SỞ GD&ĐT	KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025
TRƯỜNG THPT	Môn: TOÁN 12
ĐỀ THAM KHẢO	*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*
(Đề có trang)	

Họ, tên thí sinh:..

Số báo danh:...

ĐỀ SỐ 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Câu 2: Cho hình lăng trụ tứ giác đều ABCD.A'B'C'D' có độ dài mỗi cạnh đáy bằng 1 và độ dài mỗi cạnh bên bằng 2. Tích vô hướng của $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{C'C}$ bằng:

A. 4 **B.** -4 **C.** 3 **D.** -3

Câu 3: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác BCD. Tìm hệ số k thỏa mãn $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=k\overrightarrow{AG}$

A. 2 **B.** 3 **C.** -3 **D.** -2

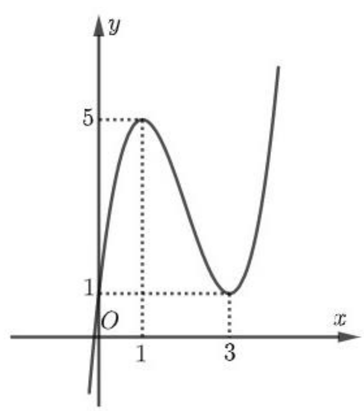
Câu 4: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^2+2x.$ **C.** $y=x^3-x^2+x.$ **D.** $y=x^4-3x^2+2.$

Câu 5: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2020x-2021}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.



A. $m>5$, $0<m<1$. **B.** $m<1$. **C.** $m=1$, $m=5$. **D.** $1<m<5$.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

***A.** 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 8: Giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+1}$ với trục Ox là:

A. M(2;0) **B.** $M(4;0)$ **C.** $M(0;-4)$ **D.** $M(-1;0)$

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=mx-m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+x+2$ tại ba điểm $A,\ B,\ C$ phân biệt sao cho $AB=BC$.

A. $m\in\left(\dfrac{-5}{4};+\infty\right)$.

B. $m\in(-\infty;0)\cup[4;+\infty)$.

C. $m\in(-2;+\infty)$.

D. $m\in\mathbb{R}$.

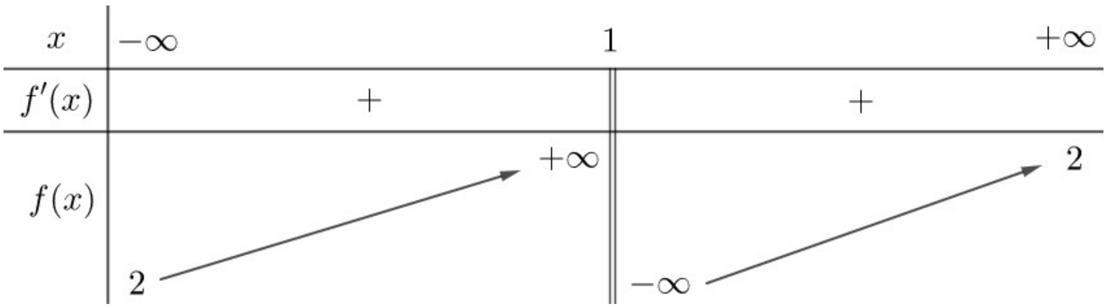
Câu 10: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-(2m+1)x^2-(5m+4)x+10$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$

A. $m=-1$. **B.** $m=3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-2$.

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{-x^2+x}$ là

A. 0. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** 2.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R},a<0)$ có bảng biến thiên như sau:

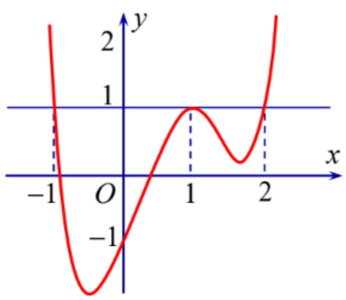


Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $b>0$, $c>0$, $d>0$ **B.** $b<0$, $c>0$, $d<0$ **C.** $b<0$, $c<0$, $d<0$ **D.** $b>0$, $c<0$, $d>0$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số *y=f(x)*. Đồ thị của hàm số *y=f'(x)* như hình vẽ. Đặt *g(x)=f(x)−x*.



