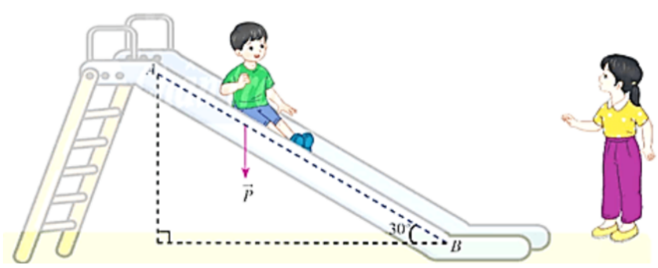
Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn đạt giá trị nhỏ nhất là (làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$. Khi đó $a+b$ bằng:

Câu 6: Một em nhỏ cân nặng m=25kg trượt trên cầu trượt dài 3,5m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 300. Tính độ lớn của trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ tác dụng lên em nhỏ, cho biết vecto gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ có độ lớn là g=9,8m/s^2



------------------------------------Hết------------------------------------

-Thí sinh không sử dụng tài liệu.

-Cán bộ không giải thích gì thêm.

SỞ GD&ĐT

TRƯỜNG THPT

HƯỚNG DẪN GIẢI

(Đề có 4 trang)

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025

Môn: TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:...

Số báo danh:...

ĐỀ SỐ 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình lăng trụ tứ giác đều ABCD.A’B’C’D’ có độ dài mỗi cạnh đáy bằng 1 và độ dài mỗi cạnh bên bằng 2. Hãy tính tích vô hướng của $\vec{AA'}$ và $\vec{C'C}$

A. -4 **B.** 2 **C.** 4 **D.** -2

Hướng dẫn giải

Vì AA’//CC’ nên hai vecto $\vec{AA'}$ và $\vec{C'C}$ ngược hướng nhau

Suy ra, $(\vec{AA'}\ \vec{C'C})=180^0$. Do đó $\vec{AA'}\cdot\vec{C'C}=\left|\vec{AA'}\right|.\left|\vec{C'C}\right|\cos(\vec{AA'}\ \vec{C'C})=2.2.\cos180^0=-4$

Câu 2: Cho hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a}.\vec{b}=-\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$

A. $\alpha=180^0$ **B.** $\alpha=0^0$ **C.** $\alpha=90^0$ **D.** $\alpha=45^0$

Hướng dẫn giải

Theo giải thiết $\vec{a}.\vec{b}=-\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$, suy ra $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-1\rightarrow\left(\vec{a},\vec{b}\right)=180^0$

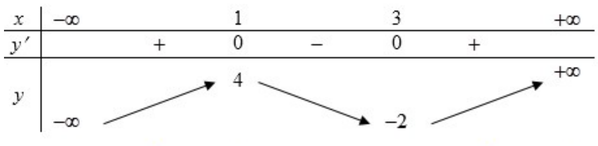
Câu 3: Số giao điểm của đường cong $y=x^2+2x+3$ và đường cong $y=x^3+2x^2+3x+4$ là:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2+2x+3=x^3+2x^2+3x+4$ có 1 nghiệm $x=-1$ →có 1 giao điểm

Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



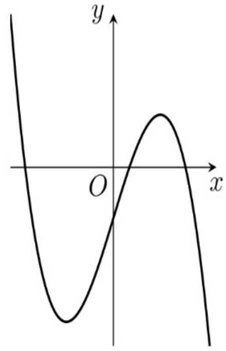
Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

***A.** $\left(3;+\infty\right)$. **B.** $\left(1;3\right)$. **C.** $\left(-\infty;4\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Lời giải

Căn cứ vào BBT ta thấy: Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(3;+\infty\right)$.

