**SỞ GD&ĐT** **KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025**

**TRƯỜNG THPT** **Môn: TOÁN 12**

ĐỀ THAM KHẢO *Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

*(Đề có 3 trang)*

**Họ, tên thí sinh:**..................................................................

**Số báo danh:**.......................................................................... **ĐỀ SỐ 11**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập $D$. Số $M$ được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $D$ nếu

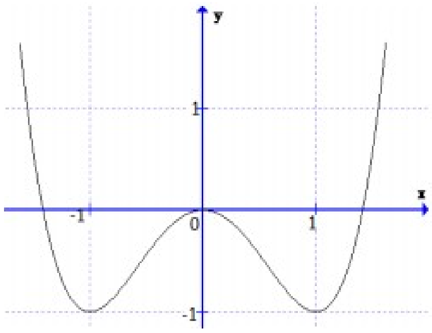
**A.** $f(x)\ge M$ với mọi $x\in D$.

**B.** $f(x)\ge M$ với mọi $x\in D$ và tồn tại $x_0\in D$ sao cho $f(x_0)=M$.

**C.** $f(x)\le M$ với mọi $x\in D$.

**D.** $f(x)\le M$ với mọi $x\in D$ và tồn tại $x_0\in D$ sao cho $f(x_0)=M$.

**Câu 2:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng




**A.** $(-\infty;-1)$ **B.** $(-1;0)$ **C.** $(0;1)$ **D.** $(0;+\infty)$

**Câu 3:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $-$ | | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

**Câu 4:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{4-x}$ là:

**A.** $y=2$. **B.** $y=\dfrac{3}{4}$. **C.** $y=-3$. **D.** $x=-3$.

**Câu 5:** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2x+2$ và đồ thị hàm số $y=x^2-2x+3$ là

**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $0$.

**Câu 6:** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên $[1;2]$ bằng:

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $\frac{14}{27}$. **D.** $-7$.

**Câu 7:** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đạt cực đại tại điểm

**A.** $x = 0$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -3$.

**Câu 8:** Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx-c}(a,b,c \in \mathbb{R})$ có bàng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $\|$ | $+$ | |
| $y$ | $2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ $\|$ $-\infty$ | $\nearrow$ | $2$ |

Trong các số $a,b,c$ có bao nhiêu số dương?

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

**Câu 9:** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y = \frac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

**A.** $m \le 1$. **B.** $m \le -3$. **C.** $m < 1$. **D.** $m < -3$.

**Câu 10:** Tìm điểm cực đại của hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$

**A.** $x_{CĐ} = -\sqrt{2}$. **B.** $x_{CĐ} = 0$. **C.** $x_{CĐ} = \pm\sqrt{2}$. **D.** $x_{CĐ} = \sqrt{2}$.

**Câu 11:** Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' có $\vec{AA'} = \vec{a}$, $\vec{AB} = \vec{b}$ và $\vec{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn vecto $\vec{BC'}$ theo các vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

**A.** $-\vec{b} + \vec{c} + \vec{a}$ **B.** $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ **C.** $\frac{\vec{a}+\vec{b}}{\vec{c}}$ **D.** $\frac{\vec{a}}{\vec{b}-\vec{c}}$

**Câu 12:** Cho $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{v} = 7\vec{a} - 5\vec{b}$ và $\vec{x} = \vec{a} - 4\vec{b}$ vuông góc với $\vec{y} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$. Khi đó góc giữa hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

**A.** $(\vec{a}, \vec{b}) = 75^0$ **B.** $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^0$ **C.** $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^0$ **D.** $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^0$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho tứ diện ABCD có độ dài mỗi cạnh bằng 1

(I) Có 4 vecto có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện

(II) Vecto $\vec{AB}$ và $\vec{AD}$ có giá nằm trong mặt phẳng (ABC)