(I) $g(1)<g(-1)<g(2)$

(II) $g(-1)<g(1)<g(2)$

(III) $g(2)<g(1)<g(-1)$

(IV) $g(-6)<g(-5)<g(-1)$

Câu 2: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' tâm O

(I) $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$

(II) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A}=\vec{0}$

(III) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$

(IV) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{D'O}+\overrightarrow{OC'}$

Câu 3: Cho hàm số *y=f(x)* có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

(I) Hàm số *f(x)* nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

(II) Hàm số *f(x)* đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$

(III) Phương trình $f(x)+3=0$ vô nghiệm

(IV) Hàm số *f(x)* có ba điểm cực trị

Câu 4: Cho hàm số $y=x^4-2x^2-2$

(I) Giá trị lớn nhất của hàm số trên R là -2

(II) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên R là -3

(III) Tập giá trị của hàm số là $[-3;+\infty)$

(IV) Trên đoạn $[0;1]$, max $y=f(x_{A})=y_A$; min $y=f(x_{B})=y_B$. Độ dài $AB=\sqrt{2}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình hộp ABCD. A'B'C'D'. Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho AC=3MC. Lấy điểm N trên đoạn C'D sao cho C'N=*x*C'D. Với giá trị nào của x thì MN song song BD'

Câu 2. Gọi *S* là tập hợp các giá trị *m* để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(x^2+x-m)^2$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 4. Tổng các phần tử của tập hợp *S* bằng:

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{3}{2}$

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f^2\left(x\right)-1}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của hàm $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f\left(3-2x\right)$ nghịch biến trên khoảng (a;b). Tổng a+b là:

Câu 5: Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-20;20]$ sao cho hàm số $y = -2x + 2 + a\sqrt{x^2 - 4x + 5}$ có cực đại

Câu 6: Tất cả các giá trị thực của m ∈ (a;b) thỏa mãn phương trình $\left|x^4 - 2x^2 - 3\right| = 2m - 1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt. Khi đó tổng a+b bằng:

--Hết--

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

-Cán bộ coi kiểm tra không giải thích gì thêm.

SỞ GD&ĐT
TRƯỜNG THPT
HƯỚNG DẪN GIẢI
(Đề có trang)

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:..
Số báo danh:...

ĐỀ SỐ 04

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Câu 2: Cho hình lăng trụ tứ giác đều ABCD.A'B'C'D' có độ dài mỗi cạnh đáy bằng 1 và độ dài mỗi cạnh bên bằng 2. Tích vô hướng của $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{C'C}$ bằng:

A. 4 **B.** -4 **C.** 3 **D.** -3

Hướng dẫn giải

Vì AA'//CC' nên hai vecto $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{C'C}$ ngược hướng nhau

Suy ra $\left(\overrightarrow{AA'},\overrightarrow{C'C}\right)=180^0$. Do đó $\overrightarrow{AA'}.\ \overrightarrow{C'C}=|AA'|.\ |CC'|.\text{Cos}\left(\overrightarrow{AA'},\overrightarrow{C'C}\right)=2.2.\cos180^0=-4$

Câu 3: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác BCD. Tìm hệ số k thỏa mãn $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=k\overrightarrow{AG}$

A. 2 **B.** 3 **C.** -3 **D.** -2

Hướng dẫn giải

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}$

$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GC}$

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GD}$

Cộng các đẳng thức theo vế ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\left(\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\right)=3\overrightarrow{AG}$

Vì G là trọng tâm tam giác BCD nên $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$

Suy ra $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$

Câu 4: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên □ ?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^2+2x$. ***C.** $y=x^3-x^2+x$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Lời giải

Hàm số đồng biến trên ¡ trước hết phải có tập xác định $D=$ ¡ , loại câu A, xét các câu khác. Chỉ có $(x^3-\ x^2+\ x)¢=\ 3x^2-\ 2x+1>\ 0,"x$ nên $y=\ x^3-\ x^2+\ x$ đồng biến trên ¡ .

