SỞ GD&ĐT **KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025**

TRƯỜNG THPT **Môn: TOÁN 12**

ĐỀ THAM KHẢO *Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

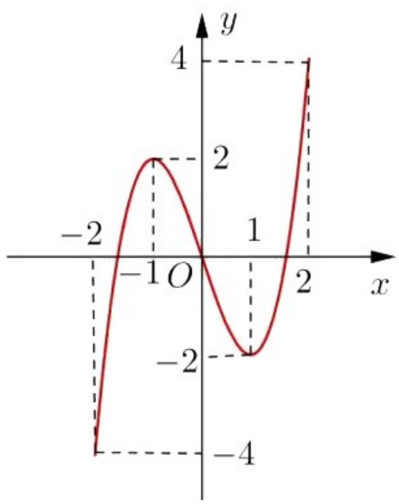
(Đề có 3 trang)

Họ, tên thí sinh:...

Số báo danh:.. **ĐỀ SỐ 03**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn có $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là



A. $M(-1;2)$. **B.** $M(1;-2)$. **C.** $M(-2;-4)$. **D.** $M(2;4)$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x}{x^2-6x+9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 3. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=10\sqrt{2}.$ **B.** $AB=2\sqrt{5}.$ **C.** $AB=3\sqrt{2}.$ **D.** $AB=2\sqrt{3}.$

Câu 4: Cho hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 5: . Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2020}x^4-\dfrac{1}{2020}x^2+2021$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng:

A. $2021-\dfrac{1}{8080}$. **B.** 2020. **C.** $2021-\dfrac{1}{4040}$. **D.** 2021.

Câu 6: Cho ba vecto $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$. Điều kiện nào dưới đây khẳng định $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ đồng phẳng?

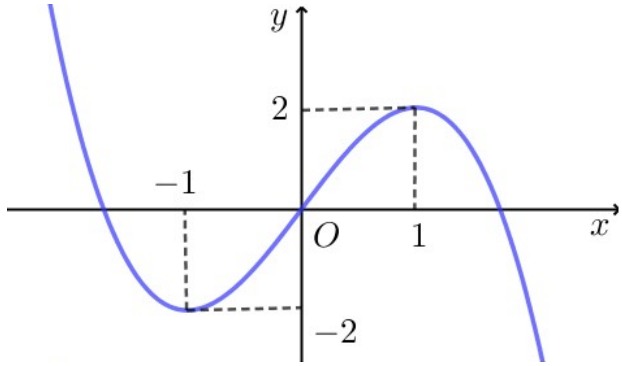
A. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn m+n+p=0 và $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$

B. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn m+n+p≠0 và $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$

C. Tồn tại ba số thực m, n, p sao cho $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}$

D. Giá của $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng qui

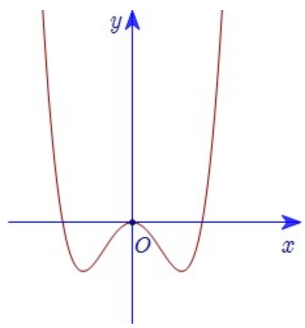
Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ sau

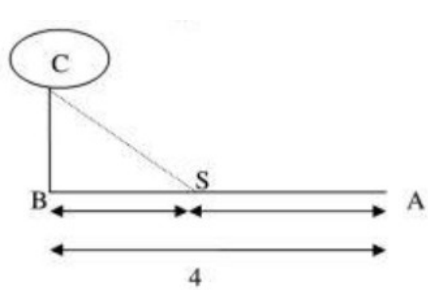


A. $y = x^3 - 3x^2$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2$. ***D.** $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 9: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* để hàm số $y = \dfrac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}+m}$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$?

A. 0. **B.** 3. **C.** vô số. **D.** 4.

Câu 10: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4 km. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, còn đặt dưới mặt đất mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất?



A. $\dfrac{10}{4}$ km. **B.** $\dfrac{15}{4}$ km. **C.** $\dfrac{19}{4}$ km. **D.** $\dfrac{13}{4}$ km.

Câu 11: Cho hình lăng trụ tam giác đều ABC.A’B’C’ có AB=a và AA’=a$\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB’ và BC’ bằng

A. 60^0 **B.** 45^0 **C.** 90^0 **D.** 30^0

Câu 12: Cho hình hộp ABCD.A’B’C’D’ và các điểm M, N, P được xác định bởi $\vec{MA} = k\vec{MB} (k\neq0)$, $\vec{NB} = x\vec{NC'}$, $\vec{PC} = y\vec{PD'}$. Hãy tính *x, y* theo *k* để ba điểm M, N, P thẳng hàng