(III) Vì tứ diện ABCD có độ dài mỗi cạnh bằng 1 nên $|\vec{AB}| = |\vec{AC}| = 1$

(IV) Hai vecto cùng phương là hai vecto có giá song song và không được trùng nhau

**Câu 2:** Cho hàm số $x\ln x$

(I) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

(II) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$

(III) Hàm số có đạo hàm $y' = 1 + \ln x$

(IV) Hàm số có tập xác định $D = (0;+\infty)$

**Câu 3:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $x_2$ | | $x_3$ | | $x_4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\Vert$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\Vert$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $5$ | ↘ | $0$ | ↗ | $10$ | ↘ | $2 \Vert +\infty$ | ↘ | $3$ |

(I) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng

(II) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng

(III) Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f(x)}$ bằng 3

(IV) Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f(x)}$ bằng 4

**Câu 4:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x\in R$

(I) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 4

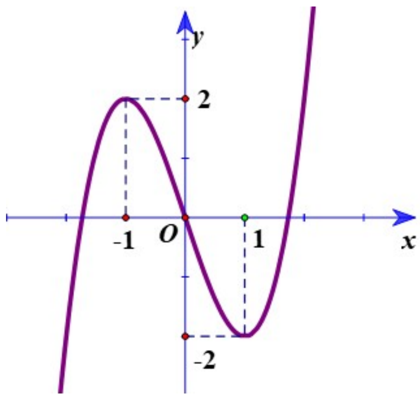
(II) Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2

(III) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

(IV) Hàm số $g(x)=f(x^2-1)$ đồng biến trên khoảng $(\sqrt{2};+\infty)$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho hàm số $y=f(x+2)-2022$ có đồ thị như hình bên dưới.

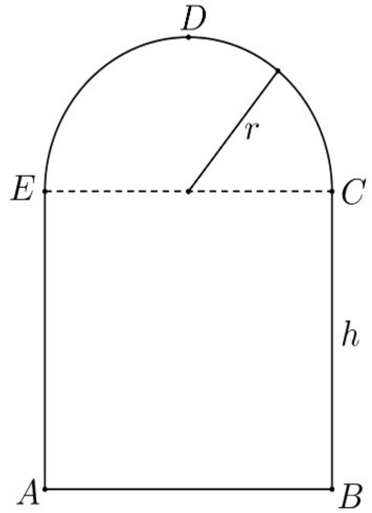



Số giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $g(x)=f\left(2x^3-6x+m+1\right)$ có $6$ điểm cực trị là:

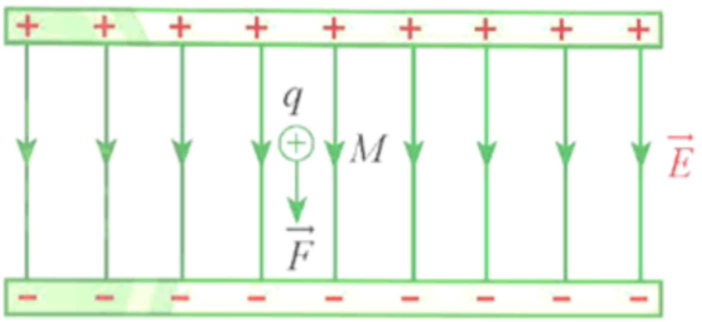
**Câu 2:** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+4$ có đồ thị $(C)$. Gọi $d$ là đường thẳng qua $I(1;2)$ với hệ số góc $k$. Tập tất cả các giá trị của $k\in(a;+\infty)$ để $d$ cắt $(C)$ tại ba điểm phân biệt $I, A, B$ sao cho $I$ là trung điểm của đoạn thẳng $AB$. Giá trị $a$ thỏa mãn bằng

**Câu 3:** Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2022;2022]$ của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận?