Câu 5: Cho hàm số *y=f(x)* có đồ thị là đường cong trong hình. Hàm số *y=f(x)* đạt cực tiểu tại điểm

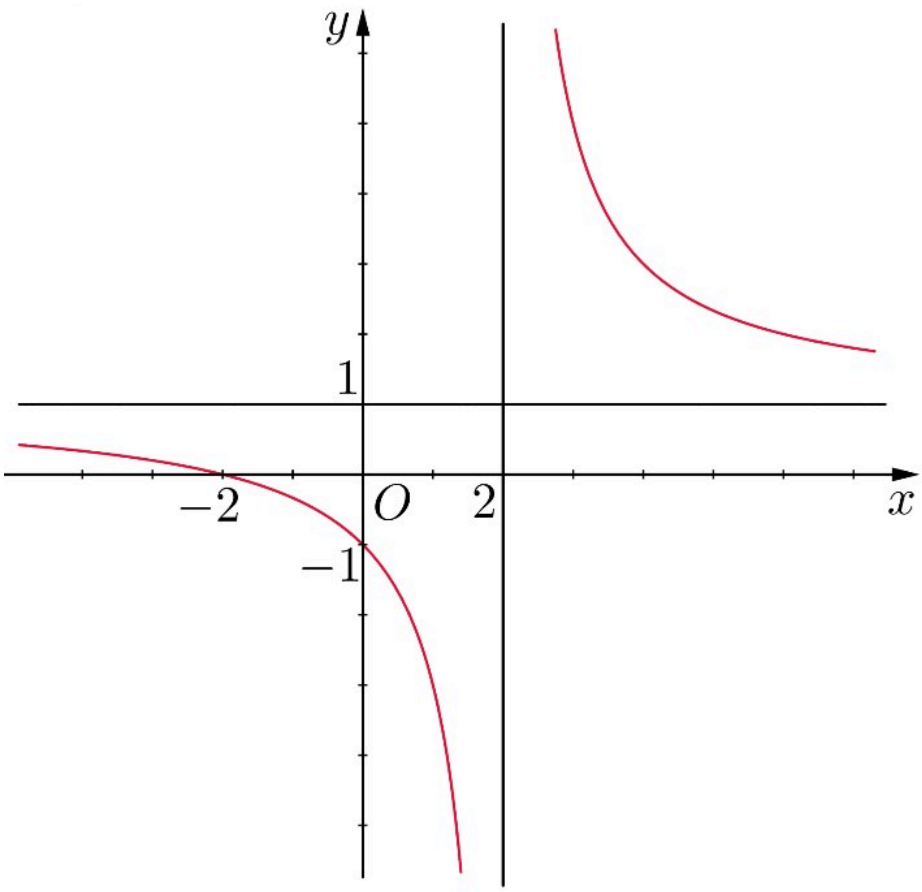


A. $x = a$ **B.** $x = 0$ **C.** $x = -a$ **D.** $y = 0$

Hướng dẫn giải

Hàm số đạt cực tiểu tại nhánh bên trái $\rightarrow x < 0$

Câu 6: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới?



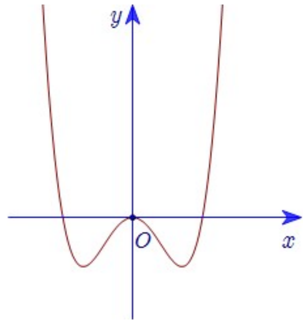
***A.** $y = \dfrac{x+2}{x-2}$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. **C.** $y = \dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$, đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2;0)$ và $(0;-1)$.

Vậy hàm số cần xác định là $y = \dfrac{x+2}{x-2}$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Phương trình $f(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm đơn?