A. $x = \frac{2+k}{2-k}, y = -\frac{2}{k}$ **B.** $x = \frac{1+2k}{1-2k}, y = -\frac{1}{2k}$

C. $x = \frac{\frac{1}{2}+k}{2-k}, y = -\frac{1}{2k}$ **D.** $x = \frac{1+k}{1-k}, y = -\frac{1}{k}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x+2}$

(I) Hàm số nghịch biến trên R\{−2}

(II) Hàm số nghịch biến trên (−∞;−2) và (2;+∞)

(III) Hàm số đồng biến trên R

(IV) Hàm số đồng biến trên (−4;−3)

Câu 2: Xét đường thẳng *d: y*=4−2*x* và đường cong (C): $\frac{2x+4}{x+1}$

(I) Đường thẳng *d* là tiếp tuyến của đường cong (C)

(II) (C) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ dương

(III) (C) cắt trục tung tại điểm có tung độ dương

(IV) Đường thẳng *(d)* cắt đường cong (C) tại hai điểm phân biệt

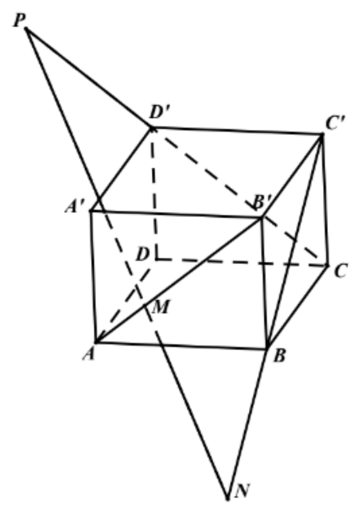
Câu 3: Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ có cạnh bằng a. Gọi I là tâm hình vuông ABCD, gọi G là trọng tâm của tam giác AB’C

(I) $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$

(II) $\vec{GA} + \vec{GB'} + \vec{GC} = 2\vec{GI}$

(III) $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{A'C'}$

(IV) $\vec{BD'} = 2\vec{BG}$



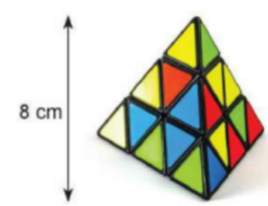
Câu 4: Cho một khối rubik như hình, biết rằng chiều cao của khối rubik bằng 8cm

(I) Khối Rubik có dạng là một hình tứ diện A.BCD

(II) Nếu I là trọng tâm của tứ diện và G là trọng tâm của tam giác BCD thì $\vec{AI} = 3\vec{IG}$

(III) IG và AG đều bằng 2cm

(IV) 3 điểm A, I, G thẳng hàng và IG=$\frac{2}{4}$AG



Hướng dẫn giải

Vì ABCD là tứ diện đều nên AG ⊥(BCD)=> AG=8cm (III) SAI

Vì $\vec{AI} = 3\vec{IG}$ nên 3 điểm A, I, G thẳng hàng và IG=$\frac{1}{4}$AG (IV) SAI

Do IG⊥(BCD). Khi đó d(I;(BCD))=IG=$\frac{1}{4}$AG=2cm

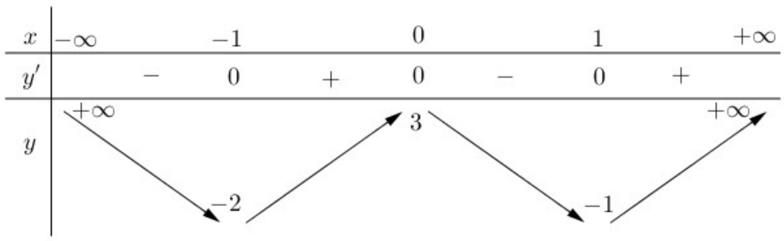
(I) ĐÚNG (II) ĐÚNG do tính chất trọng tâm tứ diện ABCD

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho tứ diện ABCD, gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BD. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là một điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị thực của k thỏa mãn đẳng thức vecto $\vec{PI} = k\left(\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} + \vec{PD}\right)$?