Câu 5: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2020x-2021}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 3. ***B.** 1. **C.** 2 . **D.** 0

Lời giải

Ta có: $x^2-2020x-2021=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2021\end{array}\right.$

$\lim\limits_{x\to -1} y=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x+1}{x^2-2020x-2021}=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x+1}{(x+1)(x-2021)}=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{1}{x-2021}=\dfrac{-1}{2022}$

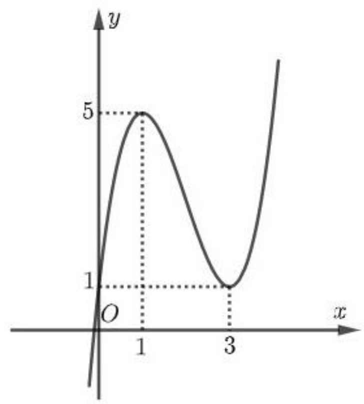
$\lim\limits_{x\to 2021^+} y=\lim\limits_{x\to 2021^+}\dfrac{x+1}{x^2-2020x-2021}=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to 2021^-} y=\lim\limits_{x\to 2021^-}\dfrac{x+1}{x^2-2020x-2021}=-\infty$

Suy ra đường thẳng $x=2021$ là tiệm cận đứng

Vậy hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng.

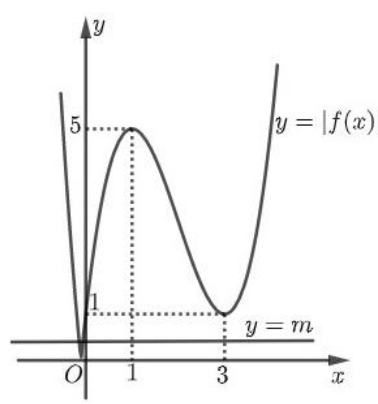
Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.



***A.** $m>5$, $0<m<1$. **B.** $m<1$. **C.** $m=1$, $m=5$. **D.** $1<m<5$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m$ chính là số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y=|f(x)| \\ y=m \end{cases}$.



Vậy để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt thì $m>5$, $0<m<1$.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

***A.** 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

- Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{m^2-4}{(x+m)^2}$.

Hàm số nghịch biến biến trên khoảng $(-1;1)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4<0 \\ \left[\begin{array}{l} -m\ge 1 \\ -m\le -1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<2 \\ \left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ m\ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2<m\le -1 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$.

Vì m nguyên nên $m\in\{-1;1\}$.

Câu 8: Giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+1}$ với trục Ox là:

A. M(2;0) **B.** $M(4;0)$ **C.** $M(0;-4)$ **D.** $M(-1;0)$

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=mx-m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+x+2$ tại ba điểm $A,\ B,\ C$ phân biệt sao cho $AB=BC$.

A. $m\in\left(\dfrac{-5}{4};+\infty\right)$. **B.** $m\in(-\infty;0)\cup[4;+\infty)$.

C. $m\in(-2;+\infty)$. **D.** $m\in$ □ .

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là : $x^3-3x^2+x+2=mx-m+1$

$\Leftrightarrow x^3-3x^2+(1-m)x+m+1=0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2-2x-1-m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x-1-m=0\ (*) \end{array}\right.$

Đường thẳng $y=mx-m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+x+2$ tại ba điểm $A,\ B,\ C$ phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=1+1+m>0 \\ 1-2-1-m\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-2 \\ m\ne -2 \end{cases} \Leftrightarrow m>-2$

Với $m>-2$, $pt(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1+\sqrt{m+2} \\ x=1-\sqrt{m+2} \end{array}\right.$

Ta thấy $1-\sqrt{m+2}<1<1+\sqrt{m+2}$ nên suy ra các giao điểm của hai đường là

$A\left(1+\sqrt{m+2};1+m\sqrt{m+2}\right), B(1;1), C\left(1-\sqrt{m+2},1-m\sqrt{m+2}\right)$

Yêu cầu bài toán là ba điểm $A,\ B,\ C$ phân biệt sao cho $AB=BC$ nên phải có B là trung điểm của AC

$\Leftrightarrow x_A+x_C=2.x_B \Leftrightarrow \left(1+\sqrt{m+2}\right)+\left(1-\sqrt{m+2}\right)=2.1$