A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải

f(x)=0 đồng nghĩa với việc trục hoành cắt đồ thị tại 2 điểm→có 2 nghiệm đơn

Câu 8: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	-3		-2		0		1		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	↘	-5	↗	0	↘	-3	↗	8

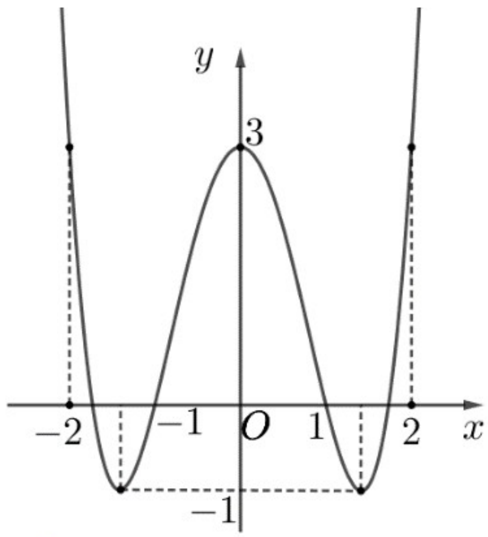
Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-3;3\right]$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. ***D.** 8.

Lời giải

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-3;3\right]$ bằng 8.

Câu 9: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(-2;-1\right)$. ***C.** $\left(-1;0\right)$. **D.** $\left(-1;3\right)$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số, ta thấy trên khoảng $\left(-1;0\right)$ đồ thị hàm số có chiều đi lên nên hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(-1;0\right)$.

Câu 10: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y=x^4+2x^2+5$. ***B.** $y=-2x^3-3x+5$. **C.** $y=-x^4-x^2$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{-x+3}$.

Lời giải

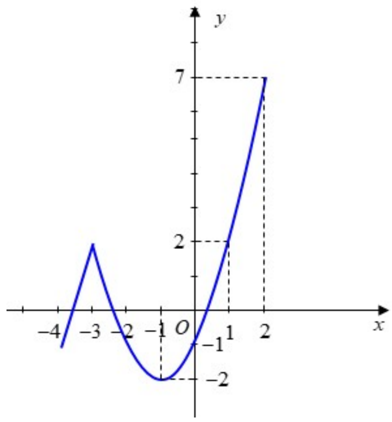
Xét $y=-2x^3-3x+5$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=-6x^2-3<0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y=-2x^3-3x+5$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-4;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó $\max\limits_{[-4;-1]} f(x)+\min\limits_{[-4;2]} f(x)$ bằng

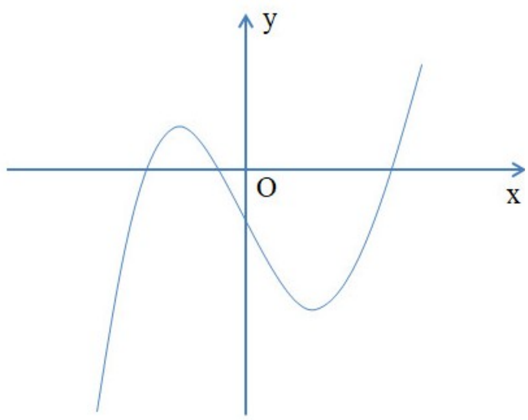


A. 1. *__B.__ 0. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy $\max\limits_{[-4;-1]} f(x)=2$ và $\min\limits_{[-4;2]} f(x)=-2$ $\Rightarrow \max\limits_{[-4;-1]} f(x)+\min\limits_{[-4;2]} f(x)=0$.

Câu 12: Hàm số $y=ax^3+cx-1$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Nhận định nào sau đây đúng



A. $a<0$. **B.** $b>0$. *__C.__ $ab<0$. **D.** $ab>0$.

Lời giải

+ Vì đồ thị hàm số đi lên từ trái qua phải nên hệ số $a>0$ suy ra loại A,**D.**

+ Vì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên loại **B.**

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng giá trị như hình

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	3	4	3	2

(I) Tồn tại $x_0\in[0;4]$ thỏa $f'(x_0)=0$

(II) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ là 2

(III) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đọa $[0;4]$ là 4

(IV) $f'(x)<0$ với $2<x<4$

Hướng dẫn giải

(I) Đ (II) S (III) S (IV) S

Câu 2: Cho hàm số *y=f(x)* có bảng biến thiên như hình:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