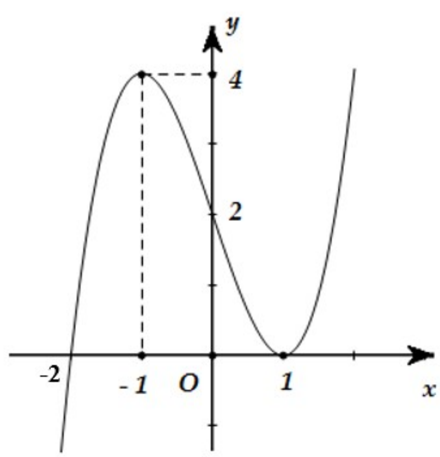
Câu 2: Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2m(m+1)x + 2m^3 + m^2 + 1}{x - m}$ có đồ thị (C_m) (m là tham số thực). Gọi A là điểm thỏa mãn vừa là điểm cực đại của (C_m) ứng với một giá trị m vừa là điểm cực tiểu của (C_m) ứng với giá trị khác của m. Giá trị của a để khoảng cách từ A đến đường thẳng $(d): x - (a+1)y + a = 0$ đạt giá trị lớn nhất là:

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

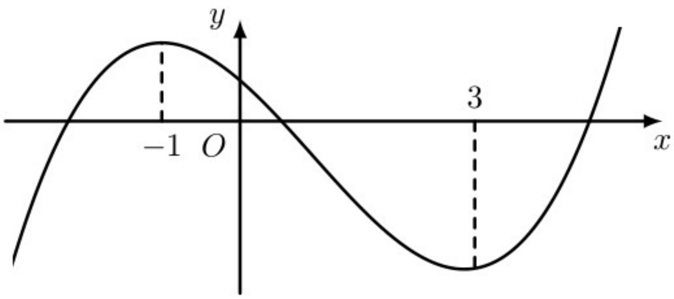


Phương trình $2f\left(\dfrac{\sin x + \cos x}{\sqrt{2}}\right) + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left[-\dfrac{3\pi}{4}; \dfrac{7\pi}{4}\right]$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + x - 2}{f^2(x) - f(x)}$ là



Câu 5: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(\left(x-1\right)^2+m\right)$ có 3 điểm cực trị. Tổng các phần tử của S là

Câu 6: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=(m^2-m-6)x^3+(m-3)x^2-2x+1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

--------------------------------Hết--------------------------------

-Thí sinh không sử dụng tài liệu.

-Cán bộ coi kiểm tra không giải thích gì thêm.

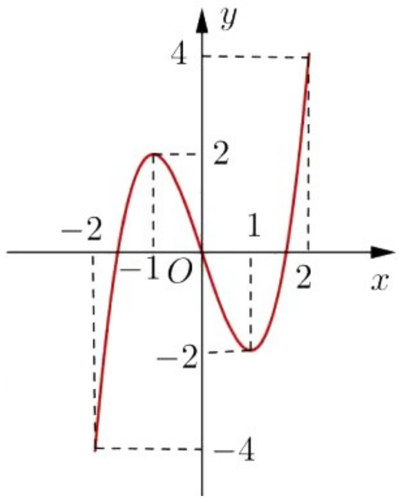
SỞ GD&ĐT
TRƯỜNG THPT
HƯỚNG DẪN GIẢI
(Đề có trang)

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:...
Số báo danh:...

ĐỀ SỐ 03

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên đoạn có $\left[-2;2\right]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là



*A. $M(-1;2)$. B. $M(1;-2)$. C. $M(-2;-4)$. D. $M(2;4)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị suy ra điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $M(-1;2)$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x}{x^2-6x+9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

*A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=1$ nên đồ thị có 1 đường tiệm cận ngang là $y=1$.

Và: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to 3^+} y=+\infty\\ \lim\limits_{x\to 3^-} y=-\infty\end{cases}$ nên đồ thị có 1 đường tiệm cận đứng là $x=3$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 3. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=10\sqrt{2}.$ *B. $AB=2\sqrt{5}.$ **C.** $AB=3\sqrt{2}.$ **D.** $AB=2\sqrt{3}.$

Lời giải

Xét hàm số $y=-x^3+3x^2+5$

$y'=-3x^2+6x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;5),B(2;9)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(2;4)\Rightarrow AB=2\sqrt{5}$.

Câu 4: Cho hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;1)$. *D. $(1;2)$.

Lời giải

Tập xác định $D=[0;2]$

Ta có $y' = \dfrac{2-2x}{2\sqrt{2x-x^2}} = \dfrac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$ với $x \in (0;2)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 1 - x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Ta có bảng biến thiên

x	0		1		2
y'		+	0	−	
y		$\nearrow$	1	$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra hàm số nghịch biến trên $(1;2)$.