**Câu 4:** Bác thợ hàn dùng một thanh kim loại dài $4$ m để uốn thành khung cửa sổ có dạng như hình vẽ. Gọi $r$ là bán kính của nửa đường tròn. Giá trị $r$ (theo mét) để diện tích tạo thành đạt giá trị lớn nhất có dạng $\frac{a}{\pi+b}$. Khi đó $a+b$ bằng:




**Câu 5:** Trong điện trường đều, lực tĩnh điện $\vec{F}$( đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q( đơn vị: C) được tính theo công thức $\vec{F} = q\vec{E}$, trong đó $\vec{E}$ là cường độ điện trường ( đơn vị: N/C). Độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q=10^{-9}$C và độ lớn điện trường E=$10^5$ N/C có dạng $10^a$. Khi đó giá trị $a$ bằng:




**Câu 6:** Cho các hàm số $f(x)=x^2-4x+m$ và $g(x)=(x^2+1)(x^2+2)^2(x^2+3)^3$. Tập tất cả các giá trị của tham số $m$ $\in[a;+\infty)$ để hàm số $g(f(x))$ đồng biến trên $(3;+\infty)$ là:

-----------------------------------Hết-----------------------------------

*-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*

*-Giám thị không giải thích gì thêm.*

**SỞ GD&ĐT** **KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025**

**TRƯỜNG THPT** **Môn: TOÁN 12**

HƯỚNG DẪN GIẢI *Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

*(Đề có 3 trang)*

**Họ, tên thí sinh:..................................................................**

**Số báo danh:.......................................................................** **ĐỀ SỐ 11**

**Câu 1:** Cho hàm số v xác định trên tập $D$. Số $M$ được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $D$ nếu

**A.** $f(x)\ge M$ với mọi $x\in D$.

**B.** $f(x)\ge M$ với mọi $x\in D$ và tồn tại $x_0\in D$ sao cho $f(x_0)=M$.

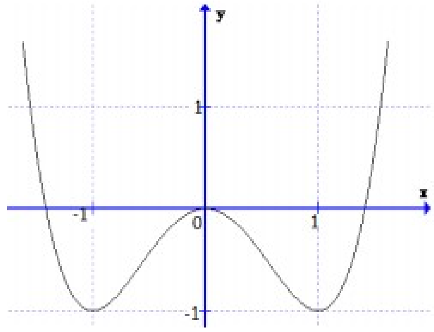
**C.** $f(x)\le M$ với mọi $x\in D$.

***D.** $f(x)\le M$ với mọi $x\in D$ và tồn tại $x_0\in D$ sao cho $f(x_0)=M$.

**Lời giải**

Theo định nghĩa giá trị lớn nhất của hàm số trên một khoảng.

**Câu 2:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng




**A.** $(-\infty;-1)$ **B.** $(-1;0)$ **C.** $(0;1)$ **D.** $(0;+\infty)$

**Hướng dẫn giải**

Nhìn vào đồ thị ta thấy từ $(-1;0)$ nhánh đồ thị đi lên→ hàm số đồng biến trên $(-1;0)$

**Câu 3:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $-$ | | |
| $y$ | | ↗ | $3$ | ↘ | | ↗ | $3$ | ↘ | |
| | $-\infty$ | | | | $1$ | | | | $-\infty$ |

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

**A.** 3. *__B.__ 1. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có 1 điểm cực tiểu là $x=0$.

**Câu 4:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{4-x}$ là:

**A.** $y=2$. **B.** $y=\dfrac{3}{4}$. *__C.__ $y=-3$. **D.** $x=-3$.

**Lời giải**

$$\lim_{x\to\pm\infty} y=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{3x-2}{4-x}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x\left(3-\frac{2}{x}\right)}{x\left(\frac{4}{x}-1\right)}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{\left(3-\frac{2}{x}\right)}{\left(\frac{4}{x}-1\right)}=-3\Rightarrow$$

Tiệm cận ngang: $y=-3$

**Câu 5:** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2x+2$ và đồ thị hàm số $y=x^2-2x+3$ là

**A.** $3$. *__B.__ $1$. **C.** $2$. **D.** $0$.

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm : $x^3+x^2-2x+2=x^2-2x+3 \Leftrightarrow x^3-1=0 \Leftrightarrow x=1$

Vậy số giao điểm của 2 đồ thị là 1.