Vậy với $m>-2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-(2m+1)x^2-(5m+4)x+10$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$

A. $m=-1$. **B.** $m=3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-2$.

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{-x^2+x}$ là

A. 0. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** 2.

Hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn [-1;3] cho trong hình bên. Gọi *M* là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn [-1;3]. Tìm mệnh đề đúng?

x	-1		0		2		3
y'		+	0	-	0	+	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

A. $M = f(-1)$. **B.** $M = f(3)$. **C.** $M = f(2)$. **D.** $M = f(0)$.

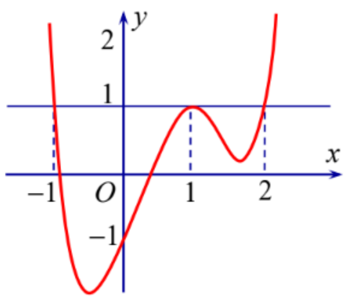
Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R}, a<0)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$+$	
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ $\|$ $-\infty$	↗	2

Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $b>0$, $c>0$, $d>0$ **B.** $b<0$, $c>0$, $d<0$ **C.** $b<0$, $c<0$, $d<0$ ***D.** $b>0$, $c<0$, $d>0$

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=f(x)-x$.



(I) $g(1)<g(-1)<g(2)$

(II) $g(-1)<g(1)<g(2)$

(III) $g(2)<g(1)<g(-1)$

(IV) $g(-6)<g(-5)<g(-1)$

Hướng dẫn giải

(I) SAI (II) SAI (III)ĐÚNG (IV) ĐÚNG

Xét hàm số $g(x)=f(x)-x$, $\Rightarrow g'(x)=f'(x)-1$, $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
g'		+	0	−	0	-	0	+	
g	$-\infty$	↗	$g(-1)$	↘	$g(1)$	↘	$g(2)$	↗	

Câu 2: Cho hình hộp ABCD.A’B’C’D’ tâm O

(I) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

(II) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$

(III) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$

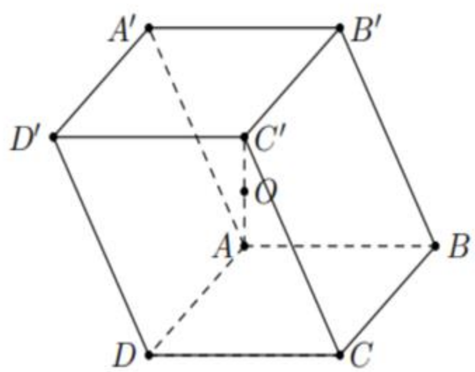
(IV) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{D'O}+\overrightarrow{OC'}$

Hướng dẫn giải

Theo quy tắc hình hộp thì $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$. (I) đúng

Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$ và $\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{D'A}=\vec{0}$

Do đó $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A}=\vec{0}$. (II) đúng



Vì $\begin{cases}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AB'}\\ \overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{AD'}\end{cases}$, mà $\overrightarrow{AB'}\neq\overrightarrow{AD'}\rightarrow\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}\neq\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$. Vậy (III) sai

Ta có:

$+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AC'}$

$+\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{D'O}+\overrightarrow{OC'}=\overrightarrow{AC'}$

Vậy $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AD'}+\overrightarrow{D'O}+\overrightarrow{OC'}$. (IV) đúng

Câu 3: Cho hàm số *y=f(x)* có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

(I) Hàm số *f(x)* nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

(II) Hàm số *f(x)* đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$

(III) Phương trình $f(x)+3=0$ vô nghiệm

(IV) Hàm số *f(x)* có ba điểm cực trị

Hướng dẫn giải

(I) ĐÚNG (II) SAI (III) Đ (IV) Đ

Câu 4: Cho hàm số $y=x^4-2x^2-2$

(I) Giá trị lớn nhất của hàm số trên R là -2

(II) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên R là -3

(III) Tập giá trị của hàm số là $[-3;+\infty)$

(IV) Trên đoạn $[0;1]$, max $y=f(x_A)=y_A$; min $y=f(x_B)=y_B$. Độ dài $AB=\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