Câu 5: . Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{2020}x^4 - \dfrac{1}{2020}x^2 + 2021$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng:

*__A.__ $2021 - \dfrac{1}{8080}$. **B.** 2020. **C.** $2021 - \dfrac{1}{4040}$. **D.** 2021.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{1}{2020}x^4 - \dfrac{1}{2020}x^2 + 2021$ liên tục trên $[-1;1]$.

$f'(x) = \dfrac{1}{2020}\left(4x^3 - 2x\right)$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \vee x = 0 \vee x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$f(-1) = f(1) = 2021$

$f(0) = 2021$

$f\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2021 - \dfrac{1}{8080}$

Vậy $\min\limits_{x\in[-1;1]} f(x) = 2021 - \dfrac{1}{8080}$

Câu 6: Cho ba vecto $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$. Điều kiện nào dưới đây khẳng định $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ đồng phẳng?

A. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn m+n+p=0 và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$

<u>B</u>. Tồn tại ba số thực m, n, p thỏa mãn m+n+p≠0 và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$

C. Tồn tại ba số thực m, n, p sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$

D. Giá của $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ đồng qui

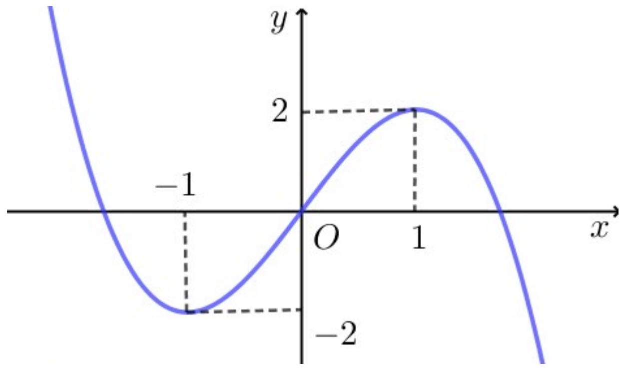
Hướng dẫn giải

+Xét m=n=p=0 ta luôn có m+n+p=0 và $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = \vec{0}$ nhưng không thể suy ra được $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$

+Xét m+n+p≠0 thì chắc chắn có một trong ba số m, n, p khác 0

Giả sử m≠0→ $m\vec{a}+n\vec{b}+p\vec{c}=\vec{0}\leftrightarrow\vec{a}=-\frac{n}{m}\vec{b}-\frac{p}{m}\vec{c}\rightarrow\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ đồng phẳng

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



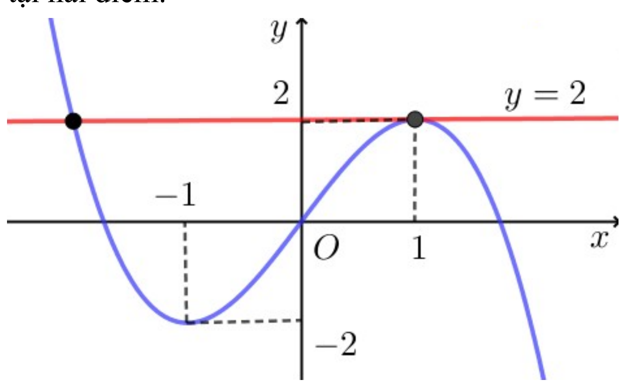
Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là

A. 1. **B.** 0. ***C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

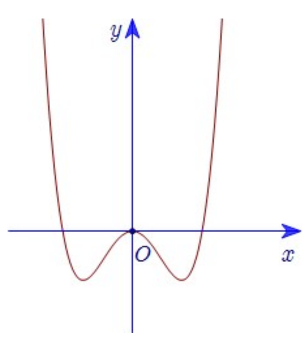
Ta có $f(x)=2\ (*)$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2$.
Dựa vào hình vẽ, hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm.



Vậy phương trình $f(x)=2$ có hai nghiệm.

Câu 8: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ sau



A. $y=x^3-3x^2$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=-x^3+3x^2$. ***D.** $y=x^4-2x^2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đây là hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số $a>0$. Do đó chọn đáp án $y=x^4-2x^2$.

Câu 9: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* để hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}+m}$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$?