(I) Hàm số $y=f(x)$ có điểm cực tiểu $x=0$

(II) Hàm số $y=4f(x)$ có 3 điểm cực trị

(III) Hàm số $y=f^2(x)$ có 3 điểm cực trị

(IV) Hàm số $y=f^2(x)+4f(x)+2222$ có 3 điểm cực trị

Hướng dẫn giảii

(I) S (II) Đ (III) S (IV) Đ

(I) SAI hàm số $y=f(x)$ có điểm cực đại $x=0$

(II) ĐÚNG SĐCT $y=4f(x)$ bằng SĐCT $y=f(x)\to$Hàm số $y=4f(x)$ có 3 điểm cực trị

(III) Xét $y'=2f(x).f'(x)\to y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0(\text{ có 2 nghiệm}) \\ f'(x)=0(\text{ có 3 nghiệm}) \end{array}\right.$

(IV) Xét $y'=(2f(x)+4)f'(x) \to y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=-2(\text{ 2 nghiệm kép}) \\ f'(x)=0(\text{ 3 nghiệm}) \end{array}\right.$

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức, có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

(I) Hàm số $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị

(II) Hàm số $y=f(x^2+1)$ có 4 điểm cực trị

(III) Phương trình $f(x^2+1)=f(3)$ có đúng 4 nghiệm

(IV) Nếu $f(1)+f(3)=f(2)+f(4)$ thì phương trình $f(x^2+1)=f(4)$ có đúng 2 nghiệm

Hướng dẫn giải

(I) S (II) S (III) Đ (IV) S

(I) SAI hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị

(II)

x	$-\infty$			0			$+\infty$
$u=x^2+1$	$+\infty$	4	3	1	3	4	$+\infty$
$f(u)$	$+\infty$	$f(4)$	$f(3)$	$f(1)$	$f(3)$	$f(4)$	$+\infty$

(III) Dựa vào BBT$\to f(x^2+1)=f(3)$ có 4 nghiệm phân biệt

(IV) $f(1)-f(4)=f(2)-f(3)<0 \to f(1)<f(4)$

Câu 4: Cho ba vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng

(I) $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}$ và $\vec{y}=2\vec{a}-3\vec{b}-6\vec{c}$ và $\vec{z}=-\vec{a}+3\vec{b}+6\vec{c}$ đồng phẳng

(II) $\vec{x}=\vec{a}-2\vec{b}+4\vec{c}$ và $\vec{y}=3\vec{a}-3\vec{b}+2\vec{c}$ và $\vec{z}=2\vec{a}-3\vec{b}-3\vec{c}$ đồng phẳng

(III) $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ và $\vec{y}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$ và $\vec{z}=-\vec{a}+3\vec{b}+3\vec{c}$ đồng phẳng

(IV) $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$ và $\vec{y}=2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{c}$ và $\vec{z}=-\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$ đồng phẳng

Hướng dẫn giải

(I) Đ (II) S (III) S (IV) S

+$\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng khi và chỉ khi tồn m,n sao cho: $\vec{x}=m\vec{y}+n\vec{z}$

Với $\begin{cases}\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c} \\ \vec{y}=2\vec{a}-3\vec{b}-6\vec{c} \\ \vec{z}=-\vec{a}+3\vec{b}+6\vec{c}\end{cases} \to \vec{x}=\frac{4}{3}\vec{y}+\frac{5}{3}\vec{z} \to \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ đồng phẳng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-7)(x^2-9)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

Lời giải

Ta có $f'(x)=(x-7)(x-3)(x+3)$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=7\\x=\pm3\end{array}\right.\Rightarrow y=f(x)$ có 3 điểm cực trị.