(I) S (II) Đ (III) Đ (IV) Đ

(I) TXĐ D=R

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=-2 \\ x=\pm 1 \Rightarrow y=-3 \end{array}\right.$$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, hàm số không có giá trị lớn nhất trên R

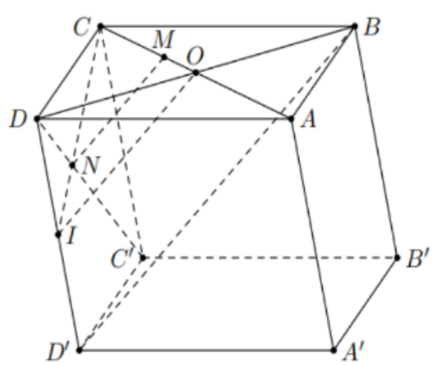
(III) Từ BBT, tập giá trị của hàm số là $[-3;+\infty)$

(IV) Trên đoạn [0;1], max $y=f(0)=-2$; min $y=f(1)=-3$. Suy ra A(0;−2), B(1;−3)

Khoảng cách AB=$\sqrt{2}$

Câu 1: Cho hình hộp ABCD. A’B’C’D’. Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho AC=3MC. Lấy điểm N trên đoạn C’D sao cho C’N=xC’D. Với giá trị nào của x thì MN song song BD’

Hướng dẫn giải



+Gọi O là tâm hình bình hành ABCD

+Gọi I là trung điểm DD’

+Nối C’D cắt CI tại N’→N’ là trọng tâm ΔCDD’

+Ta có OI là đường trung bình của ΔBDD’→OI \\ BD’

+Lại có $\frac{CN'}{CI}=\frac{CM}{CO}$→MN’\\OI→MN’\\BD’

+Theo đề bài ta có MN\\BD’ ↔N’≡N→C’N=$\frac{2}{3}C'D$↔$x=\frac{2}{3}$

Câu 2. Gọi S là tập hợp các giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(x^2+x-m)^2$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 4. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng:

Lời giải

- Đặt $f(x)=x^2+x-m$. Ta có: $f'(x)=2x+1$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$

Bảng biến thiên:

x	-2		$-\frac{1}{2}$		2
$f'(x)$		$-$		$+$	
$f(x)$	$-m+2$	$\searrow$	$-m-\frac{1}{4}$	$\nearrow$	$-m+6$

•**Trường hợp 1:** $-m-\frac{1}{4}>0 \Leftrightarrow m<-\frac{1}{4}$

Ta có: $\min\limits_{x\in[-2;2]} f\left(x\right)=-m-\frac{1}{4} \Rightarrow \min\limits_{x\in[-2;2]} y=\left(-m-\frac{1}{4}\right)^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-\frac{9}{4}(n) \\ m=\frac{7}{4}(l) \end{array}\right.$

•**Trường hợp 2:** $-m+6<0 \Leftrightarrow m>6$

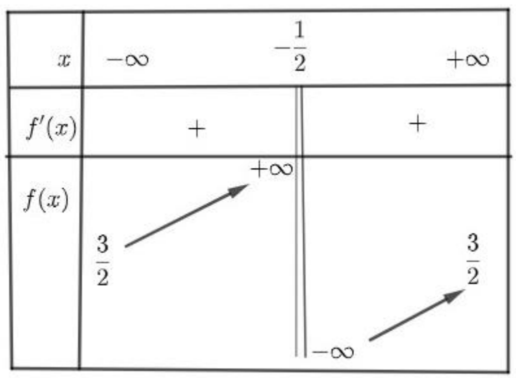
Ta có $\min\limits_{x\in[-2;2]} f\left(x\right)=-m-\frac{1}{4} \Rightarrow \min\limits_{x\in[-2;2]} y=\left(-m+6\right)^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4(l) \\ m=8(n) \end{array}\right.$

•**Trường hợp 3:** $-m-\frac{1}{4}\le 0\le -m+6 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}\le m\le 6$