A. 0. **B.** 3. ***C.** vô số. **D.** 4.

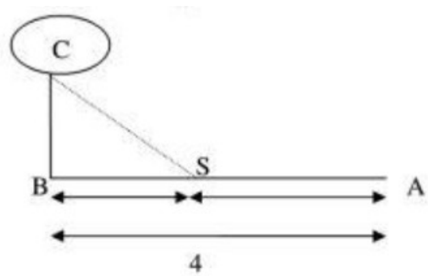
Lời giải

+ Đặt $t=\sqrt{1-x}$ ta có: $t'=\dfrac{-1}{2\sqrt{1-x}}$ là hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

+ Yêu cầu bài toán trở thành: tìm các giá trị nguyên của *m* để hàm số $y=\dfrac{t+1}{t+m}$ nghịch biến

trên khoảng $(1;2)$ $\Leftrightarrow\begin{cases}f'(t)<0\\-m\notin(1;2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\\left[\begin{array}{l}-m\le 1\\-m\ge 2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -2\\-1\le m<1\end{array}\right.$. Vậy có vô số giá trị nguyên của tham số *m*.

Câu 10: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4 km. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, còn đặt dưới mặt đất mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất?



A. $\dfrac{10}{4}$ km. **B.** $\dfrac{15}{4}$ km. **C.** $\dfrac{19}{4}$ km. ***D.** $\dfrac{13}{4}$ km.

Lời giải

Đặt $SA=x\,\text{km}\,(0\le x\le 4)$

Chi phí mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là

$$T=SA.3000+SC.5000=1000\left[3x+5\sqrt{(4-x)^2+1^2}\right]=1000\left[3x+5\sqrt{x^2-8x+17}\right]$$

$$T'=1000\left[3+\frac{5(2x-8)}{2\sqrt{x^2-8x+17}}\right]$$

$$T'=0\ \Leftrightarrow\ \frac{5(2x-8)}{2\sqrt{x^2-8x+17}}=-3$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2-8x+17}=-5(x-4)$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 4 \\ 9\left[(x-4)^2+1\right] = 25(x-4)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 4 \\ (x-4)^2 = \dfrac{9}{16} \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{13}{4}$

Mà $T(0) = 5000\sqrt{17}$; $T(4) = 17000$; $T\left(\dfrac{13}{4}\right) = 16000$

Vậy chi phí mắc dây điện từ A qua S rồi đến C ít tốn kém nhất khi $SA = \dfrac{13}{4}$ km.

Câu 11: Cho hình lăng trụ tam giác đều ABC.A'B'C' có AB=a và AA'=a$\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. 60^0 B. 45^0 C. 90^0 D. 30^0

Hướng dẫn giải

Ta có $\vec{AB'}.\vec{BC'} = \left(\vec{AB} + \vec{BB'}\right)\left(\vec{BC} + \vec{CC'}\right) = \vec{AB}.\vec{BC} + \vec{AB}.\vec{CC'} + \vec{BB'}.\vec{BC} + \vec{BB'}.\vec{CC'} =$
$\vec{AB}.\vec{BC} + \vec{AB}.\vec{CC'} + \vec{BB'}.\vec{BC} + \vec{BB'}.\vec{CC'} = \frac{3a^2}{2}$

Suy ra $\cos(\vec{AB'}, \vec{BC'}) = \frac{\vec{AB'}.\vec{BC'}}{|\vec{AB'}|.|\vec{BC'}|} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB', BC' = 60^0$

Câu 12: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' và các điểm M, N, P được xác định bởi $\vec{MA} = k\vec{MB} (k \neq 0)$, $\vec{NB} = x\vec{NC'}$, $\vec{PC} = y\vec{PD'}$. Hãy tính *x, y* theo *k* để ba điểm M, N, P thẳng hàng

A. $x = \frac{2+k}{2-k}, y = -\frac{2}{k}$

B. $x = \frac{1+2k}{1-2k}, y = -\frac{1}{2k}$

C. $x = \frac{\frac{1}{2}+k}{2-k}, y = -\frac{1}{2k}$

D. $x = \frac{1+k}{1-k}, y = -\frac{1}{k}$

Hướng dẫn giải

Đặt $\vec{AD} = \vec{a}, \vec{AB} = \vec{b}, \vec{AA'} = \vec{c}$

Từ giả thiết ta có: $\vec{AM} = \frac{k}{k-1}\left(\vec{b} + \vec{c}\right)$ (1) , $\vec{AN} = \vec{b} + \frac{x}{x-1}\left(\vec{a} + \vec{c}\right)$ (2), $\vec{AP} = \vec{a} + \vec{b} + \frac{y}{y-1}\left(\vec{c} + \vec{b}\right)$ (3)

Từ đó ta có: $\vec{MN} = \vec{AN} - \vec{AM} = \frac{X}{X-1}\vec{a} - \frac{1}{k-1}\vec{b} + \left(\frac{x}{x-1} - \frac{k}{k-1}\right)\vec{c} + \left(\frac{x}{x-1} - \frac{y}{y-1}\right)\vec{c}$

$$\vec{MP} = \vec{AP} - \vec{AM} = \vec{a} - \left(\frac{y}{y-1} + \frac{1}{k-1}\right)\vec{b} + \left(\frac{y}{y-1} - \frac{k}{k-1}\right)\vec{c}$$