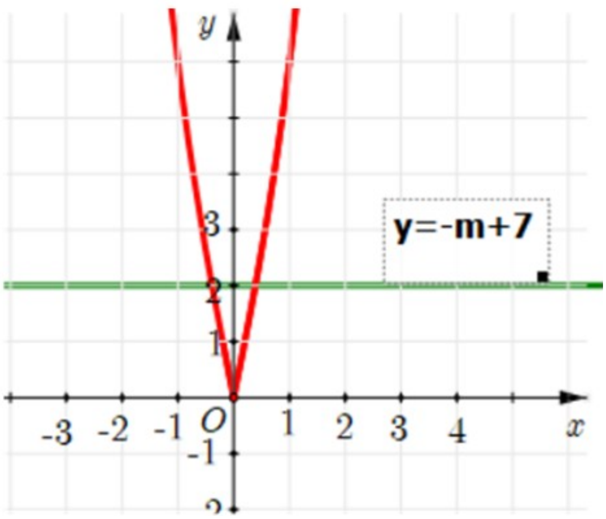
$$g'(x)=\frac{x^3+5x}{\left|x^3+5x\right|}\cdot\left(3x^2+5\right)f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=\frac{x\left(x^2+5\right)}{\left|x^3+5x\right|}\cdot\left(3x^2+5\right)f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right).$$

$g'(x)=0\Leftrightarrow f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=0.$ Tại $x=0$ thì $g'(x)$ không xác định.

Để $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị thì phương trình $f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=0$ có ít nhất 2 nghiệm bội lẻ khác 0. Ta có:

$$f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+5x\right|+m=7\\\left|x^3+5x\right|+m=3\\\left|x^3+5x\right|+m=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+5x\right|=-m+7\\\left|x^3+5x\right|=-m+3\\\left|x^3+5x\right|=-m-3\end{array}\right..$$

Xét hàm số $y=\left|x^3+5x\right|$ có đồ thị như hình vẽ:



Khi đó, phương trình $f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=0$ có ít nhất 2 nghiệm bội lẻ khác 0 khi $-m+7>0\Leftrightarrow m<7$. Vì $m\in\mathbb{N}^*\Rightarrow m\in\{1,2,...,6\}$.

Vậy có 6 giá trị của m.

Câu 2: Tập hợp những giá trị của tham số m có dạng $\frac{a}{b}<m\neq c$ thì $(C_m): y=x^3-3(m+1)x^2+2\left(m^2+4m+1\right)x-4m(m+1)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1. Khi đó $a+b+c$ bằng

Lời giải

Lập phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục Ox:

$$x^3-3(m+1)x^2+2\left(m^2+4m+1\right)x-4m(m+1)=0\Leftrightarrow(x-2)\left(x^2-(3m+1)x+2m^2+2m\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x^2-(3m+1)x+2m^2+2m=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=2m \\ x=m+1 \end{array}\right.$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} 1<2m\neq 2 \\ 1<m+1\neq 2 \\ 2m\neq m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{2}<m\neq 1 \\ 0<m\neq 1 \\ m\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}<m\neq 1$.

Vậy $\dfrac{1}{2}<m\neq 1$. Khi đó $a+b+c$ bằng 4

Câu 3: Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=\begin{cases} \dfrac{x^2-\sqrt{x^4-x^3+1}}{x-1} & \text{khi } x>1 \\ \sqrt{4x^2+2x+1}+2x+2020 & \text{khi } x\le 1 \end{cases}$.

Gọi $S=\{a\in\mathbb{R} \mid x=a$ hoặc $y=a$ là tiệm cận của $(C)\}$. Tính tổng các phần tử của S.