**Câu 6:** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x$ trên $[1;2]$ bằng:

*__A.__ $0$. **B.** $2$. **C.** $\dfrac{14}{27}$. **D.** $-7$.

**Lời giải**

$y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[1;2]\\x=-1\notin[1;2]\end{array}\right.$

$y(1)=-2$

$y(2)=2$

$\max\limits_{[1;2]}y=2$

$\min\limits_{[1;2]}y=-2$

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x$ trên $[1;2]$ bằng 0.

**Câu 7:** Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đạt cực đại tại điểm

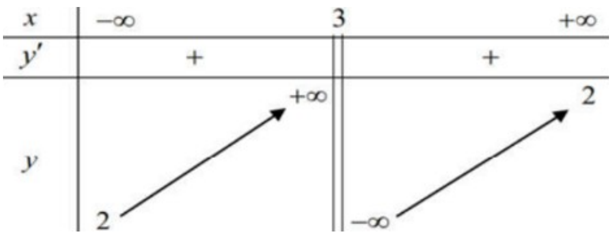
**A.** $x=0$. *__B.__ $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

**Lời giải**

Ta có $y'=3x^2-6x$ suy ra $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Ta có $y''=6x-6;\ y''(2)=6>0$ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

**Câu 8:** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx-c}(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:




Trong các số $a,b,c$ có bao nhiêu số dương?

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. *__D.__ 3.

**Lời giải**

Theo bài ra ta có:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\dfrac{a}{b}=2\Rightarrow a=2b\ (1)$.

$\lim\limits_{x\to3^+}y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to3^-}y=+\infty\Rightarrow\dfrac{c}{b}=3\Rightarrow c=3b\ (2)$.

Đồ thị hàm số giao với $Ox$ tại điểm $M\left(\dfrac{1}{a};0\right)\Rightarrow a>0\ (3)$

Do $a>0$ nên từ $(1)\Rightarrow b>0$ và từ $(2)\Rightarrow c>0$.

Vậy các số $a,b,c$ đều là số dương.

**Câu 9:** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

**A.** $m \le 1$. **B.** $m \le -3$. ***C.** $m < 1$. **D.** $m < -3$.

**Lời giải**

TXĐ: $D = \mathbb{R} / \{-1\}$.

Ta có $y' = \dfrac{m-1}{(x+1)^2}$. Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì $m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$

**Câu 10:** Tìm điểm cực đại của hàm số $y = \dfrac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$

**A.** $x_{CĐ} = -\sqrt{2}$. ***B.** $x_{CĐ} = 0$. **C.** $x_{CĐ} = \pm\sqrt{2}$. **D.** $x_{CĐ} = \sqrt{2}$.

**Lời giải**

$$y' = 2x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{array}\right.$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{2}$ | | $0$ | | $\sqrt{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên điểm cực đại của hàm số là $x_{CĐ} = 0$.

**Câu 11:** Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' có $\vec{AA'} = \vec{a}$, $\vec{AB} = \vec{b}$ và $\vec{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn vecto $\vec{BC'}$ theo các vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

A. $-\vec{b} + \vec{c} + \vec{a}$ B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ C. $\frac{\vec{a}+\vec{b}}{\vec{c}}$ D. $\frac{\vec{a}}{\vec{b}-\vec{c}}$

**Hướng dẫn giải**

Vì C'CBB' là hình bình hành nên $\vec{BC'} = \vec{BC} + \vec{BB'} = -\vec{b} + \vec{c} + \vec{a}$