Ba điểm M, N, P thẳng hàng khi và chỉ khi tồn tại k sao cho $\vec{MN} = k\vec{MP}$ (*)

Thay các vecto $\vec{MN}$, $\vec{MP}$ vào (*) và lưu ý $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng bằng ta tính được $x = \frac{1+k}{1-k}, y = -\frac{1}{k}$

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x+2}$

(I) Hàm số nghịch biến trên R\{−2}

(II) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$

(III) Hàm số đồng biến trên R

(IV) Hàm số đồng biến trên $(-4;-3)$

Hướng dẫn giải

$y'<0\ \forall x\in(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$

Câu 2: Xét đường thẳng *d:* $y=4-2x$ và đường cong (C): $\frac{2x+4}{x+1}$

(I) Đường thẳng *d* là tiếp tuyến của đường cong (C)

(II) (C) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ dương

(III) (C) cắt trục tung tại điểm có tung độ dương

(IV) Đường thẳng *(d)* cắt đường cong (C) tại hai điểm phân biệt

Hướng dẫn giải

(I) Đ (II) S (III) Đ (IV) S

ĐK: $x\neq 1$

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và đường cong: $\frac{2x+4}{x+1}=4-2x \Leftrightarrow 2x^2=0 \Leftrightarrow x=0$

Vậy đường thẳng có 1 điểm chung với (C)

Với $x=0 \Rightarrow y=4$ suy ra (C) cắt trục tung tại điểm (0;4)

Với $y=0 \Rightarrow x=-2$ suy ra (C) cắt trục hoành tại điểm $(-2;0)$

Câu 3: Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’ có cạnh bằng a. Gọi I là tâm hình vuong ABCD, gọi G là trọng tâm của tam giác AB’C

(I) $\vec{AB}+\vec{AD}+\vec{AA}'=\vec{AC}'$

(II) $\vec{GA}+\vec{GB}'+\vec{GC}=2\vec{GI}$

(III) $\vec{AB}+\vec{AD}=\vec{A'C}'$

(IV) $\vec{BD}'=2\vec{BG}$

Hướng dẫn giải

Theo quy tắc hình hộp thì $\vec{AB}+\vec{AD}+\vec{AA}'=\vec{AC}'$. (I) ĐÚNG

G là trọng tâm của tam giác AB’C nên $\vec{GA}+\vec{GB}'+\vec{GC}=\vec{0}$. (II) SAI

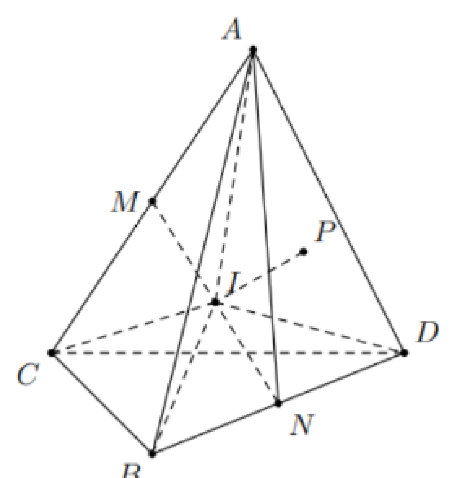
Ta có: $\vec{AB}+\vec{AD}=\vec{AC}=\vec{A'C}'$. (III) ĐÚNG

Ta có $\Delta BIG \sim \Delta D'B'G \rightarrow \frac{BG}{D'G}=\frac{BI}{D'B'}=\frac{1}{2}$

$\rightarrow \frac{BG}{BD'}=\frac{1}{3} \rightarrow \vec{BD}'=3\vec{BG}$. (IV) SAI

Câu 1: Cho tứ diện ABCD, gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BD. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là một điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị thực của k thỏa mãn đẳng thức vecto $\vec{PI}=k\left(\vec{PA}+\vec{PB}+\vec{PC}+\vec{PD}\right)$?