Lời giải

Ta có

+) $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-\sqrt{x^4-x^3+1}}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^4-x^4+x^3-1}{(x-1)\left(x^2+\sqrt{x^4-x^3+1}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x-1)\left(x^2+x+1\right)}{(x-1)\left(x^2+\sqrt{x^4-x^3+1}\right)}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+x+1}{\left(x^2+\sqrt{x^4-x^3+1}\right)}=\dfrac{1}{2}$

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+2x+1}+2x+2020\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{2x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}-2x}+2020\right)=-\dfrac{1}{2}+2020$

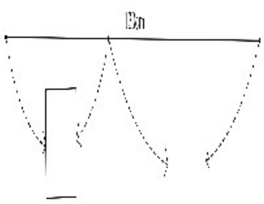
+) $\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^2-\sqrt{x^4-x^3+1}}{x-1}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^3-1}{(x-1)\left(x^2+\sqrt{x^4-x^3+1}\right)}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^2+x+1}{\left(x^2+\sqrt{x^4-x^3+1}\right)}=\dfrac{3}{2}$

+) $\lim\limits_{x\to1^-} y=\lim\limits_{x\to1^-}\left(\sqrt{4x^2+2x+1}+2x+2020\right)=2022+\sqrt{7}$.

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{2};y=-\dfrac{1}{2}+2020$.

Vậy tổng các phần tử của S là $\dfrac{1}{2}+\left(-\dfrac{1}{2}+2020\right)=2020$.

Câu 4: Một sợi dây kim loại dài 120cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất được uốn thành hình vuông, đoạn dây thứ hai được uốn thành vòng tròn (tham khảo hình bên dưới).



Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn đạt giá trị nhỏ nhất là (làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Gọi x, y (cm) lần lượt là độ dài đoạn dây thứ nhất, thứ hai ($0<x<120$, $0<y<120$). Ta có $x+y=120$. Diện tích hình vuông là $\frac{x^2}{16}$ (cm^2), diện tích hình tròn là $\frac{y^2}{4\pi}$ (cm^2). Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là $S=\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4\pi}$ (cm^2). Theo bất đẳng thức Bunhiacopski, ta có

$$\left[4^2+\left(2\sqrt{\pi}\right)^2\right]\left[\left(\frac{x}{4}\right)^2+\left(\frac{y}{2\sqrt{\pi}}\right)^2\right]\ge\left(4\cdot\frac{x}{4}+2\sqrt{\pi}\cdot\frac{y}{2\sqrt{\pi}}\right)^2\Rightarrow(16+4\pi)\cdot S\ge(x+y)^2\Rightarrow S\ge\frac{3600}{4+\pi}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $x=\frac{480}{4+\pi}$ và $y=\frac{120\pi}{4+\pi}$.

Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{3600}{4+\pi}\approx 504$ cm^2.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng (a;b). Khi đó a+b bằng:

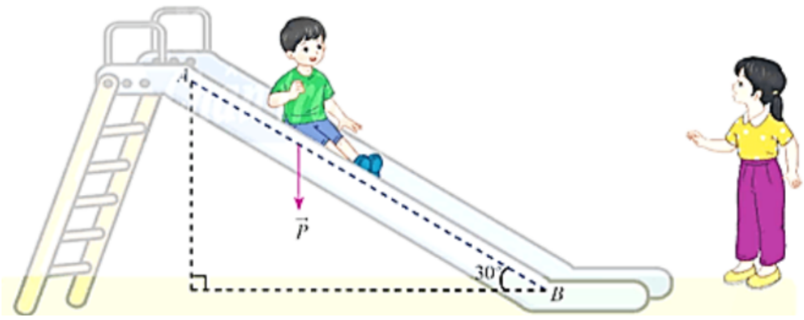
Lời giải

Ta có $y'=-2.f'(3-2x)\ge 0\Leftrightarrow f'(3-2x)\le 0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-2x\le -3\\ -1\le 3-2x\le 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 3\\ 1\le x\le 2.\end{array}\right.$$

Vậy chọn hàm số đồng biến trên khoảng (0;2). Vậy a+b bằng 2

Câu 6: Một em nhỏ cân nặng m=25kg trượt trên cầu trượt dài 3,5m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 300. Tính độ lớn của trọng lực $\vec{P}=m\vec{g}$ tác dụng lên em nhỏ, cho biết vecto gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ có độ lớn là g=9,8m/s^2



Hướng dẫn giải

$|\vec{P}|=m|\vec{g}|=25.9,8=245N$