**Câu 12:** Cho $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{v} = 7\vec{a} - 5\vec{b}$ và $\vec{x} = \vec{a} - 4\vec{b}$ vuông góc với $\vec{y} = 7\vec{a} - 2\vec{b}$. Khi đó góc giữa hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. $(\vec{a}, \vec{b}) = 75^0$ B. $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^0$ C. $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^0$ D. $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^0$

**Hướng dẫn giải**

Ta có:

$\{\vec{u}.\vec{v}\,\vec{x}.\vec{y} \Leftrightarrow \{(\vec{a} + 3\vec{b}).(7\vec{a} - 5\vec{b}) = 0\,(\vec{a} - 4\vec{b}).(7\vec{a} - 2\vec{b}) = 0 \Leftrightarrow$

$\{7|\vec{a}|^2 - 15|\vec{b}|^2 = -16\vec{a}.\vec{b}\,7|\vec{a}|^2 + 8|\vec{b}|^2 = 30\vec{a}.\vec{b} \Leftrightarrow \{|\vec{b}|^2 = 2\vec{a}.\vec{b}\,|\vec{a}|^2 = 2\vec{a}.\vec{b} \Leftrightarrow \{|\vec{b}|^2 = 2\vec{a}.\vec{b}\,|\vec{a}|^2 = |\vec{b}|$

Từ đó, ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|} = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^2} = \frac{1}{2} => (\vec{a}, \vec{b}) = 60^0$

**Câu 1:** Cho tứ diện ABCD có độ dài mỗi cạnh bằng 1

(I) Có 4 vecto có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện

(II) Vecto $\vec{AB}$ và $\vec{AD}$ có giá nằm trong mặt phẳng (ABC)

(III) Vì tứ diện ABCD có độ dài mỗi cạnh bằng 1 nên $|\vec{AB}| = |\vec{AC}| = 1$

(IV) Hai vecto cùng phương là hai vecto có giá song song và không được trùng nhau

**Hướng dẫn giải**

(I) S (II) S (III) Đ (IV) S

(I) Có ba vecto là $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ và $\vec{AD}$

(II) Chỉ có hai vecto $\vec{AB}$ và $\vec{AC}$ có giá nằm trong mặt phẳng (ABC)

(IV) Hai vecto cùng phương là hai vecto có giá song song và trùng nhau

**Câu 2:** Cho hàm số $x\ln x$

(I) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

(II) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{e};+\infty\right)$

(III) Hàm số có đạo hàm $y'=1+\ln x$

(IV) Hàm số có tập xác định $D=(0;+\infty)$

**Hướng dẫn giải**

(I) S (II) Đ (III) Đ (IV) Đ

$y=x\ln x$. TXĐ $D=(0;+\infty)$

$y'=\ln x+1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{e}$

Bảng biến thiên

| $x$ | $0$ | | $\frac{1}{e}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↘ | | ↗ | |

**Câu 3:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $x_2$ | | $x_3$ | | $x_4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\|$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $5$ | ↘ | $0$ | ↗ | $10$ | ↘ | $2 \;\|\; +\infty$ | ↘ | $3$ |

(I) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 1 đường tiệm cận đứng

(II) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng 3 đường tiệm cận ngang và đứng

(III) Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f(x)}$ bằng 3

(IV) Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f(x)}$ bằng 4

**Hướng dẫn giải**

(I) Đ (II) S (III) S (IV) Đ

(I) (II) Từ đồ thị hàm số ta thấy $y=f(x)$ có một đường tiệm cận ngang $y=3$ và một đường tiệm cận đứng $x=x_4$

(III) (IV) Vì $y=0$ ; $y=\frac{1}{3}$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y=0$ và $y=\frac{1}{3}$

Từ bảng biến thiên, ta có $f(x)=0$ có hai nghiệm $x=x_2$ và $x=a\in(-\infty;x_1)$

Dễ thấy $y=+\infty$ và $y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x=x_2$ và $x=a$