Hướng dẫn giải



Vì M, N, I lần lượt là trung điểm của AC, BD, MN

$\rightarrow \begin{cases}\vec{IA}+\vec{IC}=2\vec{IM}\\ \vec{IB}+\vec{ID}=2\vec{IN}\\ \vec{IM}+\vec{IN}=\vec{0}\end{cases} \rightarrow \vec{IA}+\vec{IB}+\vec{IC}+\vec{ID}=\vec{0}$

+Khi đó $\vec{PA}+\vec{PB}+\vec{PC}+\vec{PD}=4\vec{PI}+\vec{IA}+\vec{IB}+\vec{IC}+\vec{ID}=4\vec{PI}$

+ Mà $\vec{PI}=k\left(\vec{PA}+\vec{PB}+\vec{PC}+\vec{PD}\right) \leftrightarrow \vec{PI}=k4\vec{PI} \leftrightarrow k=\frac{1}{4}$

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2m(m+1)x+2m^3+m^2+1}{x-m}$ có đồ thị (C_m) (m là tham số thực). Gọi A là điểm thỏa mãn vừa là điểm cực đại của (C_m) ứng với một giá trị m vừa là điểm cực tiểu của (C_m) ứng với giá trị khác của m. Giá trị của a để khoảng cách từ A đến đường thẳng $(d): x-(a+1)y+a=0$ đạt giá trị lớn nhất là:

Hướng dẫn giải

$y=\dfrac{x^2-2m(m+1)x+2m^3+m^2+1}{x-m}=\dfrac{(x-m)^2-2m^2(x-m)+1}{x-m}$ (Điều kiện $x\neq m$)

$y=f(x)=x-m+\dfrac{1}{x-m}-2m^2$

$\Rightarrow y'=1-\dfrac{1}{(x-m)^2}=0\Leftrightarrow (x-m)^2=1$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-m=1 \\ x-m=-1 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m+1\Rightarrow y(m+1)=1+1-2m^2=2-2m^2 \\ x=m-1\Rightarrow y(m-1)=-1-1-2m^2=-2-2m^2 \end{array}\right.$

Khi đó $A(x_0,y_0)$ thỏa hệ phương trình

$\begin{cases} x_0=m_1+1=m_2-1 \\ y_0=2-2m_1{}^2=-2-2m_2{}^2 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m_1-m_2=-2 \\ m_1{}^2-m_2{}^2=2 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m_1-m_2=-2 \\ (m_1-m_2)(m_1+m_2)=2 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m_1-m_2=-2 \\ m_1+m_2=-1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1=-\dfrac{3}{2} \\ m_2=\dfrac{1}{2} \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} x_0=-\dfrac{1}{2} \\ y_0=-\dfrac{5}{2} \end{cases}\Rightarrow A\left(-\dfrac{1}{2},-\dfrac{5}{2}\right)$

Với $(d): x-(a+1)y+a=0$ thì $d\left(A;(d)\right)=\dfrac{\left|-\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{2}(a+1)+a\right|}{\sqrt{a^2+2a+2}}=\dfrac{\left|\dfrac{7}{2}a+2\right|}{\sqrt{a^2+2a+2}}$

$g(a)=\dfrac{(7a+4)^2}{a^2+2a+2}\Rightarrow g'(a)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-\dfrac{4}{7} \\ a=-\dfrac{10}{3} \end{array}\right.$

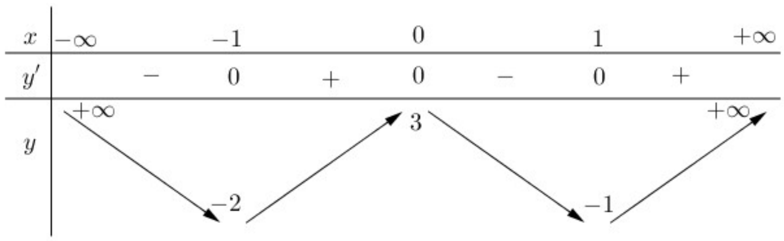
Xét hàm

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\dfrac{10}{3}$		$-\dfrac{4}{7}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$			58				49
	49				0		

$g(x)_{\max}$ tại $a=-\dfrac{10}{3}$ nên $d\left(A,(d)\right)_{\max}$ tại $a=-\dfrac{10}{3}$

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.



Phương trình $2f\left(\dfrac{\sin x+\cos x}{\sqrt{2}}\right)+3=0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left[-\dfrac{3\pi}{4};\dfrac{7\pi}{4}\right]$.

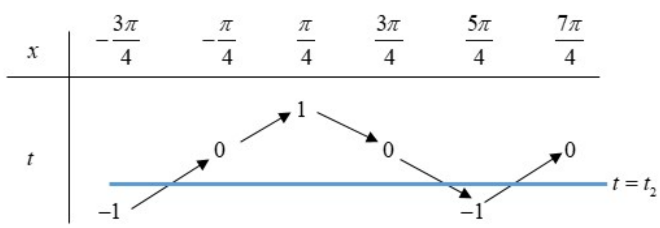
Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN 3

Ta có: $\dfrac{\sin x+\cos x}{\sqrt{2}}=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$. Đặt $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=t$, $t\in[-1;1]$.