Ta có $\min\limits_{x\in[-2;2]} f\left(x\right)=0 \Rightarrow \min\limits_{x\in[-2;2]} y=0$. Suy ra $-\frac{1}{4}\le m\le 6$ không thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy $m\in\left\{-\frac{9}{4};8\right\} \Rightarrow S=\frac{23}{4}$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

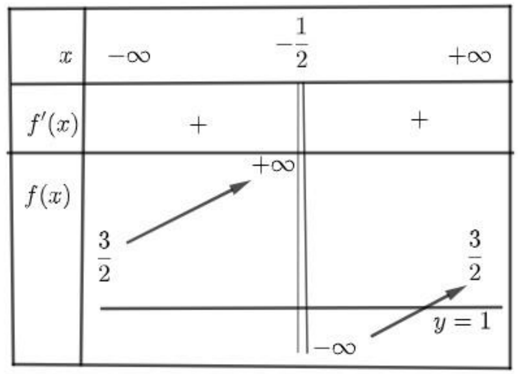


Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f^2\left(x\right)-1}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

Lời giải

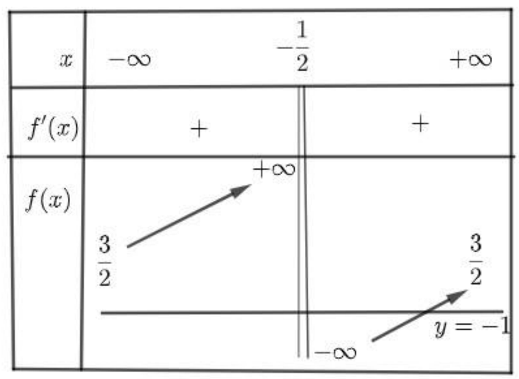
Xét phương trình $f^2\left(x\right)-1=0 \Leftrightarrow f^2\left(x\right)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=1 \\ f\left(x\right)=-1 \end{array}\right.$.

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=1$ là số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y=f\left(x\right) \\ y=1 \end{cases}$.



Vậy phương trình $f\left(x\right)=1$ có một nghiệm $x=a$ với $a>-\frac{1}{2}$.

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-1$ là số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y=f\left(x\right) \\ y=-1 \end{cases}$.



Vậy phương trình $f\left(x\right)=-1$ có một nghiệm $x=b$ với $b<-\frac{1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f^2\left(x\right)-1}$ có đường hai đường tiệm cận đứng.

Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của hàm $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f\left(3-2x\right)$ nghịch biến trên khoảng (a;b). Tổng a+b là:

Lời giải

$y'=-2f'\left(3-2x\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-2x=-3\\3-2x=-1\\3-2x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=2.\\x=1\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$		$+$	
y		↘		↗		↘		↗	

Vậy hàm số $y = f\left(3-2x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-2;1\right)$.

Câu 5: Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-20;20]$ sao cho hàm số $y=-2x+2+a\sqrt{x^2-4x+5}$ có cực đại

Lời giải

- Ta có: hàm số trên xác định trên R

$y'=-2+a\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+5}};y''=\dfrac{a}{\sqrt{(x^2-4x+5)^3}}$

Trường hợp 1: $a=0$ thì $y'=-2<0$ nên hàm số trên không có cực trị

Trường hợp 2: $a\neq 0$**,** vì dấu của y'' chỉ phụ thuộc vào a nên hàm số có cực đại thì trước hết $y''<0 \Leftrightarrow a<0$. Khi đó hàm số có cực đại $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có nghiệm

Ta có: $y'=0 \Leftrightarrow 2\sqrt{(x-2)^2+1}=a(x-2)$ (1)

Đặt $t=x-2$ thì phương trình (1) trở thành

$at=2\sqrt{t^2+1} \Leftrightarrow \begin{cases} t\leq 0 \\ (a^2-4)t^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t\leq 0 \\ t^2=\dfrac{4}{a^2-4} \end{cases}$

Để (1) có nghiệm thì $a^2-4>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a>2 \\ a<-2 \end{array}\right.$

Mà do $y''<0 \Leftrightarrow a<0$ nên ta thu được $a<-2$

Với số nguyên a thuộc đoạn $[-20;20]$ thì $a\in[-20;-3]$.