Do đó đồ thị hàm số có tổng số 4 đường tiệm cận kể cả đứng và ngang

**Câu 4:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x\in R$

(I) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 4

(II) Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2

(III) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

(IV) Hàm số $g(x)=f(x^2-1)$ đồng biến trên khoảng $(\sqrt{2};+\infty)$

**Hướng dẫn giải**

(I) S (II) Đ (III) Đ (IV) Đ

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-4 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu đạo hàm

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

$g(x)=f(x^2-1)$

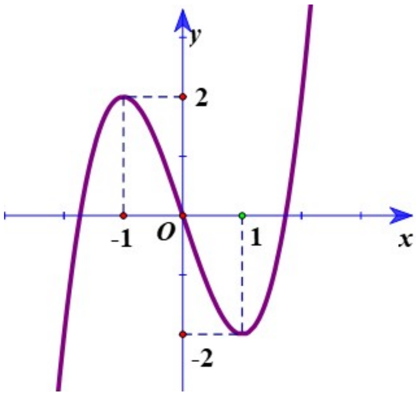
$\Rightarrow g'(x)=2x(x^2-1)(x^2-2)(x^2+3)$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$

Bảng xét dấu

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{2}$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $\sqrt{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

**Câu 1:** Cho hàm số $y=f(x+2)-2022$ có đồ thị như hình bên dưới.




Số giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $g(x)=f\left(2x^3-6x+m+1\right)$ có $6$ điểm cực trị là:

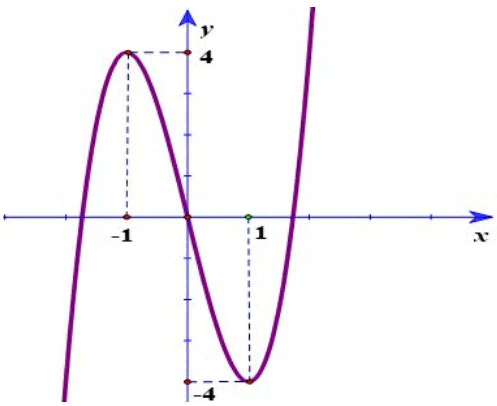
**Lời giải**

- Từ đồ thị ta thấy hàm số $y=f(x+2)-2022$ có hai điểm cực trị là: $x=-1, x=1$. Do đó, hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị là $x=1, x=3$ hay $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

- Ta có $g'(x)=\left(6x^2-6\right)f'\left(2x^3-6x+m+1\right)$.

Nên $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ 2x^3-6x+m+1=1 \\ 2x^3-6x+m+1=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=\pm 1 & \\ 2x^3-6x=-m & (1) \\ 2x^3-6x=2-m & (2) \end{array}\right.$.

- Xét hàm số $h(x)=2x^3-6x$ ta có đồ thị như hình vẽ



Do đó, $y=g\left(x\right)$ có $6$ điểm cực trị khi $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-4<2-m<4\\-m\le -4\end{cases}\\\begin{cases}-4<-m<4\\2-m\ge 4\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4\le m<6\\-4<m\le -2\end{array}\right.\Rightarrow m\in\left\{-3;-2;4;5\right\}$.

Vậy có $4$ giá trị nguyên của $m$.

**Câu 2:** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+4$ có đồ thị $\left(C\right)$. Gọi $d$ là đường thẳng qua $I\left(1;2\right)$ với hệ số góc $k$. Tập tất cả các giá trị của $k\in(a;+\infty)$ để $d$ cắt $\left(C\right)$ tại ba điểm phân biệt *I, A, B* sao cho *I* là trung điểm của đoạn thẳng *AB*. Giá trị *a* thỏa mãn bằng

**Hướng dẫn giải**

**ĐÁP ÁN −3**

Phương trình $d:y=k\left(x-1\right)+2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ và đường thẳng $d$:

$x^3-3x^2+4=kx-k+2\Leftrightarrow x^3-3x^2-kx+k+2=0\quad(1)$

$$\Leftrightarrow\left(x-1\right)\left(x^2-2x-k-2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\\underbrace{x^2-2x-k-2}_{g(x)}=0\ (*)\end{array}\right.$$

$d$ cắt $\left(C\right)$ tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ khác $1$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta_g'>0\\g\left(1\right)\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k+3>0\\-3-k\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow k>-3$

Hơn nữa theo Viet ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2=2x_I\\y_1+y_2=k\left(x_1+x_2\right)-2k+4=4=2y_I\end{cases}$ nên *I* là trung điểm *AB*.

Vậy chọn $k>-3$, hay $\left(-3;+\infty\right)$.

**Câu 3:** Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $\left[-2022;2022\right]$ của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận?

**Lời giải**

Điều kiện: $\begin{cases}x\ge 3\\x^2+x-m\ne 0\end{cases}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x^3}-\dfrac{3}{x^4}}}{1+\dfrac{1}{x}-\dfrac{m}{x^2}}=0$ suy ra $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hsố.

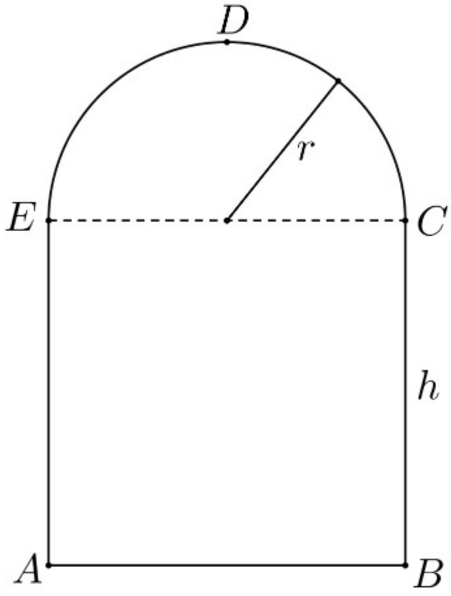
Vậy để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận thì phương trình $x^2+x-m=0$ có đúng 1 nghiệm trên $\left[3;+\infty\right)$.

Xét hàm số $y=x^2+x$ trên $\left[3;+\infty\right)$ có $y'=2x+1>0$, $\forall x\in\left[3;+\infty\right)$ suy ra phương trình $x^2+x-m=0$ có đúng 1 nghiệm trên $\left[3;+\infty\right)\Leftrightarrow m\ge f\left(3\right)=12$.

Kết hợp điều kiện $m$ nguyên và $m\in[-2022;2022]$ suy ra $m\in\{12;13;...;2022\}$.

Vậy có $2011$ giá trị nguyên $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 4:** Bác thợ hàn dùng một thanh kim loại dài $4$ m để uốn thành khung cửa sổ có dạng như hình vẽ. Gọi $r$ là bán kính của nửa đường tròn. Giá trị $r$ (theo mét) để diện tích tạo thành đạt giá trị lớn nhất có dạng $\frac{a}{\pi+b}$. Khi đó $a+b$ bằng:




**Lời giải**

Vì thanh kim loại dài $4$ m nên ta có: $2h+2r+\pi r=4$ $\Rightarrow h=\dfrac{4-2r-\pi r}{2}$

Diện tích của khung cửa sổ là $S=\dfrac{1}{2}\pi r^2+2rh=\dfrac{1}{2}\pi r^2+2r\cdot\dfrac{4-2r-\pi r}{2}=-\dfrac{\pi+4}{2}\cdot r^2+4r$

Xét hàm số $S(r)=-\dfrac{\pi+4}{2}\cdot r^2+4r$ trên khoảng $(0;2)$

$S'(r)=-(\pi+4)r+4=0 \Leftrightarrow -(\pi+4)r=-4 \Leftrightarrow r=\dfrac{4}{\pi+4}$