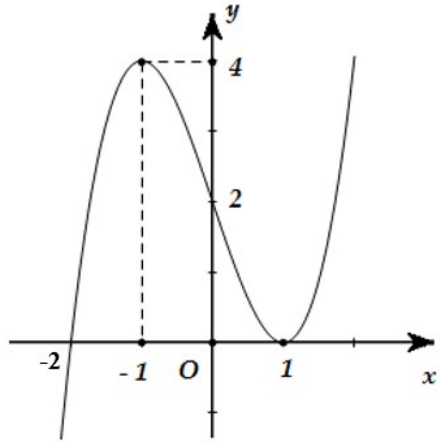
Phương trình tương đương: $f(t)=-\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=t_1\in(-\infty;-1)\,(loai)\\ t=t_2\in(-1;0)\end{array}\right.$.

Với $x\in\left[-\dfrac{3\pi}{4};\dfrac{7\pi}{4}\right]$, ta có bảng biến thiên của t như sau:



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình $t=t_2$ có 3 nghiệm $x\in\left[-\dfrac{3\pi}{4};\dfrac{7\pi}{4}\right]$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên ℝ. Đồ thị $y=f(x)$ như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{f^2(x)-f(x)}$ là



Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN 4

Xét hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{f^2(x)-f(x)}=\dfrac{(x-1)(x+2)}{f(x)\left[f(x)-1\right]}$.

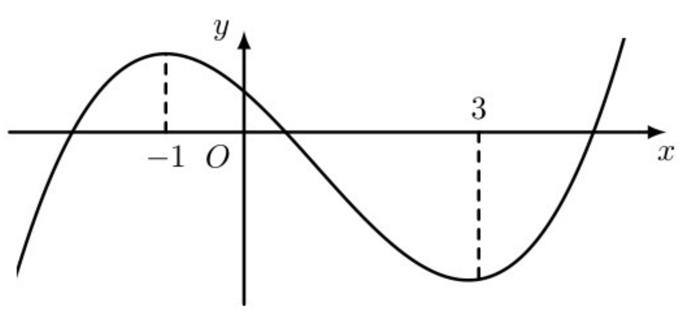
Xét phương trình $f(x)\left[f(x)-1\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=1 \end{array}\right.$.

Với $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1(kep) \\ x=-2(don) \end{array}\right. \Rightarrow x=1$ là TCĐ, $x=-2$ không là TCĐ.

Với $f(x)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=x_1\in(0;1) \\ x=x_2\in(-2;-1) \end{array}\right. \Rightarrow x=0$, $x=x_1$, $x=x_2$ đều là các đường TCĐ.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường TCĐ.

Câu 5: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left((x-1)^2+m\right)$ có 3 điểm cực trị. Tổng các phần tử của S là

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN 2

Xét hàm số

$y=f\left((x-1)^2+m\right)$

• $y'=2(x-1)f'\left((x-1)^2+m\right)$

• $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ (x-1)^2+m=-1 \\ (x-1)^2+m=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ (x-1)^2=-1-m \\ (x-1)^2=3-m \end{array}\right.$

Để hàm số có 3 điểm cực trị thì $-1-m \le 0 < 3-m \Leftrightarrow -1 \le m < 3 \Rightarrow m \in \{-1;0;1;2\}$

Vậy tổng các phần tử của S là 2.

Câu 6: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=(m^2-m-6)x^3+(m-3)x^2-2x+1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN 5

Ta có $y'=3(m^2-m-6)x^2+2(m-3)x-2$.

TH1: Xét $m^2-m-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Với $m=3$ thì $y'=-2<0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ suy ra hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Vậy $m=3$ nhận.

Với $m=-2$ thì $y'=-10x-2$ suy ra hàm số không nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Vậy $m=-2$ loại.

TH2: Xét $m^2-m-6 \ne 0$.

Điều kiện để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là $y' \le 0\ \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=3(m^2-m-6)<0 \\ \Delta'=(m-3)^2-3(m^2-m-6)(-2) \le 0 \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<3 \\ 7m^2-12m-27 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<3 \\ -\frac{9}{7} \le m \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{9}{7} \le m < 3$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên suy ra $m \in \{-1,0,1,2,3\}$.