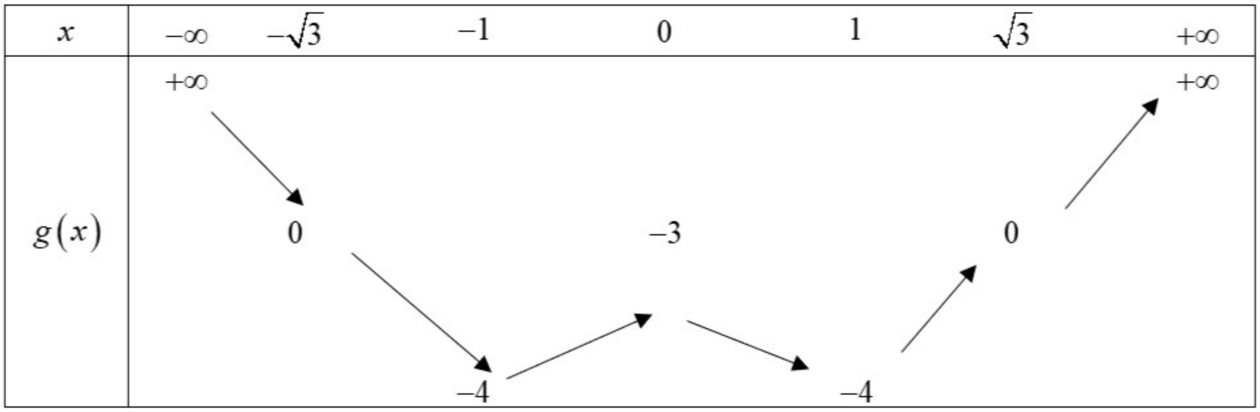
Câu 6: Tất cả các giá trị thực của m ∈ (a;b) thỏa mãn phương trình $\left|x^4-2x^2-3\right|=2m-1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt. Khi đó tổng a+b bằng

Lời giải

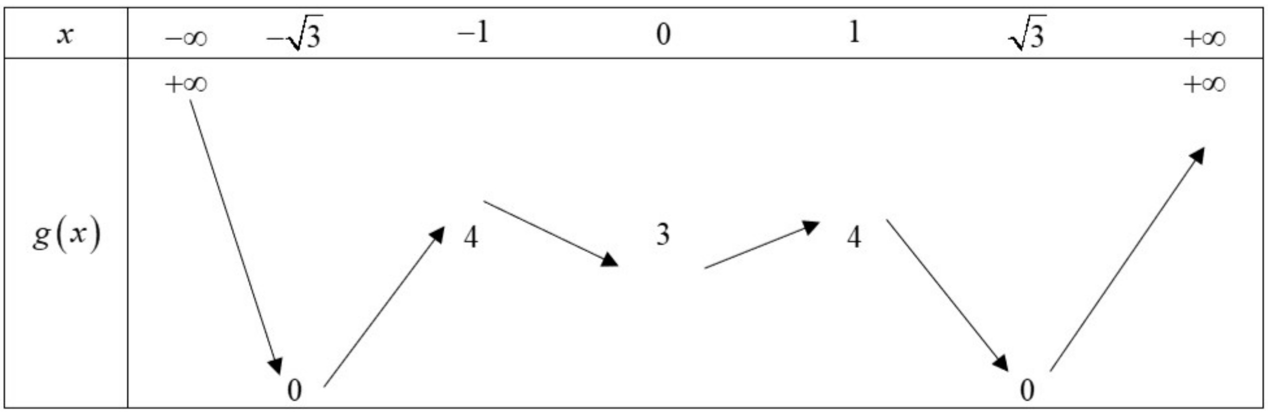
Xét $g\left(x\right)=x^4-2x^2-3$ có tập xác định: $D=\mathbb{R}$

$g'\left(x\right)=4x^3-4x$

$g'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.



Đồ thị hàm số $f(x)=\left|x^4-2x^2-3\right|$ là:



Để phương trình $\left|x^4-2x^2-3\right|=2m-1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt.

$\Leftrightarrow 3<2m-1<4$

$\Leftrightarrow 4<2m<5$

$\Leftrightarrow 2<m<\dfrac{5}{2}$