Bảng biến thiên:

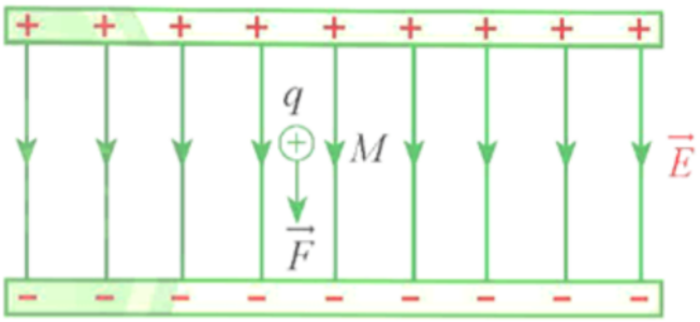
| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $\dfrac{4}{\pi+4}$ | $2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $\dfrac{8}{\pi+4}$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Ta có: $\max\limits_{(0;2)} S=S\left(\dfrac{4}{\pi+4}\right)=\dfrac{8}{\pi+4}>0$ (thỏa mãn)

Vậy với $r=\dfrac{4}{\pi+4}$ thì diện tích tạo thành đạt giá trị lớn nhất.

Vậy $a=4$, $b=4$ $\rightarrow a+b=8$

**Câu 5:** Trong điện trường đều, lực tĩnh điện $\vec{F}$( đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q( đơn vị: C) được tính theo công thức $\vec{F} = q\vec{E}$, trong đó $\vec{E}$ là cường độ điện trường ( đơn vị: N/C). Độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q=10^{-9}$C và độ lớn điện trường E=$10^5$ N/C có dạng $10^a$. Khi đó giá trị $a$ bằng:




**Hướng dẫn giải**

Độ lớn của lực tĩnh điện là $|\vec{F}| = q|\vec{E}| = 10^{-9}.10^{5} = 10^{-4}N$. Vậy $a=-4$

**Câu 6:** Cho các hàm số $f(x)=x^2-4x+m$ và $g(x)=(x^2+1)(x^2+2)^2(x^2+3)^3$. Tập tất cả các giá trị của tham số $m$ ∈[$a$;+∞) để hàm số $g(f(x))$ đồng biến trên $(3;+\infty)$ là

**Lời giải**

Ta có $f(x)=x^2-4x+m$, $g(x)=(x^2+1)(x^2+2)^2(x^2+3)^3=a_{12}x^{12}+a_{10}x^{10}+...+a_2x^2+a_0$.

Suy ra $f'(x)=2x-4$, $g'(x)=12a_{12}x^{11}+10a_{10}x^9+...+2a_2x$.

Và $\left[g(f(x))\right]'=f'(x)\left[12a_{12}(f(x))^{11}+10a_{10}(f(x))^9+...+2a_2f(x)\right]$

$=f(x)f'(x)\left(12a_{12}(f(x))^{10}+10a_{10}(f(x))^8+...+2a_2\right)$.

Dễ thấy $a_{12};a_{10};...;a_2;a_0>0$ và $f'(x)=2x-4>0$, $\forall x>3$.

Do đó $f'(x)\left(12a_{12}(f(x))^{10}+10a_{10}(f(x))^8+...+2a_2\right)>0$, $\forall x>3$.

Hàm số $g(f(x))$ đồng biến trên $(3;+\infty)$ khi $\left[g(f(x))\right]'\ge 0$, $\forall x>3 \Rightarrow f(x)\ge 0$, $\forall x>3$.

$\Leftrightarrow x^2-4x+m\ge 0$, $\forall x>3 \Leftrightarrow m\ge 4x-x^2$, $\forall x>3 \Rightarrow m\ge \max\limits_{[3;+\infty)}(4x-x^2)=3$.

Vậy $m\in[3;+\infty)$ thỏa yêu cầu bài toán. Vậy giá trị $a$=3